

文章编号:1674-8190(2013)02-175-07

带铤窝紧固件孔边三维多裂纹扩展的计算分析

王海, 束一秀, 李亚智

(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

摘要: 多孔元件是飞机结构中常见的结构细节, 起始于多个紧固件孔边的多条三维裂纹的疲劳扩展预测是结构多部位损伤寿命评定的重点问题和技术难点。建立一种高效实用的三维多裂纹扩展数值分析方法, 能够对萌生于带铤窝孔边的多条三维裂纹实施疲劳裂纹扩展中的有限元快速建模和自动网格更新, 进行三维多裂纹扩展全程自动数值模拟, 并利用净截面屈服作为判定最终失效的准则。通过单铤窝孔双边非对称裂纹两种开裂模式情况下的算例计算分析, 并与试验实测结果对比, 验证了本文扩展分析方法的有效性。

关键词: 铤窝孔紧固件; 三维多裂纹; 有限元法; 疲劳裂纹扩展; 数值模拟

中图分类号: V215.6; O346.2

文献标识码: A

Numerical Simulation of the Multiple 3D Crack Propagation from the Countersunk Fastener Holes

Wang Hai, Shu Yixiu, Li Yazhi

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The multiple 3D cracks initiated from the multiple fastener holes frequently occur in aircraft structural components. The fatigue crack growth life prediction of the situation is one of the major concerns and it is a technically tough work in the multiple-site damage assessment. The methodology of fatigue crack growth prediction for multiple 3D cracks starting from multiple countersunk fastener holes is investigated. An efficient numerical method is proposed in which the computer code is made using the parametrical language of the finite element analysis package. The fast finite element modeling and automatic mesh regeneration, together with a fast cumulative damage technique of fatigue crack growth, are conducted to achieve the life-span numerical simulation for multiple 3D crack growth. The net-section yielding is considered as the criterion to terminate the fatigue life prediction. Two scenarios of a pair of initial asymmetric corner cracks initiated from both sides of a countersunk fastener hole are taken as example problems and analyzed throughout their fatigue crack growth lives. The simulation results agree well with the experimental results.

Key words: countersunk fastener hole; multiple 3D cracks; finite element method; fatigue crack propagation; numerical simulation

0 引言

飞机结构广布疲劳损伤(Widespread Fatigue Damage, 简称 WFD)是大型金属结构飞机长期使用中经常发生的损伤形式, 对飞机结构剩余强度和

剩余寿命产生明显地削弱。WFD 问题中的多部位损伤(Multiple Site Damage, 简称 MSD)是在相同结构元件中的相似位置同时存在多个缺陷的情形, 多发生于紧固件连接结构壁板, 具体表现形式是在应力水平相近的多个紧固件孔边产生多条疲劳裂纹, 是多裂纹扩展研究的热点问题。然而, 相关研究多数是针对机身薄蒙皮结构的多条二维(穿透)裂纹情形^[1-5]。

事实上, 在紧固件孔边起始的疲劳裂纹初期一

收稿日期:2012-02-28; 修回日期:2012-04-12

通信作者:李亚智, yazhi.li@nwpu.edu.cn

般以角裂纹为主,特别是较厚的机翼壁板。这种三维裂纹只有扩展到较大尺寸时才能穿透构件厚度,或者穿出被紧固件钉头遮挡区域,从而被可靠检出。而裂纹从萌生到穿透的这一阶段,在裂纹的总扩展寿命中占较大比例。因此,研究紧固件孔边三维多裂纹疲劳扩展规律和疲劳寿命估算方法具有重要意义。

沉头铆接和螺栓是飞机结构中广泛使用的紧固件连接形式,需要制出带铆窝的紧固件孔。由于几何形状较为复杂,对铆窝孔边角裂纹的应力强度因子很难形成可用的解析解,即使是数值解的文献报道也不多。沈海军等^[6]采用有限元法计算了带铆窝紧固件孔边扇形角裂纹的应力强度因子。S. A. Fawaz等^[7]对直通孔孔边三维角裂纹应力强度因子做了精确地计算。C. Y. Park等^[8]对铆窝螺栓孔结构孔边角裂纹前缘上若干点应力强度因子进行了计算,并通过试验方法对裂纹前缘形状进行测量,试验所得裂纹前缘形状和计算结果符合较好。J. J. M. de Rijk^[9-10]等建立了带铆窝紧固件孔边共面角裂纹和前缘倾斜穿透裂纹的有限元模型,并计算裂纹前缘各点的应力强度因子。

