

文章编号:1674-8190(2020)04-498-10

基于自适应代理模型的结构动力可靠度分析方法

石岩¹, 陈晓岚², 刘炜², 李昕²

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

(2. 北京电子工程总体研究所 结构与强度总体研究室, 北京 100854)

摘要: 结构动力可靠度分析对于衡量结构的安全状态和工作性能具有重要的指导意义。采用一种同时考虑动态激励载荷和材料力学性能参数随机性的动力可靠度计算高效方法, 通过建立不确定性材料力学性能参数与条件动力可靠度之间的 Kriging 代理模型, 推导动力可靠度的解析表达式; 提出一个新的学习函数来构建自适应的 Kriging 代理过程, 通过复合材料飞行器蒙皮骨架结构在随机振动载荷和随机材料力学性能参数共同作用下的动力可靠度分析对所提方法的准确性与高效性进行验证。结果表明: 所提方法不仅能够避免使用代理模型对动力可靠度求解时由于使用数值积分所引入的误差, 同时能够使用尽可能少的计算成本获得准确的动力可靠度结果。

关键词: 复合材料蒙皮; 动力可靠度; Kriging 代理模型; 学习函数; 解析表达式

中图分类号: V215.7; O324

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2020.04.007

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Structure Dynamic Reliability Analysis Method Based on Adaptive Surrogate Model

SHI Yan¹, CHEN Xiaolan², LIU Wei², LI Xin²

(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(2. Structure and Strength General Department, Beijing Institute of Electronic Engineering, Beijing 100854, China)

Abstract: The structure dynamic reliability analysis is of great importance of measuring the structural safety state and operation characteristic. An efficient dynamic reliability analysis method which simultaneously considers the uncertainties of dynamic excitation load and material properties parameters is adopted. The Kriging surrogate model between the uncertainty material property parameters and conditional dynamic reliability is constructed to deduce the analytical expression of the dynamic reliability. Simultaneously, a new learning function for constructing the adaptive Kriging surrogate is proposed, and its accuracy and efficiency are verified by dynamic reliability analysis of ceramic matrix composites aircraft skin frame structure under the random uncertainties of dynamic excitation load and material properties parameters. The results show that the proposed method for estimating the dynamic reliability can not only avoid the error caused by numerical integration with surrogate model, but also provide accurate solution of dynamic reliability by using the computational costs as little as possible.

Key words: composites aircraft skin frame; dynamic reliability; Kriging surrogate model; learning function; analytical expression

收稿日期: 2019-09-26; 修回日期: 2019-11-06

基金项目: 国家自然科学基金(51475370); 西北工业大学博士论文创新基金(CX201931)

通信作者: 石岩, rockousy@163.com

引用格式: 石岩, 陈晓岚, 刘炜, 等. 基于自适应代理模型的结构动力可靠度分析方法[J]. 航空工程进展, 2020, 11(4): 498-507.

SHI Yan, CHEN Xiaolan, LIU Wei, et al. Structure dynamic reliability analysis method based on adaptive surrogate model[J].

Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2020, 11(4): 498-507. (in Chinese)

0 引言

结构动力可靠度分析能够衡量结构在动态载荷激励下的安全状态,对于评价结构的工作性能具有重要的指导意义。对于在随机过程激励下的动力可靠度分析问题,传统的分析方法往往仅考虑动态激励载荷的随机性而忽略了材料力学性能参数的随机性。而对于实际的工程结构,由于制造、工艺等的不确定性通常会导致材料力学性能参数也具有不确定性。因此,建立能够同时考虑动态激励载荷随机性和材料力学性能参数随机性的动力可靠度分析方法对于准确度量结构的安全程度具有重要的价值。

同时考虑动态激励载荷随机性和材料力学性能参数随机性的动力可靠度分析已经受到了越来越多研究者的重视,并且相关研究已经取得了一定成果。陈颖等^[1]仿照随机变量响应函数模式建立了结构动力可靠度分析的响应函数,并引用序列响应面法来对响应函数进行拟合,从而将耗时的有限元模型调用转化为确定的显式功能函数的可靠性计算问题;陈建兵等^[2]建立了一种不需要计算跨越率的概率密度演化方法来计算随机振动的可靠度,所提方法同时具有较高精度且能够在一定程度上减小计算成本;乔红威等^[3]通过分裂法^[4]将多维动力可靠度响应函数转换为一维问题,并使用 Hermite 多项式来近似单随机变量的动力可靠度响应函数,最后结合数值模拟方法来对随机激励下的动力可靠度进行求解;谭平等^[5]提出使用 Gauss-legendre 积分公式来将随机结构地震激励下的无条件动力可靠度的复杂积分问题转化为积分点加权求和的形式进行求解,提高了计算效率;杨英杰^[6]利用概率密度演化理论进行随机激励下非线性框架结构的动力响应以及可靠度分析,并考察了计算过程中有限差分步长和响应量区间长度对可靠度分析的影响。以上这些方法在计算最终的动力可靠度时均使用了基于数值积分或点估计的计算过程,而这个过程不可避免地会引入计算误差。

基于自适应 Kriging 代理模型^[7]的可靠性分析方法近年来受到了越来越多的关注。相比于通过给定样本直接构建代理模型而言,自适应的代理模型能够根据需求自主地筛选出对设定目标贡献

最大的样本点,从而能够使用尽可能少的样本点来获得较好的代理结果。B. Echard 等^[8]根据 Kriging 代理的预测均值和方差,构建出 U 学习函数来对结构功能函数的极限状态面进行高效预测;B. J. Bichon 等^[9]通过构建期望可行性函数(EFF)来对结构功能函数进行代理,所构建的 EFF 同时考虑了样本点与极限状态面之间的距离以及预测样本的变异性;Sun Z L 等^[10]提出最小提高函数(LIF)来衡量新训练样本点的加入对失效概率的贡献大小。若使用 Kriging 代理模型方法来对动力可靠度进行计算,其构建的为材料力学性能参数与条件动力可靠度之间的代理模型,而最终的动力可靠度为条件动力可靠度的均值。以上学习函数的本质在于将功能函数的极限状态面代理准确,而非代理模型输出的均值。因此,以上学习函数均不能直接用来构建自适应的 Kriging 模型对动力可靠度进行计算。

