文章编号:1674-8190(2022)02-018-09

# 全动翼面间隙非线性气动弹性响应分析

王斐,冉玉国,谭光辉,李秋彦

(航空工业成都飞机设计研究所强度设计研究部,成都 610091)

摘 要:战斗机全动翼面操纵系统中普遍存在间隙,其非线性特性不但影响系统地面振动试验数据的有效性, 而且可能导致飞行器气动弹性稳定性边界产生偏差,因此有必要开展考虑间隙非线性的气动弹性响应分析研 究。以全动翼面旋转方向间隙为研究对象,基于虚拟质量法线性化模态振型,建立一组可以表达整个响应域变 形的统一模态振型;采用有理函数拟合,将频域非定常气动力转换到时域,分析不同间隙参数对应的极限环响 应特性。结果表明:当全动翼面结构系统中存在间隙时,在低于线性颤振边界的特定飞行区域,翼面会出现非 线性极限环振荡现象,间隙参数会影响极限环振荡幅值、频率以及极限环振荡的进入临界速压和发散临界 速压。

关键词: 气动弹性;虚拟质量;间隙;极限环;动态响应 中图分类号: V211.47 DOI: 10. 16615/j. cnki. 1674-8190. 2022. 02. 03

文献标识码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## Nonlinear Aeroelastic Response Analysis of Fully Moving Wing with Free Play

WANG Fei, RAN Yuguo, TAN Guanghui, LI Qiuyan (Strength Design and Research Department, AVIC Chengdu Aircraft Design and Research Institute, Chengdu 610091, China)

Abstract: The nonlinearity of free play is common existed in the control system of warcraft fully moving wing, which may not only affect the validity of the system ground vibration test data, but also lead to the deviation of aircraft aeroelastic stability boundary. Therefore it is necessary to carry out the aeroelastic response analysis considering the nonlinearity of free play. The free play in rotation direction of fully moving wing is taken as the research object. The fictitious mass method is used to normalize the modal shapes. A set of unified modal shapes that can express the whole response domain is established. The rational function is used to transform the unsteady aerodynamic force to the time domain. The limit cycle response characteristics corresponding to different parameters of free play are studied. The results show that, when there is free play in the fully moving wing structure system, the nonlinear oscillation phenomenon called limit cycle oscillation will occur when the velocity is lower than the linear flutter boundary. The parameters of free play will affect the amplitude and frequency of the limit cycle oscillation, as well as the entry critical velocity pressure and divergence critical velocity pressure.

Key words: aeroelasticity; fictitious mass; free play; limit cycle; dynamic response

收稿日期: 2021-07-09; 修回日期: 2021-09-16

通信作者: 王斐, 362049289@qq.com

引用格式: 王斐, 冉玉国, 谭光辉, 等. 全动翼面间隙非线性气动弹性响应分析[J]. 航空工程进展, 2022, 13(2): 18-26. WANG Fei, RAN Yuguo, TAN Guanghui, et al. Nonlinear aeroelastic response analysis of fully moving wing with free play[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2022, 13(2): 18-26. (in Chinese)

### 0 引 言

全动翼面凭借优良的操纵性和高效的结构形 式深受现代战斗机青睐,其操纵系统主要包括转 轴、转轴内外轴承、摇臂、作动器及安装支座等部 分。在实际工程结构制造与使用中,由于设计公 差、生产超差、装配误差及飞机服役过程中运动部 件的固有磨损等因素,具有相对运动的不同部件 连接处普遍存在非线性因素,由此导致操纵系统 刚度具有一定程度的非线性特征,其中最受气动 弹性研究人员关注的是间隙非线性[1-2]。间隙非线 性的存在会使基于线性计算理论的气动弹性计算 方法不再适用,可能导致结构产生极限环振荡等 非线性现象,影响飞机操稳特性及飞行品质,引起 结构疲劳问题;同时,间隙问题也将显著影响地面 振动试验,使测试结果分散性较大,如F-22控制面 的地面振动试验中出现了间隙非线性现象[3]。因 此有必要开展间隙非线性对飞机气动弹性特性的 影响分析研究。