在多裂纹扩展寿命的计算方面,G. Labeas等^[11]对直通孔板结构孔边三维裂纹扩展规律建立了工程方法,将三维角裂纹等效为穿透裂纹,能较好地计算通孔边扇形角裂纹扩展规律,提高了三维裂纹扩展计算效率。为了回避冗长的循环接循环的寿命计算,可采用工程试凑法^[12]、多变量优化法^[13]和载荷循环分间隔法^[14-16]等近似方法进行裂纹扩展的快速计算,上述工程方法多用于二维裂纹问题的分析。

由于三维裂纹前缘不同位置应力大小和状态不同,即使单个三维裂纹扩展的分析也类似于多裂纹问题。对于多部位损伤问题的研究,裂尖应力强度因子的精确计算、多裂纹扩展分析方法的选择使用及其程序设计方法对分析效率和分析结果具有直接影响。龚德志等^[17]实现了单个铆窝孔双边对称角裂纹(利用对称性,相当于单个角裂纹)的应力强度因子的有限元实时计算和疲劳裂纹扩展寿命分析。

本文对文献^[17]采用的方法进行改进,针对带铆窝孔边三维多裂纹问题,实现多裂纹扩展中的参数化有限元建模,计算裂纹前缘多点应力强度因

子;应用循环程序控制及裂纹扩展快速累积算法实现含三维多裂纹网格的自动实时更新,实现裂纹扩展的全过程分析,获得多裂纹扩展寿命;编制相应的计算机分析程序,并经过单个铆窝孔双边非对称角裂纹问题算例的考核。

1 三维裂纹的参数表征

本文分析受轴向载荷平板、一排带铆窝空孔、多个共面三维裂纹的张开型扩展问题。

由经验观察和应力分析^[17]可知,孔边裂纹主要起始于孔的直角棱边或铆窝与直孔壁的棱边,对应的两种开裂模式如图1和图2所示。在裂纹扩展中,由于三维裂纹前缘的形状及其与铆窝孔的相对位置不断改变,需要对裂纹前缘形状和尺寸的参数表征作出假设。均以铆窝孔右侧边裂纹为例,对于第I种开裂模式(图1(a)),假定裂纹前缘形状始终为椭圆,前缘曲线由A、B两个特征点确定;当裂纹前缘曲线在三个典型位置时,其两个端点的位置坐标尺寸的符号表示如图1(b)所示,符号下标中字母R表示孔右侧的裂纹。对于第II种开裂模式(图2(a)),假定裂纹前缘形状始终为抛物线,前缘曲线由A、B、C三个特征点确定;当裂纹前缘曲线在三个典型位置时,其两个端点的位置坐标尺寸的符号表示如图2(b)所示。