陶瓷基复合材料具有轻质性、高强韧性、抗氧化等优异特性,因此将该材料应用于航空发动机、飞行器机翼等结构上能够极大地减轻结构的重量,提高其性能。近年以来,基于陶瓷基复合材料的结构设计制造已经成为研究重点^[11-14]。

本文研究 C/SiC 陶瓷基复合材料蒙皮骨架结构在承受随机振动载荷环境下的动力可靠度分析问题。结合基于马尔科夫过程假设^[15-16]的动力可靠度计算公式,构建材料力学性能参数与条件动力可靠度之间的 Kriging 代理模型;基于 Kriging 模型推导计算动力可靠度的解析表达式;提出一个新的学习函数构建自适应的 Kriging 代理模型,并进行可靠度分析计算。

1 结构动力可靠度分析

一般情况下,可将结构在动态载荷作用下的动力响应表达为 $y(t)$ 。结构的动力可靠度 R_T 定义为动力响应 $y(t)$ 绝对值在时间区间 $[0, T]$ 内不超过安全界限值 ϵ 的概率,即

$$R_T = P\{|y(t)| \leq \epsilon, \forall t \in [0, T]\} \quad (1)$$

在通过首次超越理论计算结构的动力可靠度 R_T 时,基于假定动力响应 $y(t)$ 与安全界限的交叉次数服从马尔科夫过程可得到动力可靠度计算公式:

$$R_T = \exp \left\{ -vT \exp \left(-\frac{\epsilon^2}{2\sigma_y^2} \right) \frac{1 - \exp \left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{q\epsilon}{\sigma_y} \right)}{1 - \exp \left(-\frac{\epsilon^2}{2\sigma_y^2} \right)} \right\} \quad (2)$$

式中: $v = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}}$ 为动力响应 $y(t)$ 的平均穿零率; σ_y 为动力响应 $y(t)$ 的标准差, 且 $\sigma_y = \sqrt{\lambda_0}$; $q = \sqrt{1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0 \lambda_2}}$ 为功率谱带宽参数; $\lambda_k (k=0, 1, 2)$ 为随机过程功率谱的 k 阶谱矩, 可以通过式(3)进行计算。

$$\lambda_k = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^k S_{yy}(\omega) d\omega \quad (3)$$

式中: $S_{yy}(\omega)$ 为动力响应 $y(t)$ 的自功率谱密度函数。

本文针对在随机振动载荷和随机材料力学性能参数作用下的 C/SiC 陶瓷基复合材料蒙皮骨架结构的动力可靠度进行求解, 其中随机振动载荷以 PSD 的形式进行加载。在通过有限元软件进行模型的不确定性分析时, 可直接输出动力响应 $y(t)$ 的自功率谱密度函数 $S_{yy}(\omega)$ 。

2 考虑材料力学性能参数不确定性动力可靠度高效算法

直接使用上一节中给出的公式计算结构的动力可靠度时无法考虑材料力学性能参数的不确定性。在此使用 $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ 和 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 分别表示需要考虑的具有随机不确定性的 n 维材料力学性能参数向量及其实现值, 则上一节中给出的计算公式仅仅能计算出在给定材料力学性能参数实现值 \mathbf{x} 下的动力可靠度结果, 记其结果为 $R_T(\mathbf{x})$ 。则同时考虑载荷随机性和材料力学性能参数随机性的动力可靠度 R_{TX} 可计算为

$$R_{TX} = \int_{-\infty}^{+\infty} R_T(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (4)$$

式中: $f_X(\mathbf{x})$ 为材料力学性能参数向量 \mathbf{X} 的联合概率密度函数。

式(4)为 n 维积分问题, 由于在材料力学性能参数实现值 \mathbf{x} 与动力可靠度 $R_T(\mathbf{x})$ 之间往往不具有显式关系, 因此解析求解公式(4)显得尤为困难。求解上式的传统方法为 Monte Carlo (MC) 模拟法, 该方法通过抽取材料力学性能参数向量 \mathbf{X} 的

大量样本, 并计算在每一样本下的条件动力可靠度结果, 最终通过求解所有条件动力可靠度结果的均值来获得 R_{TX} 的结果。在抽取的材料力学性能参数样本足够大的情况下, 该方法能够获得精确的动力可靠度 R_{TX} 的结果。但是该方法需要大量的调用有限元分析软件, 因此其计算效率较低, 在工程上往往不可行。为了提高计算效率, 可通过各种点估计方法如稀疏网格法^[17]产生少量样本点来计算动力可靠度 R_{TX} 。由于稀疏网格法是一种能够同时兼顾计算精度和效率的高效点估计方法, 本文以稀疏网格法计算得到的动力可靠度结果作为对照解。

2.1 基于 Kriging 模型的动力可靠度解析表达

本文使用 Kriging 模型来构建不确定材料力学性能参数向量 \mathbf{X} 与条件动力可靠度 $R_T(\mathbf{X})$ 之间的代理模型, 然后基于所构建的代理模型和公式(4)计算最终的动力可靠度 R_{TX} 。在此记构建的条件动力可靠度代理模型为 $\hat{R}_T(\mathbf{X})$, 则基于 Kriging 模型理论^[7], 可将 $\hat{R}_T(\mathbf{X})$ 表达为

$$\hat{R}_T(\mathbf{X}) = \mathbf{h}^T(\mathbf{X}) \boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{X}) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{h}(\mathbf{X}) = [h_1(\mathbf{X}), h_2(\mathbf{X}), \dots, h_p(\mathbf{X})]^T$ 为关于不确定材料力学性能参数向量 \mathbf{X} 的回归模型; $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p]^T$ 为回归参数向量, 其中 p 的选取与回归多项式的阶数有关, 当选取 0 阶多项式时, $p = 1$; 选取 1 阶多项式时, $p = n + 1$; 选取 2 阶多项式时, $p = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ 。由于 0 阶多项式针对不同的问题均具有较好的稳健性, 本文选取 0 阶多项式; $z(\mathbf{X})$ 为均值为 0 的稳态高斯过程, 其协方差为

$$\text{cov}(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) = \sigma^2 R_\theta(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{x}^{(i)}$ 和 $\mathbf{x}^{(j)}$ 为不确定材料力学性能参数向量 \mathbf{X} 的任意两个实现值; σ^2 和 $R_\theta(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)})$ 分别为稳态高斯过程 $z(\mathbf{X})$ 的方差和相关函数。