美国F-16A战斗机外挂构型在试飞中出现了 极限环振荡现象,研究表明其可能为间隙导致,此 后间隙非线性越来越受到颤振研究人员关注<sup>[4]</sup>。 根据型号设计经验,工程上对全动翼面操纵系统 的间隙影响普遍达成了共识,美国军用规范MIL-A-8860和我国军用飞机结构强度规范GJB 67.7A—2008都对全动翼面操纵系统总间隙值做 出了规定,要求必须控制在0.034°以内,以使间隙 非线性对气动弹性特性的影响降到最低<sup>[5]</sup>。

目前国内外关于间隙非线性气动弹性分析方 法的研究主要有等效线性化法<sup>[6-7]</sup>、谐波平衡法<sup>[8]</sup>、 数值积分法<sup>[9-10]</sup>以及动态子结构法<sup>[11]</sup>等。张伟伟 等<sup>[12]</sup>采用等效线性化方法分析了带有间隙非线性 的舵面颤振特性;B.H.K.Lee等<sup>[13]</sup>采用谐波平衡 法研究了二元翼段的间隙非线性问题;Yang N 等<sup>[14]</sup>基于双协调自由界面动态子结构法,建立了 一种适用于多自由度工程结构的非线性动力学建 模方法,开展了折叠翼的非线性响应分析,并与风 洞试验结果对比;李家旭等<sup>[15]</sup>针对控制舵结构模 型,通过Lagrange方程获得了间隙非线性气动弹 性方程,分别研究了俯仰和扑动方向间隙非线性 的影响;章飞等<sup>[16]</sup>采用时域方法开展了操纵面间 隙非线性颤振分析,并与频率描述函数法进行 对比。

综上所述,间隙非线性研究主要侧重于分析 方法和非线性效应,大部分研究对象为二维低速 模型,面向工程应用的复杂三维模型相对较少,对 间隙非线性参数研究主要有间隙值、摩擦、预载以 及迟滞等因素。

本文面向工程应用,针对战斗机全动翼面开 展间隙非线性气动弹性分析。采用虚拟质量线性 化模态振型,应用有理函数法将频域非定常气动 力转换到时域,求解气动弹性响应,分别研究间隙 值、间隙刚度特性以及阻尼系数对结构非线性响 应的影响,以期为型号设计提供参考。

#### 1 理论背景

#### 1.1 间隙非线性气动弹性方程

为了提高分析效率,工程上一般将气动弹性 方程转换到模态空间下求解,间隙非线性气弹方 程可表示为

 $\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M} \boldsymbol{\Phi} \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C} \boldsymbol{\Phi} \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}_{\infty} \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{q}$ (1)

式中:M为结构质量矩阵;C为结构阻尼矩阵;K为 结构刚度矩阵;q为广义坐标向量; $q_{\infty}$ 为动压;A为 气动力系数矩阵; $\Phi$ 为模态振型。

间隙非线性主要体现在刚度矩阵*K*和模态 振型**Φ**。

#### 1.2 虚拟质量法

为了降低间隙非线性方程的求解难度,采用 虚拟质量法线性化模态振型,基本思想是建立一 组可以表达全响应域变形的统一模态振型,确保 时域积分过程中结构的连续变形<sup>[17-18]</sup>。

该方法通过在不考虑间隙的结构模型上施加 虚拟质量,建立虚拟质量模态振型,施加位置一般 选择在结构间隙环节附近。忽略阻尼项,施加虚 拟质量后的结构自由振动方程可表示为

 $\left[ -\omega_{FM}^{2}(M + \Delta M) + K_{1} \right] \boldsymbol{\Phi}_{FM} = 0 \quad (2)$ 式中:  $\Delta M$ 为虚拟质量;  $\boldsymbol{\Phi}_{FM}$ 为虚拟质量模态振型;  $\omega_{FM}$ 为虚拟质量模态频率;  $K_{1}$ 为无间隙结构刚度 矩阵。

用虚拟质量模态振型**Φ**FM 替代间隙非线性气

动弹性方程中的非线性模态振型 $\boldsymbol{\Phi}$ ,间隙非线性方 程可表示为

$$\bar{M}_{\rm FM}\ddot{q} + \bar{C}_{\rm FM}\dot{q} + \bar{K}_{\rm FM}q = q_{\infty}\Omega_{\rm FM}q$$
(3)
  

$$\ddagger \psi , \bar{M}_{\rm FM} = \boldsymbol{\Phi}_{\rm FM}^{\rm T} M \boldsymbol{\Phi}_{\rm FM}, \ \bar{C}_{\rm FM} = \boldsymbol{\Phi}_{\rm FM}^{\rm T} C \boldsymbol{\Phi}_{\rm FM},$$