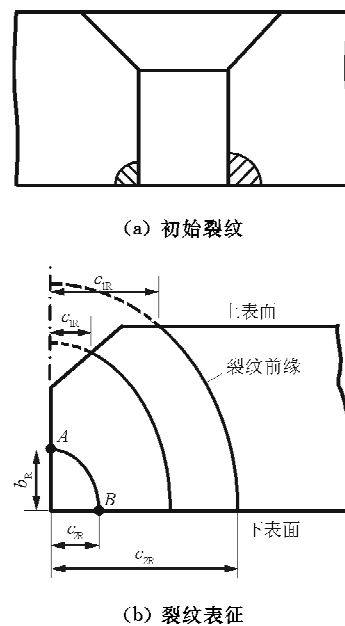


图1 孔边角裂纹开裂模式I及其裂纹表征
Fig. 1 Corner crack of mode I and its parameters

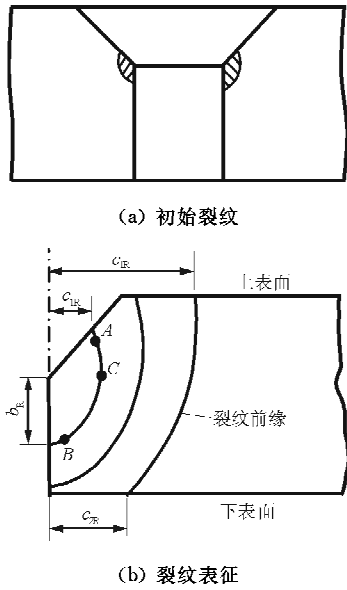


图 2 孔边角裂纹开裂模式 II 及其裂纹表征
Fig. 2 Corner crack of mode II and its parameters

2 三维裂纹的有限元建模

由于对称性,取模型试验段的一半长度部分,对矩形板带铆窝孔结构进行三维有限元实体建模。

(1) 建立几何模型

在三维实体模型中利用局部切割分割出每个孔的子区域,在子区域中沿每个裂纹前缘曲线在其周围切割,建立一个狭长的小体积,称之为裂纹前缘小体,并作为有限元模型子结构。将由子区域构成的整体模型通过布尔运算与子结构相结合生成完整的几何模型。

(2) 划分有限元网格

首先将裂纹前缘小体子结构的端面划分为二维网格,然后通过扫掠方式生成三维裂纹前缘小体的有限元网格。小体子结构的组成单元为 20 节点六面体等参元和由其变化形成的裂纹前缘 15 节点奇异性单元,如图 3 所示。整体几何模型的其他部分则用四面体二次单元进行自由划分。裂纹附近局部有限元网格如图 4 所示。

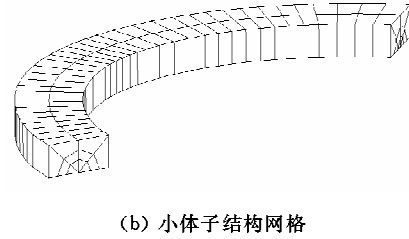
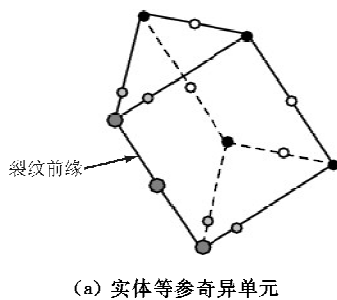


图 3 裂纹前缘实体等参奇异单元和小体子结构网格
Fig. 3 Solid isoparametric singular element and the crack front substructure mesh

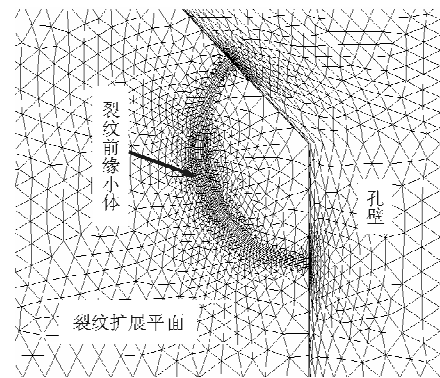


图 4 三维裂纹有限元模型局部
Fig. 4 Local detail of 3D finite element model

在有限元建模过程中,需要精确控制裂纹前缘小体的尺寸和网格划分,并调试前缘小体子结构和整个模型的网格过渡,避免程序运行过程中由于布尔操作失败或者网格扫掠失败造成的意外中断。另外,通过编写适应各种可能情况的自适应程序使计算能够稳定运行。

3 三维裂纹应力强度因子计算

本文采用常用的位移外推法对应力强度因子进行求解,位移外推法计算路径如图 5 所示。

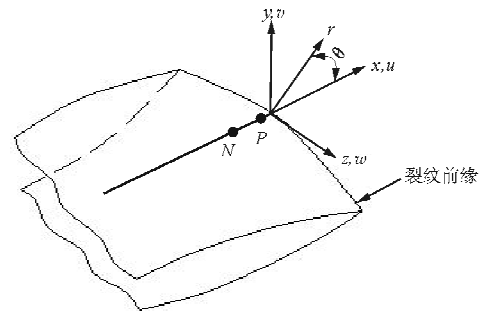


图 5 位移外推法计算路径示意图
Fig. 5 Calculation path of displacement extrapolation method

上述方法的原理如下^[16]：

仿照二维裂纹的处理方法，欲获得裂纹前缘某点的应力强度因子。假定 P 和 N 是裂纹面上的任意两点，位于从裂纹前缘出发的同一法线上，离裂纹前缘的距离分别为 L_P 和 L_N 。利用裂纹前缘位移展开式的主项，可从 P 点的位移得