本文使用如下的相关函数:

$$R_\theta(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) = \exp \left\{ - \sum_{k=1}^n \theta_k (x_k^{(i)} - x_k^{(j)})^2 \right\} \quad (7)$$

式中: $\theta_k (k=1, 2, \dots, n)$ 为参数。

假定已有训练集 $\mathbf{x}^* = (\mathbf{x}^{*(1)}, \mathbf{x}^{*(2)}, \dots, \mathbf{x}^{*(m)})$

和相应的条件动力可靠度 $\hat{\mathbf{R}}_T^* = [(\hat{R}_T \mathbf{x}^{*(1)}), \hat{R}_T(\mathbf{x}^{*(2)}), \dots, \hat{R}_T(\mathbf{x}^{*(m)})]^T$, 其中 $\mathbf{x}^{*(i)}$ ($i=1, 2, \dots, m$) 表示不确定材料力学性能参数向量 \mathbf{X} 的第 i 组样本。基于 Kriging 模型理论^[7] 可得到的回归参数 β 和稳态高斯过程 $z(\mathbf{X})$ 的方差 σ^2 为

$$\beta = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{R}}_T^* \quad (8)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{m} (\hat{\mathbf{R}}_T^* - \mathbf{F}\beta)^T \mathbf{R}^{-1} (\hat{\mathbf{R}}_T^* - \mathbf{F}\beta) \quad (9)$$

式中: \mathbf{F} 为回归矩阵, 其元素为 $F_{ij} = h_j(\mathbf{x}^{*(i)})$ ($i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$); \mathbf{R} 为相关矩阵, 其元素为 $R_{ij} = R_\theta(\mathbf{x}^{*(i)}, \mathbf{x}^{*(j)})$ ($i, j=1, 2, \dots, m$)。

对于任意一个预测点 \mathbf{x} , 通过 Kriging 模型得到的预测均值 $\mu_{\hat{R}_T}(\mathbf{x})$ 和预测方差 $\sigma_{\hat{R}_T}^2(\mathbf{x})$ 分别为

$$\mu_{\hat{R}_T}(\mathbf{x}) = \mathbf{h}^T(\mathbf{x})\beta + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\hat{\mathbf{R}}_T^* - \mathbf{F}\beta) \quad (10)$$

$$\sigma_{\hat{R}_T}^2(\mathbf{x}) = \sigma^2 [1 - \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}\mathbf{r}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^T(\mathbf{x})(\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{u}(\mathbf{x})] \quad (11)$$

式中: $\mathbf{r}(\mathbf{x}) = [R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(1)}), R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(2)}), \dots, R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(m)})]^T$ 且 $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}(\mathbf{x}) - \mathbf{h}(\mathbf{x})$ 。

一般情况下, 在获得条件动力可靠度 $R_T(\mathbf{X})$ 代理模型后, 需要将其结合式(4)使用数值积分等方法来计算最终的动力可靠度 R_{TX} 。虽然此时已不需要调用真实有限元分析软件进行计算, 但是由于使用数值积分, 这个过程往往会引入新的计算误差。为了避免由于使用数值积分所导致的计算误差, 本文基于 Kriging 模型, 推导出计算动力可靠度 R_{TX} 的解析表达式。将条件动力可靠度 $R_T(\mathbf{X})$ 的 Kriging 预测均值代入式(4), 得到动力可靠度 R_{TX} 的计算式:

$$R_{TX} = \int_{-\infty}^{+\infty} [\mathbf{h}^T(\mathbf{x})\beta + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\hat{\mathbf{R}}_T^* - \mathbf{F}\beta)] f_X(\mathbf{x}) dx \quad (12)$$

本文假定所有的随机材料力学性能参数 \mathbf{X} 服从正态分布, 且其均值向量 $\boldsymbol{\mu}_x$ 和协方差矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_x^2$ 分别为 $\boldsymbol{\mu}_x = [\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}]^T$, $\boldsymbol{\sigma}_x^2 = \text{diag}(\sigma_{x_1}^2, \sigma_{x_2}^2, \dots, \sigma_{x_n}^2)$ 。

$$m_X^{(i)}(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) =$$

$$(2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\mathbf{A} + \boldsymbol{\sigma}_x^2|^{-\frac{1}{2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{a}_i - \boldsymbol{\mu}_x)^T (\mathbf{A} + \boldsymbol{\sigma}_x^2)^{-1} (\mathbf{a}_i - \boldsymbol{\mu}_x)\right\} \mathbf{I}_X(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} S^{(i)} \mathbf{I}_X(\mathbf{x}) \quad (16)$$

$\dots, \sigma_{x_n}^2$)。若材料力学性能参数为非正态变量, 可通过等概率转化将其转化为正态变量。进一步将式(12)写为

$$R_{TX} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}^T(\mathbf{x})\beta f_X(\mathbf{x}) dx + \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\hat{\mathbf{R}}_T^* - \mathbf{F}\beta) f_X(\mathbf{x}) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}^T(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) dx \times \beta + \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{r}^T(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) dx \times \mathbf{R}^{-1}(\hat{\mathbf{R}}_T^* - \mathbf{F}\beta) \quad (13)$$

在此使用 0 阶回归多项式, 其对应的回归模型 $\mathbf{h}(\mathbf{X}) = 1$, 此时回归参数为 β 。并将 $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ 的表达代入上式, 将 R_{TX} 表达为

$$R_{TX} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(\mathbf{x}) dx \times \beta + \int_{-\infty}^{+\infty} [R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(1)}), R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(2)}), \dots, R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(m)})] f_X(\mathbf{x}) dx \times \mathbf{R}^{-1}(\hat{\mathbf{R}}_T^* - \mathbf{F}\beta) = \beta + \int_{-\infty}^{+\infty} [R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(1)}), R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(2)}), \dots, R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(m)})] f_X(\mathbf{x}) dx \times \mathbf{R}^{-1}(\hat{\mathbf{R}}_T^* - \mathbf{F}\beta) \quad (14)$$