 $\bar{K}_{\rm FM} = \boldsymbol{\Phi}_{\rm FM}^{\rm T} K \boldsymbol{\Phi}_{\rm FM}, \boldsymbol{\Omega}_{\rm FM} = \boldsymbol{\Phi}_{\rm FM}^{\rm T} A \boldsymbol{\Phi}_{\rm FM}$ 

采用虚拟质量模态振型,将结构质量矩阵、阻 尼矩阵、刚度矩阵以及气动力影响系数矩阵广义 化后,此时间隙非线性方程中的非线性项只有刚 度矩阵K。

#### 1.3 有理函数拟合

非定常气动力计算采用偶极子格网法,该方 法是基于小扰动线性化位势流频域方程的面元 法。间隙非线性方程求解需要非定常气动力在时 域状态作出描述,通常的方法是以拉普拉斯变量 描述的有理函数来近似拟合非定常气动力。本文 为获得较高的拟合精度并产生最小的气动力位 数,采用最小状态(MS)法进行非定常气动力的有 理函数拟合<sup>[19]</sup>。

MS法有理函数近似公式为

 $Q = A_0 + A_1 s + A_2 s^2 + D(sI - R)^{-1} Es$  (4) 式中:Q为广义气动力矩阵; $A_0, A_1, A_2, D, E$ 为待 定系数矩阵;R为滞后根矩阵;s为无量纲的拉普拉 斯变量。

#### 1.4 分析流程

在无间隙模型上施加虚拟质量,通过模态分 析,建立虚拟质量模态振型,替代间隙非线性系统 的非线性模态振型,对质量矩阵、阻尼矩阵、刚度 矩阵以及气动力矩阵进行广义化。非线性系统的 响应将非线性系统分成若干线性子系统,采用离 散时域状态空间法求解全动翼面的间隙非线性方 程。通过给定初始条件,迭代系统瞬态响应和线 性子系统,得到每个时间步长内的系统响应,具体 流程如图1所示。

分析流程中间隙非线性气弹方程的离散时域 状态空间形式可表示为

$$\left\{X\right\}_{k+1} = A\left\{X\right\}_{k} + B\left\{u\right\}_{k} \tag{5}$$

式中:X为结构状态和气动状态矩阵;u为外部干 扰;k为时间增量索引。

矩阵A和B由式(3)和式(4)联立,引入状态变 量可得,包含了非线性系统状态参数,在每个时间 步长内根据响应状态更新。



#### 算例与分析 2

#### 2.1 模型基本参数

全动翼面基本参数示意图如图2所示,转轴提 供弯曲刚度,翼面法向线弹簧提供旋转刚度,假设 模型在旋转方向存在间隙,通过该线弹簧模拟间 隙非线性刚度。





本文以双线性间隙为研究对象,如图3所示, 系统刚度是随响应位移变化的非线性参数。当模 型位移绝对值小于间隙值b时,线弹簧刚度为 $K_0$ , 当模型位移绝对值大于或等于间隙值b时,线弹簧 刚度为K<sub>1</sub>。翼面采用单梁式结构,翼肋、主梁及蒙 皮均采用玻璃纤维复材,梁架间填充硬泡沫,基本 参数如表1所示。



图 3 间隙非线性刚度示意图 Fig. 3 Diagram of nonlinear stiffness of free play

表日	L 模型	参数
Table 1	Model	parameters

参数	数值	参数	数值
展长/mm	360	主梁位置	40%弦长
根部弦长/mm	408	后掠角/(°)	50
翼尖弦长/mm	248.4	结构质量/kg	3.51