$$K_{IP} = \frac{\sqrt{2\pi E}}{2(1-\mu^2)\sqrt{r}} u_P \quad (1)$$

式中： E 、 μ 分别为杨氏模量和泊松比； u_P 为 P 点的张开位移。同样，可得到 K_{IN} 和 u_N 的关系式。

利用外推公式得裂纹前缘的 I 型应力强度因子为

$$K_I = \frac{c}{c-1} K_{IP} - \frac{1}{c-1} K_{IN} \quad (2)$$

式中： $c = \frac{L_N}{L_P}$ 。

4 裂纹扩展寿命计算原理

裂纹扩展寿命分析实质上是利用裂纹扩展规律方程、以单个循环为时间步长累积裂纹尺寸增量，直至达到临界裂纹尺寸的过程。对多裂纹扩展问题，还要考虑多条裂纹之间的相互影响。因此，需要针对每个循环，实时生成、不断更新多裂纹结构的有限元模型，并计算多个裂纹的应力强度因子。随着裂纹数的增加，计算量和计算时间非比例快速增长。

本文分析的三维裂纹多扩展问题，其中任意一个三维裂纹都具有多裂纹扩展特征。需要多次不断更新含裂纹结构的有限元模型，并计算若干裂纹前缘特征点的应力强度因子。对于完整的疲劳裂纹扩展寿命计算过程，若采用循环接循环的方式进行计算，计算工作量和时长将难以承受。为了提高计算效率，采取两个途径进行分析：一是针对不断变化的三维多裂纹形状和尺寸，实现有限元模型的快速生成和实时更新，并计算多个描述裂纹前缘形状的特征点上的应力强度因子；二是在考虑多裂纹相互影响和误差控制的前提下，以每步多个循环的方式确定多裂纹尺寸增量和累积裂纹长度，尽可能减少有限元模型更新次数，实现多裂纹协调扩展，快速计算疲劳裂纹扩展寿命。

文献[14-15]提出了一种裂纹扩展寿命快速计算方法，假设裂纹扩展规律符合 Paris 公式

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K)^n \quad (3)$$

式中： $\frac{da}{dN}$ 为裂纹扩展速率； ΔK 为应力强度因子范围； C 和 n 为 Paris 公式中的试验拟合常数。

通过推导和分析可知，对于多条裂纹结构，当裂纹扩展量满足式(4)时，每次计算可采用多应力循环。

$$\Delta a_{ij} \leq 2a_{ij} [(1-et)^{-\frac{1}{2n}} - 1] \quad (4)$$

式中： a_{ij} 为第 j 条裂纹在第 i 次计算时的裂纹尺寸； Δa_{ij} 为裂纹长度等于 a_{ij} 时，当次计算的裂纹扩展量； n 为 Paris 公式中的参数； et 表示单次循环计算的容差限，根据具体计算要求给定，一般取 0.01 ~ 0.10。

假设每次计算有 ΔN 个应力循环，借助式(3)和式(4)，推导出单步计算的 ΔN 满足的条件为

$$(\Delta N)_{ij} = \frac{(\Delta a_{ij})_N}{C \cdot \Delta K_{ij}^n} \leq \frac{2a_{ij} [(1-et)^{-\frac{1}{2n}} - 1]}{C \cdot \Delta K_{ij}^n} \quad (5)$$

在计算裂纹扩展的过程中，如果控制裂纹扩展量符合式(5)，则每次计算就可以采用多应力循环。

将上述原理应用于本文的三维多裂纹问题分析。假设每个裂纹前缘特征点均按照式(4)取等号的情况扩展，根据有限元计算分析可以得到每个特征点的应力强度因子 ΔK_{ij} ，再根据式(5)得到一个对应的应力循环数 $(\Delta N)_{ij}$ 。将所有 $(\Delta N)_{ij}$ 中的最小值 $(\Delta N)_{\min}$ 作为本次计算的应力循环次数。把 $(\Delta N)_{\min}$ 反代入式(3)，求出每条裂纹特征点的扩展量 Δa_{ij} 。多裂纹相互扩展协调的原理如图 6 所示(假定每个裂纹前缘有 2 个特征点)。