式中: $R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(i)})$ ($i=1, 2, \dots, m$) 由式(7)进行求解。

在此定义 $\mathbf{A} = \text{diag}\left(\frac{1}{2\theta_1}, \frac{1}{2\theta_2}, \dots, \frac{1}{2\theta_n}\right)$ 和 $\mathbf{a}_i = \mathbf{x}^{*(i)}$, 则 $R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(i)}) f_X(\mathbf{x})$ ($i=1, 2, \dots, m$) 可写为

$$R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(i)}) f_X(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\mathbf{A}|^{-\frac{1}{2}} (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\mathbf{A}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{a}_i)^T \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{a}_i)\right\} f_X(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\mathbf{A}|^{-\frac{1}{2}} m_X^{(i)}(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) \quad (15)$$

式中:

$$m_X^{(i)}(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\mathbf{A}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{a}_i)^T \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{a}_i)\right\}$$

是服从均值为 \mathbf{a}_i , 协方差为 \mathbf{A} 的正态分布密度函数。任意的两个正态概率密度函数乘积 $m_X^{(i)}(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x})$ 可写成如式(16)所示的另一非标准的正态密度函数^[18]:

式中:

$$S^{(i)} = |\mathbf{A} + \sigma_X^2|^{-\frac{1}{2}}$$

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{a}_i - \boldsymbol{\mu}_X)^\top (\mathbf{A} + \sigma_X^2)^{-1} (\mathbf{a}_i - \boldsymbol{\mu}_X)\right\}$$

为一确定的常数; $\mathbf{I}_X(\mathbf{x})$ 为协方差向量 σ_{IX}^2 和均值

向量 $\boldsymbol{\mu}_{IX}$ 分别为 $\sigma_{IX}^2 = [\mathbf{A}^{-1} + (\sigma_X^2)^{-1}]^{-1}$ 和 $\boldsymbol{\mu}_{IX} = \sigma_{IX}^2 [\mathbf{A}^{-1} \mathbf{a}_i + (\sigma_X^2)^{-1} \boldsymbol{\mu}_X]$ 的正态密度函数。将式(15)和式(16)代入式(14)中的积分部分可得到:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{*(i)}) f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi)^{\frac{n}{2}} |\mathbf{A}|^{\frac{1}{2}} (2\pi)^{-\frac{n}{2}} S^{(i)} \mathbf{I}_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = |\mathbf{A}|^{\frac{1}{2}} S^{(i)} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{I}_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = |\mathbf{A}|^{\frac{1}{2}} S^{(i)} \quad (17)$$

若 $\boldsymbol{\gamma} = [|\mathbf{A}|^{\frac{1}{2}} S^{(1)}, |\mathbf{A}|^{\frac{1}{2}} S^{(2)}, \dots, |\mathbf{A}|^{\frac{1}{2}} S^{(m)}]$, 则动力可靠度 R_{TX} 的解析表达式为

$$R_{TX} = \beta + \boldsymbol{\gamma} \mathbf{R}^{-1} (\hat{\mathbf{R}}_T^* - \mathbf{F}\beta) \quad (18)$$

式(18)中所有输入量均为在构建代理模型时可以得到,因此动力可靠度 R_{TX} 可以通过上式便捷地进行求解。同时,通过该解析表达式对动力可靠度 R_{TX} 进行求解可以避免使用数值积分时引入的计算误差。

2.2 新学习函数

在使用 Kriging 模型对预测点 \mathbf{x} 进行预测时,一般使用预测均值 $\hat{\mu}_{R_T}(\mathbf{x})$ 作为预测结果,使用预测方差 $\sigma_{R_T}^2(\mathbf{x})$ 来表示预测结果的精度。预测方差 $\sigma_{R_T}^2(\mathbf{x})$ 越大,表示预测结果的精度越差。因此,通过将预测方差较大的样本点加入到训练集,可以有效地改善 Kriging 模型代理的精度。基于此,可以构建出各种形式的学习函数来筛选新的训练样本点从而有效提高 Kriging 模型代理的精度。本文提出一种新的学习函数来构建自适应的 Kriging 代理模型计算动力可靠度 R_{TX} 。

本文构建条件动力可靠度代理模型 $\hat{R}_T(\mathbf{X})$ 的目的不同于一般概率可靠性分析中构建地功能函数代理模型。在一般概率可靠性分析中,构建功能函数代理模型的目的在于将极限状态面代理准确。

而本文构建条件动力可靠度代理模型 $\hat{R}_T(\mathbf{X})$ 的目的在于将其均值计算准确,即式(4)所示的动力可靠度 R_{TX} 。

为了使筛选出的新的训练样本点对于计算 $\hat{R}_T(\mathbf{X})$ 的均值 R_{TX} 有较大的贡献,则符合以下四个条件的样本点需要被挑选出来。

(1) 在该样本点处, Kriging 模型的预测 $\hat{R}_T(\mathbf{X})$ 与 R_{TX} 之间的差异较大。那些预测 $\hat{R}_T(\mathbf{X})$ 与 R_{TX} 差异较大的样本点对于 R_{TX} 的计算精度具有较大的影响,因此需要保证 Kriging 模型在这些样本点的预测具有较高的精度。

(2) 在该样本点处, Kriging 模型的预测方差 $\sigma_{R_T}^2(\mathbf{x})$ 较大。预测方差 $\sigma_{R_T}^2(\mathbf{x})$ 较大的样本点,其预测精度较差,因此需要提高代理模型在这些样本点处的预测精度。

(3) 联合概率密度 $f_X(\mathbf{x})$ 较大的不确定性材料力学性能参数样本 \mathbf{x} 对 Kriging 模型预测 $\hat{R}_T(\mathbf{x})$ 的均值 R_{TX} 具有较大的贡献,因此在挑选新的训练样本点时,联合概率密度较大的不确定性材料力学性能参数样本应给予较大的权重。

(4) 挑选出的新训练样本点与已有训练样本点之间不应过于聚集,否则易导致代理模型在局部具有较高的预测精度而在全局预测精度较差,这对于 R_{TX} 的计算精度有较大影响。