#### 2.2 虚拟质量模态

虚拟质量采用有限元集中质量单元模拟,为 了研究虚拟质量大小和位置对分析结果的影响, 本文采用5种虚拟质量,施加位置如图2所示,线 弹簧刚度K都取1100 N/mm,不同虚拟质量大小 和位置计算结果如表2所示,其中 $\phi_1 \sim \phi_3$ 对应位置 1, $\phi_4$ 对应位置2, $\phi_5$ 对应位置3。采用这5种虚拟 质量对应的模态振型( $\phi_i$ , $i=1,2,\dots,5$ ),基于频域 方法,分别针对线弹簧刚度为0和1100 N/mm的 模型(目标模型,无虚拟质量)开展振动和颤振分 析,与直接计算结果进行对比,如表3~表4所示, 可以看出: $\phi_2$ 对应的计算结果误差最小,振型如图 4所示。后续分析采用该虚拟质量,其施加于位置 1,大小为10 kg,绕重心的旋转方向转动惯量为 9.5×10<sup>4</sup> kg·mm<sup>2</sup>;而翼面绕自身重心旋转方向的 转动惯量为3.8×10<sup>4</sup> kg·mm<sup>2</sup>,可见虚拟质量的大 小与模型在同一数量级即可。

表2	不同虚拟质量模态频率计算结果	
----	----------------	--

Table 2	Calculation results of mode frequencies with
	different fictitious mass

振 型	旋转频率/ Hz	面内频率/ Hz	一扭频率/ Hz	二弯频率/ Hz
无虚拟质量	29.56	39.95	67.70	109.11
$\Phi_1(1 \mathrm{kg})$	29.41	39.49	65.05	108.54
$\Phi_2(10 \text{ kg})$	27.84	35.69	49.93	105.70
$\Phi_3(100 \mathrm{~kg})$	15.54	19.63	35.89	47.92
$\Phi_4(10 \text{ kg})$	9.63	16.39	32.75	63.12
$\Phi_5(10 \text{ kg})$	6.95	11.35	41.16	82.20

表3 K=0 N/mm下不同虚拟质量模态振型计算结果 Table 3 Calculation results with different fictitious mass modal shape at K=0 N/mm

Table 5 Calculation results with different neutrous mass modal shape at K 5 TV min						
振 型	旋转频率/Hz	面内频率/Hz	一扭频率/Hz	二弯频率/Hz	颤振速压/kPa	颤振频率/Hz
无虚拟质量	0	39.9	48.0	107.9	73.2	38.8
$\Phi_1(1 \text{ kg})$	14.4	40.0	49.8	107.9	53.2	41.8
$\Phi_2(10 \text{ kg})$	0.7	40.0	48.0	107.9	72.1	39.0
$\Phi_3(100 \text{ kg})$	0	40.0	48.0	107.9	61.3	39.9
$\Phi_4(10 \text{ kg})$	15.9	39.9	50.7	108.1	39.5	44.4
$\Phi_5(10 \text{ kg})$	15.9	40.2	50.7	108.1	49.6	43.1

表4 K=1100 N/mm下不同虚拟质量模态振型计算	结果
-----------------------------	----

$1 \text{ abic } = 0 \text{ Calculation results with unificitin fictulous mass modal shape at N = 1 100 \text{ N/min}$
--

				1		
振 型	旋转频率/Hz	面内频率/Hz	一扭频率/Hz	二弯频率/Hz	颤振速压/kPa	颤振频率/Hz
无虚拟质量	29.6	39.9	67.7	109.1	55.8	55.6
$\Phi_1(1 \text{ kg})$	29.6	40.0	67.8	109.1	55.8	55.6
$\Phi_2(10 \text{ kg})$	29.6	40.0	67.7	109.1	56.3	56.6
$\Phi_3(100 \text{ kg})$	29.6	40.0	67.7	109.1	55.8	56.4
$\Phi_4(10 \text{ kg})$	29.6	39.9	67.7	109.1	55.8	56.1
$\Phi_5(10 \text{ kg})$	29.6	40.2	67.7	109.1	55.3	55.7





#### 2.3 间隙非线性瞬态响应分析

为了与间隙非线性分析结果对比,针对间隙 值 b 为 0 mm, 刚度 K<sub>1</sub>为 1 100 N/mm 的状态开展 时域线性瞬态响应分析,结果如图 5~图 6 所示,可 以看出:线性时域响应结果有明确的分界线,当速 压低于 58.5 kPa时,响应收敛;当速压高于或等于 58.5 kPa时,响应发散。