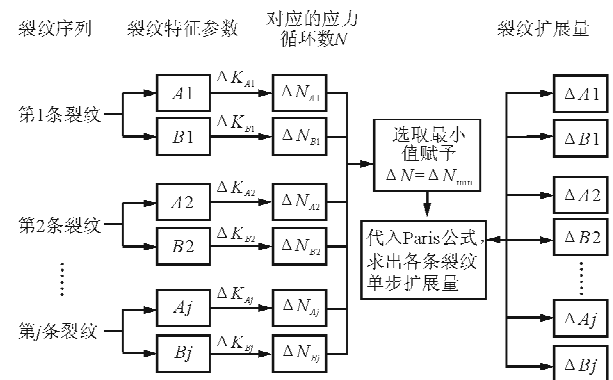


图 6 考虑多条裂纹间协调扩展的原理示意图

Fig. 6 Coordination principle of multiple cracks growth

根据上述计算原理和程序框架，借助 ANSYS

有限元分析软件,编制三维多裂纹扩展计算程序。其中,包括编写实现有限元分析每一分析过程的宏文件,通过设计循环程序来循环调用每个宏文件,执行相应的操作,完成整个分析过程。宏文件主要有建立模型、划分网格、加载求解、后处理分析、循环调用、数据存储等。另外,通过程序的交互界面,由用户通过输入参数生成两个数据宏文件。通过用户界面的执行按钮启动循环调用宏程序,将整个流程宏文件循环执行,直至求解过程自动完成。计算程序的流程图及软件框架如图 7 和图 8 所示。

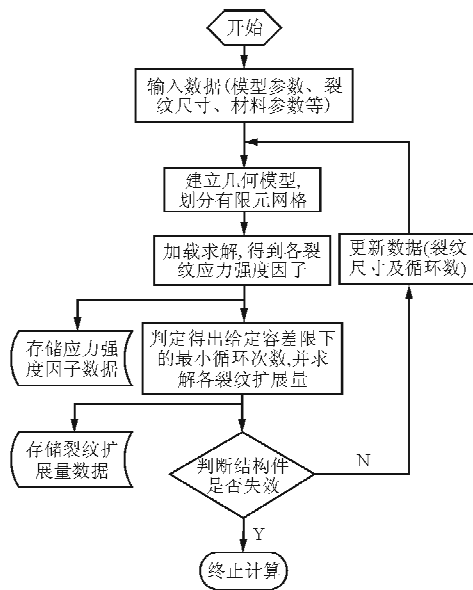


图 7 计算程序流程图

Fig. 7 Flow chart of calculation program

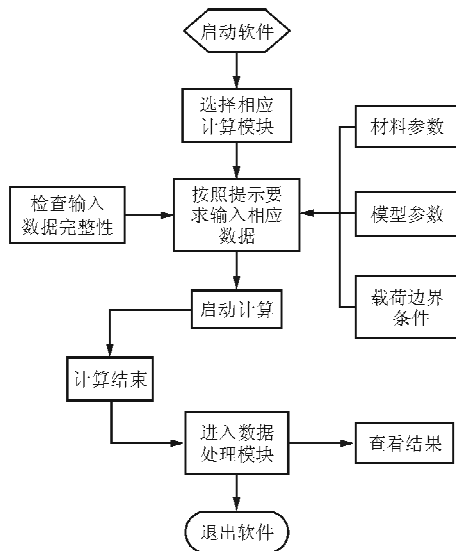


图 8 计算软件框架图

Fig. 8 Framework of calculation software

5 计算实例

镗窝单孔板试验件如图 9 所示,板材料为 2324-T39 铝合金,长为 200 mm,宽为 38 mm,厚为 8 mm,孔直径为 6 mm。90°镗窝,深度为 3 mm。材料的屈服强度为 $\sigma_s = 448$ MPa, Paris 裂纹扩展公式参数 $C = 2.74284 \times 10^{-13}$, $n = 2.5269$ (da/dN 单位为 m/cyc ; ΔK 单位为 $MPa \sqrt{m}$), 是通过 CT(紧凑拉伸)标准试验件试验得出的。将净截面屈服作为裂纹扩展计算终止的条件。