根据已有训练样本集 $\mathbf{x}^* = (\mathbf{x}^{*(1)}, \mathbf{x}^{*(2)}, \dots, \mathbf{x}^{*(m)})$, 假定样本池为 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)})$, 其中 $\mathbf{x}^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 表示样本池中的第 i 个样本。对于提出的挑选新训练样本点的条件(1), 可通过式(19)衡量 Kriging 模型预测 $\hat{R}_T(\mathbf{x})$ 与 R_{TX} 之间的差异:

$$V(\mathbf{x}) = |\hat{R}_T(\mathbf{x}) - R_{TX}| \quad (19)$$

由于 $\hat{R}_T(\mathbf{x}) \times N[\hat{\mu}_{R_T}(\mathbf{x}), \sigma_{R_T}^2(\mathbf{x})]$, 因此得到 $[\hat{R}_T(\mathbf{x}) - R_{TX}] \times N[\hat{\mu}_{R_T}(\mathbf{x}) - R_{TX}, \sigma_{R_T}^2(\mathbf{x})]$ 。由概率论的知识可进一步得知 $V(\mathbf{x})$ 服从折叠正态分布^[19], 其概率密度函数为

$$f_V[v, \mu_{\hat{R}_T}(\mathbf{x}), \sigma_{\hat{R}_T}(\mathbf{x})] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\hat{R}_T}(\mathbf{x})} \times \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{\hat{R}_T}^2(\mathbf{x})}(v - \mu_{\hat{R}_T}(\mathbf{x}) + R_{TX})^2\right] + \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{\hat{R}_T}^2(\mathbf{x})}(v + \mu_{\hat{R}_T}(\mathbf{x}) - R_{TX})^2\right] \right\} \quad (20)$$

同时可求得 $V(\mathbf{x})$ 的均值 $\mu_V(\mathbf{x})$ 为^[20]

$$\mu_V(\mathbf{x}) = E[V(\mathbf{x})] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{\hat{R}_T}(\mathbf{x}) \exp\left\{-\frac{[\mu_{\hat{R}_T}(\mathbf{x}) - R_{TX}]^2}{\sigma_{\hat{R}_T}^2(\mathbf{x})}\right\} + [\mu_{\hat{R}_T}(\mathbf{x}) - R_{TX}] \left[2\Phi\left(\frac{\mu_{\hat{R}_T}(\mathbf{x}) - R_{TX}}{\sigma_{\hat{R}_T}(\mathbf{x})}\right) - 1\right] \quad (21)$$

使用 $\mu_V(\mathbf{x})$ 来衡量模型预测 $\hat{R}_T(\mathbf{x})$ 与 R_{TX} 之间的差异,且 $\mu_V(\mathbf{x})$ 越大,表示差异越大。

对于以上提出的条件(2)和(3),分别使用模型预测标准差 $\sigma_{\hat{R}_T}(\mathbf{x})$ 与联合概率密度 $f_X(\mathbf{x})$ 作为衡量标准。对于条件(4),使用已有训练样本点 $\mathbf{x}^* = (\mathbf{x}^{*(1)}, \mathbf{x}^{*(2)}, \dots, \mathbf{x}^{*(m)})$ 与样本池中样本点 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)})$ 之间的欧式距离来衡量。因此可得到如下的 $N \times m$ 欧式距离矩阵:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1m} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{N1} & L_{N2} & \cdots & L_{Nm} \end{bmatrix} \quad (22)$$

式中: $L_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k^{(i)} - x_k^{*(j)})^2}$ ($i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, m$) 表示样本池中第 i 个样本 $\mathbf{x}^{(i)}$ 与已有的第 j 个训练样本 $\mathbf{x}^{*(j)}$ 之间的欧式距离。则样本池中第 i 个样本 $\mathbf{x}^{(i)}$ 与已有训练样本 \mathbf{x}^* 之间的最短欧式距离 $L_{\min}(\mathbf{x}^{(i)})$ 为

$$L_{\min}(\mathbf{x}^{(i)}) = \min \{L_{i1}, L_{i2}, \dots, L_{im}\} \quad (23)$$

使用 $L_{\min}(\mathbf{x}^{(i)})$ 避免训练样本点之间过于聚集的问题。

基于以上分析,可构建针对样本池中第 i 个样本 $\mathbf{x}^{(i)}$ 的学习函数表达式:

$$M(\mathbf{x}^{(i)}) = \mu_V(\mathbf{x}^{(i)}) \sigma_{\hat{R}_T}(\mathbf{x}^{(i)}) f_X(\mathbf{x}^{(i)}) L_{\min}(\mathbf{x}^{(i)}) \quad (24)$$

则能够使学习函数 $M(\mathbf{x}^{(i)})$ 最大化的样本池中样本点 $\mathbf{x}^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 需要被筛选出来更新 Kriging 代理模型,即新的训练样本点 $\mathbf{x}^{*(new)}$ 通过式(25)挑选:

$$\mathbf{x}^{*(new)} = \arg \max_{i=1}^N M(\mathbf{x}^{(i)}) \quad (25)$$

由于动力可靠度 R_{TX} 事先不知道,因此本文在计算 $\mu_V(\mathbf{x}^{(i)})$ 时均使用当前的 Kriging 代理结合推导出的动力可靠度 R_{TX} 计算公式(18)进行求解。

2.3 自适应代理过程求解动力可靠度

将自适应 Kriging 代理模型方法结合所提出的新学习函数来计算动力可靠度 R_{TX} 的计算步骤总结如下:

步骤 1: 使用材料力学性能参数向量 \mathbf{X} 的联合概率密度函数 $f_X(\mathbf{x})$ 产生 N 组样本 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)})$ 作为样本池,并随机抽选出 m 组样本作为初始训练样本集 $\mathbf{x}^* = (\mathbf{x}^{*(1)}, \mathbf{x}^{*(2)}, \dots, \mathbf{x}^{*(m)})$,结合式(2)计算相应的条件动力可靠度结果。

步骤 2: 使用当前的训练样本集 $\mathbf{x}^* = (\mathbf{x}^{*(1)}, \mathbf{x}^{*(2)}, \dots, \mathbf{x}^{*(m)})$ 和相应的条件动力可靠度结果构建 Kriging 代理模型。