取间隙值 b 为 0.5 mm,间隙段内刚度 K<sub>0</sub>为 0 N/mm,间隙段外刚度 K<sub>1</sub>为 1 100 N/mm,以模型 翼尖一点为监测点,研究间隙非线性对气动弹性 响应的影响,仿真结果如图 7~图 12 所示,本文仅 截取了稳定段时域结果,可以看出:与线性时域响 应结果不同,当速压达到 46.3 kPa时,模型动态响 应逐渐进入等幅振荡,幅值不随时间变化,相轨迹 图呈环形,振动频率固定不变,系统表现为极限环 振荡;随着速压增大,系统运动保持等幅振荡;当 速压达到 58.5 kPa时,模型响应发散,发生颤振。 间隙型非线性会导致系统在速压小于颤振速压时 先发生极限环振荡,运动形式与颤振不同,其振幅 不会无限增大,并在一定的速压范围内,维持有限 幅值运动,但系统的发散速压与线性分析结果一 致,因此间隙非线性不影响系统的发散速压。





Fig. 8 Phase plot of dynamic pressure at 46.3 kPa







Fig. 10 Phase plot of dynamic pressure at 58. 1 kPa







#### 2.4 间隙非线性参数研究

等效线性化法是目前工程上普遍采用的含间 隙非线性结构动力特性分析方法,本文通过算例 与之进行对比。为了研究间隙非线性参数对极限 环响应的影响,分别针对间隙值*b*、间隙段外刚度 *K*<sub>1</sub>、间隙段内刚度*K*<sub>0</sub>以及阻尼系数等参数展开分 析,找出各参数对结构非线性特性的敏感性变化 规律。

#### 2.4.1 与等效线性化方法对比

本文方法与等效线性化方法的对比结果如图 13所示,其中间隙值b为0.5mm,间隙段内刚度 $K_0$ 为0N/mm,间隙段外刚度 $K_1$ 为1100N/mm。两 种方法计算得到的振动幅值随速压的变化趋势基 本一致,但同一幅值下等效线性化方法计算得到 的速压低于本文方法,主要原因是等效线性化方 法为频域方法,间隙非线性刚度采用等效线性化方 法为频域方法,间隙非线性刚度采用等效线性化, 而本文方法为时域方法,间隙非线性刚度模拟是 准确的,但是模态振型和非定常气动力是近似拟 合的。因此两种方法计算结果存在差异,但计算 结果显示两种方法最大误差不超过5%。



#### 2.4.2 间隙值*b*的影响

保持刚度值 K<sub>0</sub>和 K<sub>1</sub>不变,间隙值 b 分别取 0.5,1.0和2.0 mm,研究间隙值大小对全动翼面 极限环响应的影响,仿真结果如图 14~图 15 所示, 可以看出:速压从 46.3 kPa 增大到 58.1 kPa,三种 间隙值对应的非线性系统运动形式都表现为极限 环振荡,间隙值大小不影响极限环振荡的进入速 压和发散速压;随着速压的增大,极限环振荡的幅 值和频率都会增大,且速压越大,极限环振荡幅值 的增大幅度越大,但频率变化相对缓慢,与速压近 似线性相关,并逐渐趋近于线性颤振频率;相同速 压下,间隙值越大,极限环振荡幅值越大,而频率 保持不变,可见间隙值大小不影响系统极限环振 荡的频率。







不同间隙值之间的幅值比变化如图 16 所示, 其中幅值比1 为间隙 1.0 与 0.5 mm 的极限环振幅 比值,幅值比2 为间隙 2.0 与 0.5 mm 的极限环振 幅比值,可以看出:幅值比与间隙值基本保持一 致,间隙值增大一倍,极限环振荡幅值也近似增大 一倍;相同速压下,单位间隙值对应的极限环振荡 幅值基本保持不变。



图 16 不同间隙条件下的极限环振荡幅值比的变化 Fig. 16 Variation of LCO amplitude ratio with different free play condition