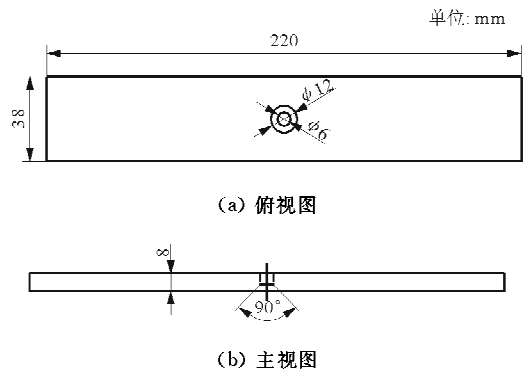
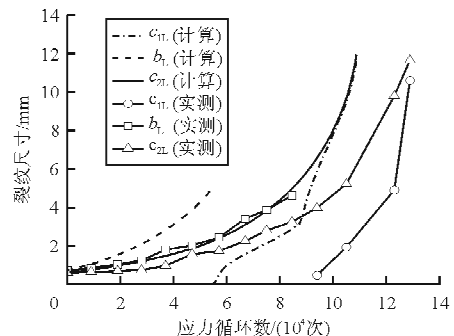


图 9 矩形板中心镗窝孔试验件

Fig. 9 Test specimen sketch of rectangular plate with center countersunk hole

(1) 算例一(开裂模式 I)

以镗窝孔双边直角棱边角裂纹为例,左、右侧初始角裂纹在孔壁上的长度分别为 $b_L = 0.72$ mm 和 $b_R = 0.9$ mm,在板表面上的长度分别为 $c_{2L} = 0.596$ mm 和 $c_{2R} = 0.656$ mm。板端施加均匀循环拉伸应力,最大值为 79 MPa(26 kN 拉伸力),应力比 $R = 0.06$ 。本程序预测的 $a-N$ 曲线和相应的试验测量结果如图 10 所示。



(a) 左侧

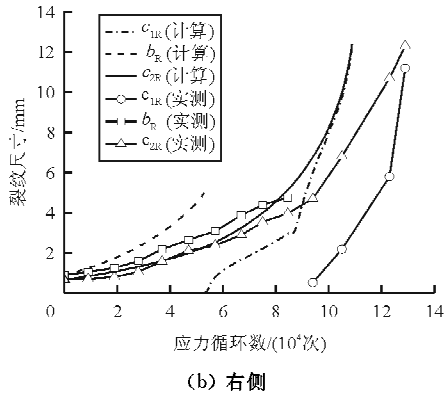


图 10 角裂纹扩展曲线(开裂模式 I)
Fig. 10 Corner crack growth curve on the left and right side of hole(mode I)

以孔右侧直角棱边角裂纹为例,从初始裂纹开始每间隔 10 000 次应力循环绘制裂纹前缘曲线,其扩展趋势预测如图 11 所示,可以清晰地看出裂纹前缘曲线从非穿透到完全穿透的过程。

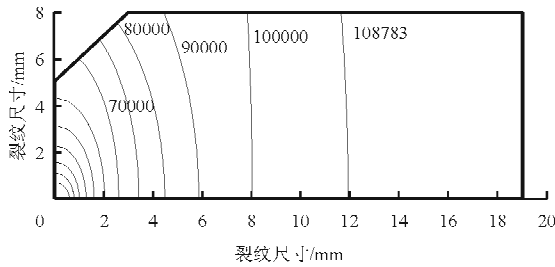


图 11 孔右侧直角棱边角裂纹扩展趋势预测图
(开裂模式 I)
Fig. 11 Corner crack growth prediction curve in the right side of hole (mode I)

计算和实测的裂纹扩展趋势一致,但沿孔壁的扩展速率明显高于实测结果。计算预测寿命为 $N_{预测} = 108\ 783$ 次,试验疲劳寿命 $N_{试验} = 128\ 947$ 次,预测结果偏保守,误差为 15.6%。误差的来源可能体现在两个方面:第一,所采用的 Paris 裂纹扩展公式参数是针对二维裂纹的,未考虑到三维裂纹扩展中裂纹前缘的应力状态变化;第二,所采用的 Paris 裂纹扩展公式参数是利用紧凑拉伸(CT)试验件得出的,而本文算例更类似于中心裂纹(MT)试验件,两种试验件的裂纹扩展规律实际上是有差异的。此外,预测的最终断裂裂纹尺寸和试验结果较为吻合,表明将净截面屈服作为计算终止条件是合适的。