步骤 3: 使用当前的 Kriging 代理模型对样本池中的样本 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)})$ 进行预测,并使用解析公式(18)计算动力可靠度 R_{TX} 的结果。如果连续两次计算得到的动力可靠度 R_{TX} 相对误差小于 10^{-4} ,输出当前的 R_{TX} 作为动力可靠度结果。否则,使用式(24)计算样本池中样本 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)})$ 对应的学习函数的结果 $M(\mathbf{x}^{(i)})$ ($i = 1, 2, \dots, N$)。

步骤 4: 使用式(25)计算新的训练样本点 $\mathbf{x}^{*(new)}$ 并将其添加加入训练集,结合式(2)计算在该样本下的条件动力可靠度结果,令 $m = m + 1$ 并返回步骤 2。

3 蒙皮骨架结构动力可靠度计算

飞机蒙皮骨架结构为飞机机翼典型构型件,研究飞机蒙皮骨架结构在随机振动载荷下的动力可靠度分析问题对于评估飞机机翼的整体安全性能具有一定指导意义。在此通过本文提出的高效方法对飞机蒙皮骨架结构在随机振动载荷以及随机材料力学性能参数共同作用下的动力可靠度进行计算分析。简化的蒙皮骨架结构的尺寸如图 1 所示。

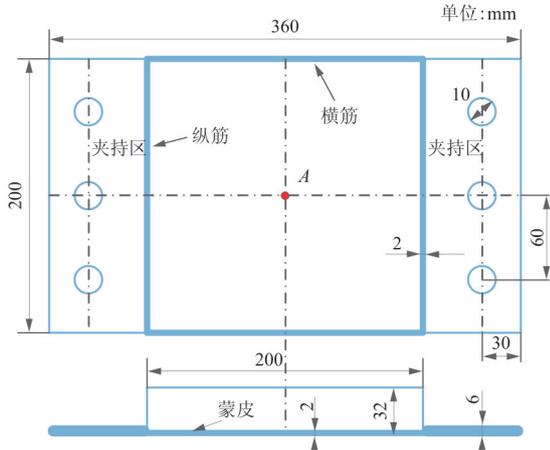


图 1 飞机蒙皮骨架结构尺寸

Fig. 1 Geometric size of the aircraft skin frame structure

蒙皮骨架结构承受的随机振动载荷以加速度功率谱密度的形式进行加载如图 2 所示,持续时间为 3 min。

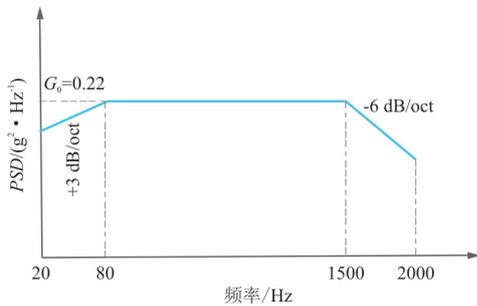


图 2 随机振动功率谱密度

Fig. 2 Random vibration power spectral density

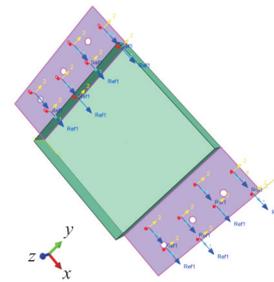
具有随机不确定性的材料力学性能参数包括 C/SiC 复合材料弹性模量 E_1 和 E_2 (其中 1 和 2 分别表示复合材料的两个方向),泊松比 ν ,面内剪切模量 G_{12} 、 G_{13} 和 G_{23} ,密度 ρ 以及结构的阻尼比 γ 。由于复合材料属性导致 $E_1 = E_2$, $G_{13} = G_{23}$ 。本文假定各个材料力学性能参数的分布类型及分布参数如表 1 所示,其中 γ 的变异系数为 0.03,其余参数的变异系数为 0.05。

表 1 输入材料力学性能参数分布类型及分布参数

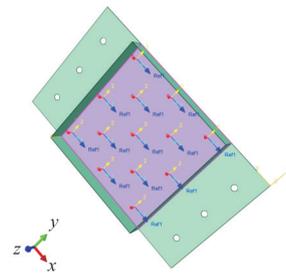
Table 1 Distribution solutions of input random parameters

随机参数	分布类型	均值
$E_1 = E_2 / \text{MPa}$	正态分布	112 530
ν	正态分布	0.195
G_{12} / MPa	正态分布	33 150
$G_{13} = G_{23} / \text{MPa}$	正态分布	35 740
$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	正态分布	2 000
γ	对数正态分布	0.3

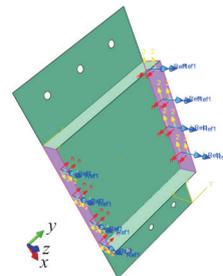
使用 Abaqus 15.0 对图 1 所示的飞机蒙皮骨架结构进行建模,以蒙皮中点(图 1 所示 A 点)在垂直于蒙皮方向(沿 z 轴)的位移超过指定值 ϵ 定义为结构失效。C/SiC 复合材料的铺层结果如图 3 所示,复合材料按照 0° 和 90° 方向交替铺设,单层厚度 0.2 mm,夹持区铺设 30 层,其他部分铺设 10 层。



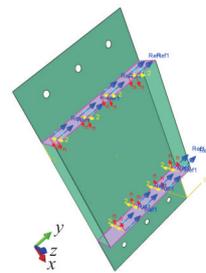
(a) 夹持区



(b) 蒙皮



(c) 横筋



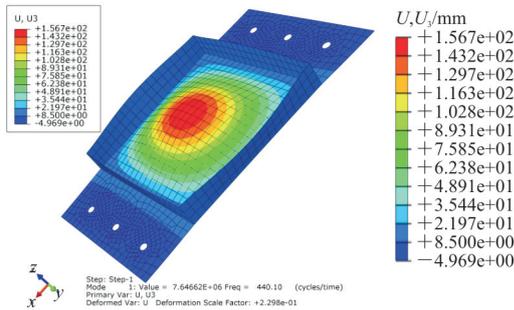
(d) 纵筋

图 3 C/SiC 复合材料铺层

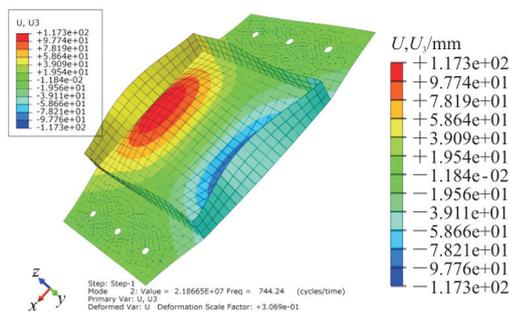
Fig. 3 C/SiC composite layup

蒙皮骨架结构前四阶模态如图 4 所示,其中

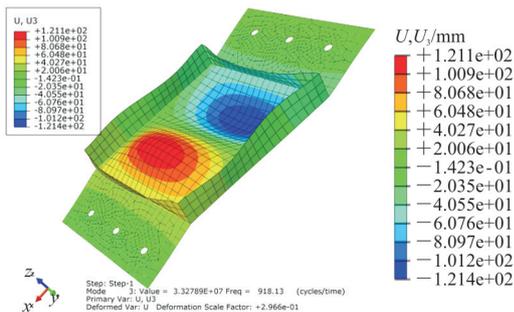
U_3 表示沿 z 轴的位移。



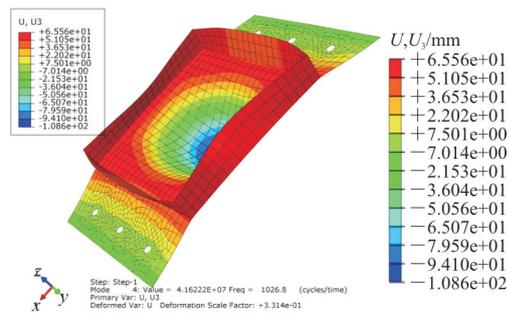
(a) 1 阶模态



(b) 2 阶模态



(c) 3 阶模态



(d) 4 阶模态

图 4 蒙皮骨架结构前四阶模态

Fig. 4 The first four modes of the aircraft skin frame structure

从图 4 可以看出:蒙皮骨架结构的前四阶模态对应的频率分别为 440.10, 744.24, 918.13 和 1 026.8 Hz。

在材料力学性能参数均值处 A 点沿 z 轴位移的功率谱密度曲线如图 5 所示,可以看出:在如图 2 所示的功率谱密度振动载荷作用下,对该蒙皮骨架结构影响较大的为其前四阶模态所确定的频率范围;且在 1 阶模态对应的频率处,该蒙皮骨架结构的响应功率谱密度具有最大值,说明 1 阶模态对振动载荷的响应起主要作用。

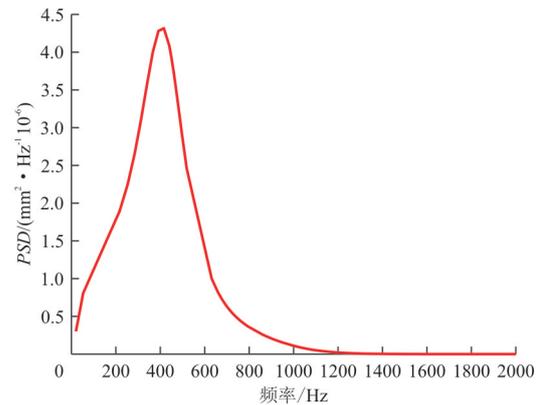


图 5 在材料力学性能参数均值处 A 点沿 z 轴位移 PSD 曲线

Fig. 5 Displacement PSD curve of point A along z -axis under the mean values of input parameters

不同阈值下的动力可靠度计算结果如表 2 所示,其中 SP 为稀疏网格方法;MC 为 Monte Carlo 模拟方法;Kriging 为本文提方法; N_{call} 为调用有限元模型进行分析的次数。

表 2 动力可靠度计算结果

Fig. 2 The solutions of dynamic reliability

ϵ	方法	R_{TX}	N_{call}
0.22	MC	0.979 2	5 000
	SP	0.978 8	85
	Kriging	0.978 9	45
0.23	MC	0.993 7	5 000
	SP	0.993 3	85
	Kriging	0.993 8	43
0.25	MC	0.999 5	5 000
	SP	0.999 3	85
	Kriging	0.999 6	12

从表 2 可以看出:所提自适应 Kriging 代理方法具有较高的计算精度,同时能够极大的减少计算

成本;所提的自适应 Kriging 代理模型方法的计算效率高于基于稀疏网格技术的方法,且随着给定阈值 ϵ 的提高,自适应 Kriging 代理模型方法的计算量减小,而基于稀疏网格技术的方法计算量保持为恒定值。

在 $\epsilon=0.23$ 时,提出的自适应 Kriging 代理方法与非自适应 Kriging 代理方法计算出的动力可靠度的收敛图如图 6 所示。

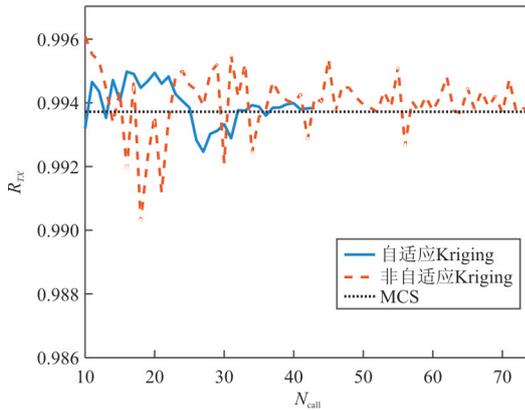


图 6 动力可靠度计算结果随计算量变化图

Fig. 6 Dynamic reliability varied with costs

从图 6 可以看出:通过结合本文所提新的学习函数来构建自适应的 Kriging 代理模型,可以极大地减小计算成本,提高收敛速度,同时结果具有较大精度。

4 结 论

(1) 本文采用了一种能够同时考虑载荷随机性和材料力学性能参数随机性的动力可靠度计算新方法,通过构建的 Kriging 代理模型推导出了动力可靠度的解析表达式,避免了由于基于 Kriging 模型使用数值积分方法对动力可靠度进行求解时所引入的计算误差。