(2) 算例二(开裂模式 II)

以孔双边铤窝棱扇形角裂纹为例,左、右侧初

始角裂纹半径分别为 $R_L = 0.75\text{ mm}$ 和 $R_R = 0.8\text{ mm}$,施加载荷与算例一相同。本文程序预测的 $a-N$ 曲线和相应的试验测量结果如图 12 所示。

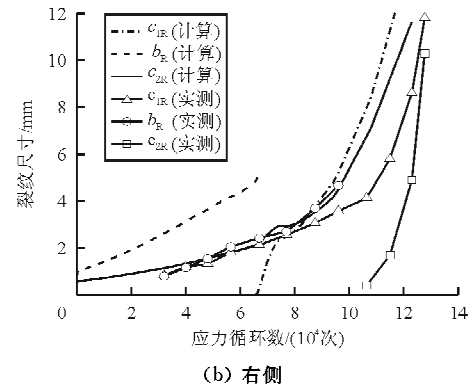
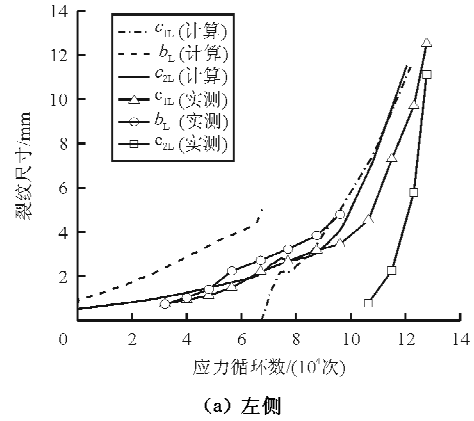


图 12 角裂纹扩展曲线(开裂模式 II)
Fig. 12 Corner crack growth curve on the left and right side of hole(mode II)

以右侧角裂纹为例,从初始裂纹开始每间隔 10 000 次应力循环绘制裂纹前缘曲线,其扩展趋势预测如图 13 所示。

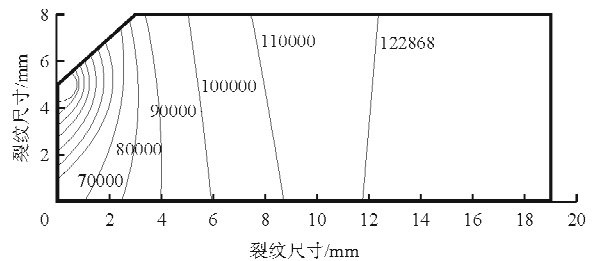


图 13 孔右侧铤窝棱扇形角裂纹扩展趋势预测图(开裂模式 II)
Fig. 13 Corner crack growth prediction curve on the right side of hole(mode II)

根据有限元计算结果和试验结果比较,可知试验数据和计算结果的裂纹扩展趋势基本一致。裂纹扩展寿命和临界裂纹尺寸的预测值与实测值符合较好。计算预测寿命为 $N_{预测} = 122\ 868$ 次,试