(2) 提出了一种新的学习函数来筛选对计算动力可靠度有较大贡献的新训练样本点,所提学习函数同时考虑了预测值与动力可靠度的差异,预测值的标准差、预测样本的密度和其与已有训练样本点之间的距离。基于所提学习函数,可以构建自适应的 Kriging 代理模型过程,从而能够使用尽可能少的计算成本获得准确的动力可靠度计算结果。

(3) 通过飞机蒙皮骨架结构在振动载荷作用下的动力可靠度分析结果可以看出,所提高效方法

不仅具有较高的计算精度,同时能够极大地减少计算量,节约计算成本。

参考文献

- [1] 陈颖,王东升,朱长春. 随机结构在随机载荷下的动力可靠度分析[J]. 工程力学, 2006, 23(10): 82-85.
CHEN Ying, WANG Dongsheng, ZHU Changchun. Dynamic reliability analysis of stochastic structures subjected to random loads [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23 (10): 82-85. (in Chinese)
- [2] 陈建兵,李杰. 复合随机振动系统的动力可靠度分析[J]. 工程力学, 2005, 22(3): 135-149.
CHEN Jianbing, LI Jie. Dynamic reliability assessment of double random vibration systems [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(3): 135-149. (in Chinese)
- [3] 乔红威,吕震宙,关爱锐,等. 平稳随机激励下随机结构动力可靠度分析的多项式逼近法[J]. 工程力学, 2009, 26(2): 60-64.
QIAO Hongwei, LÜ Zhenzhou, GUAN Airui, et al. Dynamic reliability analysis of stochastic structures under stationary random excitation using hermite polynomials approximation [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(2): 60-64. (in Chinese)
- [4] RAHMAN S, XU H. A univariate dimension-reduction method for multi-dimensional integration in stochastic mechanics [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2004, 19(4): 393-408.
- [5] 谭平,刘良坤,李祥秀,等. 随机结构地震激励下的可靠度 Gauss-legendre 积分法[J]. 振动工程学报, 2015, 28(2): 211-216.
TAN Ping, LIU Liangkun, LI Xiangxiu, et al. Reliability of stochastic structure under seismic excitation using Gauss-legendre integrate method [J]. Journal of Vibration Engineering, 2015, 28(2): 211-216. (in Chinese)
- [6] 杨英杰. 基于概率变换法和概率密度演化理论的结构随机振动分析[D]. 大连:大连理工大学, 2017.
YANG Yingjie. Random vibration analysis of structures based on probability transformation method and probability density evolution theory [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2017. (in Chinese)
- [7] LOPHAVEN S N, NIELSEN H B, SNDRGAARD J. DACE-A MATLAB Kriging toolbox: IMM-TR-2002[R]. Denmark: Technical University of Denmark, 2002.
- [8] ECHARD B, GAYTON N, LEMAIRE M. AK-MCS: an active learning reliability method combining kriging and monte carlo simulation [J]. Structural Safety, 2011, 33: 145-154.
- [9] BICHON B J, ELDRED M S, SWILER L P, et al. Efficient global reliability analysis for nonlinear implicit performance functions [J]. AIAA Journal, 2008, 46(10): 2459-2468.

- [10] SUN Z L, WANG J, LI R, et al. LIF: a new Kriging based learning function and its application to structural reliability analysis[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2017, 157: 152-165.
- [11] 刘巧沐, 黄顺洲, 何爱杰. 碳化硅陶瓷基复合材料在航空发动机上的应用需求及挑战[J]. 材料工程, 2019, 47(2): 1-10.
LIU Qiaomu, HUANG Shunzhou, HE Aijie. Application requirements and challenges of CMC-SiC composites on aeroengine[J]. Journal of Materials Engineering, 2019, 47(2): 1-10. (in Chinese)
- [12] 刘婷. 复合材料层合板的开口补强研究进展[J]. 航空工程进展, 2013, 4(1): 10-16.
LIU Ting. Cutout reinforcement research progress of composite laminates[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2013, 4(1): 10-16. (in Chinese)
- [13] 齐方方, 王子钦, 李庆刚, 等. 超高温陶瓷基复合材料制备与性能的研究进展[J]. 济南大学学报, 2019, 33(1): 8-14.
QI Fangfang, WANG Ziqin, LI Qinggang, et al. Progress on preparation and properties of ultra-high temperature ceramic matrix composites[J]. Journal of University of Jinan, 2019, 33(1): 8-14. (in Chinese)
- [14] 周志彬, 谢旭, 李晓伟. 基于随机振动理论的连续刚构桥抗震动力可靠性分析[J]. 公路与汽运, 2017(6): 139-141.
ZHOU Zhibin, XIE Xu, LI Xiaowei. Dynamic reliability analysis of anti-vibration force of continuous steel bridge based on stochastic vibration theory[J]. Highways and Automotive Applications, 2017(6): 139-141. (in Chinese)
- [15] 李桂青, 曹宏, 李秋胜. 结构动力可靠性理论及其应用[M]. 北京: 地震出版社, 1993.
LI Guiqing, CAO Hong, LI Qiusheng. Structural dynamic reliability theory and application[M]. Beijing: Seismological Press, 1993. (in Chinese)
- [16] 赵岩. 结构非平稳随机振动分析的谱方法[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2017.
ZHAO Yan. Spectral method for structural non-stationary random vibration analysis[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2017. (in Chinese)
- [17] HE J, GAO S, GONG J. A sparse grid stochastic collocation method for structural reliability analysis[J]. Structural Safety, 2014, 51: 29-34.
- [18] RASMUSSEN C E, WILLIAMS C K I. Gaussian processes for machine learning[M]. Massachusetts: The MIT Press, 2006.
- [19] TSAGRIS M, BENEKI C, HASSANI H. On the folded normal distribution[J]. Mathematics, 2014, 2: 12-48.
- [20] ELANDT R C. The folded normal distribution: two methods of estimating parameters from moments[J]. Technometrics, 1996, 3(4): 551-562. (in Chinese)

作者简介:

石岩(1992—),男,博士研究生。主要研究方向:结构可靠性及其优化设计。

陈晓岚(1975—),男,硕士,高级工程师。主要研究方向:飞行器结构强度。

刘炜(1974—),男,博士,研究员。主要研究方向:飞行器结构动力学。

李昕(1983—),男,博士,高级工程师。主要研究方向:飞行器结构热防护。

(编辑:丛艳娟)