验疲劳寿命 $N_{\text{试验}} = 127\ 731$ 次,最终断裂裂纹尺寸的预测值略小于实测值。具体讨论与算例一相似,不再赘述。

6 结 论

(1) 本文的快速有限元建模和网格更新方法对铆窝孔边起始三维裂纹有良好的自适应性。

(2) 通过控制单步计算裂纹扩展量,可确保多条三维裂纹协调扩展。

(3) 本文紧固孔边三维裂纹全程自动化扩展程序的参数化设计,使其能方便地应用于工程计算。

(4) 将本文所提出的三维多裂纹有限元建模和裂纹扩展寿命预测方法应用于带铆窝孔双边非对称角裂纹的扩展模拟,计算结果和试验结果符合性较好。

参考文献

- [1] Dawicke D S, Newman J C, Jr. Analysis and prediction of multiple-site damage (MSD) fatigue crack growth [R]. NASA-TP-3231, 1992.
- [2] Pitt S, Jones R. Multiple-site and widespread fatigue damage in aging aircraft [J]. *Engineering Failure Analysis*, 1997, 4(4): 237-257.
- [3] Pidaparti R M V, Palakal M J, Rahman Z A. Simulation of structural integrity predictions for panels with multiple site damage [J]. *Advances in Engineering Software*, 2000, 31(2): 127-135.
- [4] Cope D A, Lacy T E. Stress intensity determination in lap joints with mechanical fasteners [R]. The 41th AIAA/ASME/ASCE/AIIS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference and Exhibit, 2000.
- [5] Lucas F M S, Goncalves J P M, Oliveira F M F, et al. Multiple-site damage in riveted lap-joints: experimental simulation and finite element prediction [J]. *International Journal of Fatigue*, 2000, 22(4): 319-338.
- [6] 沈海军, 郭万林. 铆窝孔边扇形角裂纹应力强度因子的三维有限元分析 [J]. *航空学报*, 2002, 23(2): 106-110.
Shen Haijun, Guo Wanlin. 3D finite element analysis of SIF of the structure with dimple hole [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2002, 23(2): 106-110. (in Chinese)
- [7] Fawaz S A, Andersson B. Accurate stress intensity factor solutions for corner cracks at a hole [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2004, 71(9/10): 1235-1254.
- [8] Park C Y, Grandt Jr A F, Suh J J. Stress intensity factors for surface cracks at countersunk holes [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, 73(13): 1878-1898.
- [9] De Rijck J J M, Fawaz S A. Stress intensity factors and crack interaction in adjacent holes [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2001, 68(7): 963-969.
- [10] De Rijck J J M, Fawaz S A. Stress Intensity Factor Solutions for Countersunk Holes Subjected to Combined Loading [R]. Seventh Joint DoD/FAA/NASA Conference on Aging Aircraft, 2003.
- [11] Labeas G, Kermanidis Th, Diamantakos J. Efficient engineering approaches for the prediction of fatigue propagation of corner cracks in the case of multiple site damage [C]. *Facta Universitatis Series: Mechanics, Automatic Control and Robotics 2009*, 3(13): 671-688.
- [12] 张民孚. 民机结构耐久性与损伤容限设计手册: 下册——损伤容限设计与分析 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2003.
Zhang Minfu. Aircraft structural durability and damage tolerance design handbook (Volume Two): damage tolerance design and analysis [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2003. (in Chinese)
- [13] 周岳泉, 王生楠. 结构细节多裂纹扩展分析的方法——变量优化法 [J]. *航空学报*, 1995, 16(2): 178-181.
Zhou Yuequan, Wang Shengnan. A variable optimization method a new technique for multi-crack growth analysis in structure details [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 1995, 16(2): 178-181. (in Chinese)
- [14] 王传胜. 典型结构 MSD 发生可能性预测及剩余强度裂纹扩展研究 [D]. 北京: 北京航空航天大学航空科学与工程学院, 2006.
Wang Chuansheng. A study on prediction of MSD occurrence probability and residual strength/crack growth for typical structures [D]. Beijing: School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, 2006. (in Chinese)
- [15] Zhang Jianyu, Bao Rui, Zhao Libin, et al. Crack growth life estimating for MSD panel [J]. *Advanced Materials Research*, 2008, 33(37): 175-180.
- [16] Wang X, Modarres M, Hoffman P. Analysis of crack interactions at adjacent holes and onset of multi-site fatigue damage in aging airframes [J]. *International Journal of Fracture*, 2009, 156(2): 155-163.
- [17] 龚德志, 李亚智, 王海. 紧固件孔边三维疲劳裂纹扩展研究 [J]. *机械强度*, 2012, 34(6): 868-874.
Gong Dezhi, Li Yazhi, Wang Hai. Study on the propagation of 3D fatigue crack initiated from fastener holes [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2012, 34(6): 868-874. (in Chinese)
- [18] 余天堂. 模拟三维裂纹问题的扩展有限元法 [J]. *岩土力学*, 2010, 31(10): 3280-3285, 3294.
Yu Tiantang. Extended finite element method for modeling three-dimensional crack problems [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(10): 3280-3285, 3294. (in Chinese)

作者简介:

王海(1987—),男,硕士研究生。主要研究方向:结构疲劳、断裂及可靠性分析。

束一秀(1988—),男,博士研究生。主要研究方向:结构疲劳、断裂及可靠性分析。

李亚智(1962—),男,教授,博导。主要研究方向:结构疲劳与断裂、复合材料结构力学特性。

(编辑:赵毓梅)