2.4.3 K<sub>0</sub>、K<sub>1</sub>及阻尼系数的影响

间隙值 b 保持 0.5 mm 不变,分别研究刚度值 K<sub>0</sub>、刚度值 K<sub>1</sub>以及阻尼系数对极限环响应特性的 影响。

刚度值 $K_1$ 取1100 N/mm,刚度值 $K_0$ 变参结果 如图17所示,可以看出:刚度值 $K_0$ 只会影响极限环 振荡发生的进入速压,不影响系统发散速压;刚度 值 $K_0$ 越大,进入极限环振荡的临界速压越大,当 $K_0$ 逐渐增大到与 $K_1$ 相当时,系统变化为线性系统,不 再出现极限环现象。



刚度值 K<sub>0</sub>取 0 N/mm, K<sub>1</sub>变参结果如图 18 所 示,可以看出:刚度值 K<sub>1</sub>越大,系统的发散速压越 大,而进入极限环振荡的临界速压基本维持不变, 系统出现极限环振荡的速压带越宽,因此刚度值 K<sub>1</sub>主要影响系统的发散速压,对极限环振荡的进 入速压影响较小。



Fig. 18 Influence of  $K_1$  on LCO

 刚度值K<sub>0</sub>取0N/mm, 刚度值K<sub>1</sub>取1100 N/mm, 阳尼系数 変参结果如图 19 所示。



Fig. 19 Influence of damp coefficient on LCO

从图 19可以看出:阻尼系数主要影响系统的 临界发散速压,阻尼系数越大,系统的发散临界速 压越大,但不影响系统的极限环振荡速压带宽度, 进入极限环振荡的临界速压也随之提高。

#### 3 结 论

(1)基于虚拟质量的非线性气动弹性响应分析方法,考虑非线性刚度的影响,针对复杂工程问题开展非线性结构动力特性或气弹特性分析研究,能够满足工程设计基本需求。本文采用的模态法具有气动弹性方程阶数低的优点,计算过程中当刚度发生变化时,不需要重新建模和计算结构固有模态振型。

(2)通过对全动翼面开展间隙非线性气动弹性分析,并与等效线性化方法进行了对比。当全动翼面结构系统中存在着间隙时,在低于线性颤振边界的特定速度区域,翼面会发生非线性振荡现象,即极限环振荡。

(3)间隙值大小仅影响极限环振荡幅值,不影 响极限环振荡的频率和临界速压;刚度值K<sub>0</sub>和刚 度值K<sub>1</sub>分别影响极限环振荡的进入临界速压和发 散临界速压,而阻尼系数对两者都有影响,导致极 限环振荡速压区域平移。

#### 参考文献

- [1] 杨智春,田玮,谷迎松,等.带集中非线性的机翼气动弹性 问题研究进展[J].航空学报,2016,37(7):2013-2044.
  YANG Zhichun,TIAN Wei,GU Yingsong, et al. Advance in the study on wing aeroelasticity with concentrated nonlinearity[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(7):2013-2044. (in Chinese)
- [2] 李秋彦,李刚,魏洋天,等. 先进战斗机气动弹性设计综述
  [J]. 航空学报, 2020, 41(6): 37-63.
  LI Qiuyan, LI Gang, WEI Yangtian, et al. Review of aeroelasticity design for advanced fighter [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(6): 37-63. (in Chinese)
- [3] ANDERSON W D, MORTARA S. F-22 aeroelastic design and test validation [C] // Proceeding of 48th AIAA/ ASME/ASCE /AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Honolulu, Hawaii: AIAA, 2007: 1764-1784.
- [4] CHEN P C, LEE D H. Flight-loads effects on horizontal tail freeplay induced limit cycle oscillation[J]. Journal of Aircraft, 2008, 45(2): 478-485.
- [5] 中华人民共和国总装备部. 军用飞机结构强度规范第7部 分——气动弹性: GJB 67.7A—2008[S]. 北京:中华人民 共和国总装备部, 2008.

General Armament Department of the People's Republic of China. Military airplane structural strength specification part 7—aeroelasticity: GJB 67.7A—2008[S]. Beijing: General Armament Department of the People's Republic of China, 2008.(in Chinese)

[6] 陈识,李秋彦,冉玉国.具有二维间隙非线性的全动舵面 动力特性研究[J].四川理工学院学报(自然科学版), 2017,30(1):60-64.

CHEN Shi, LI Qiuyan, RAN Yuguo. Research on the vibration characteristics of an all-movable wing with two dimensional freeplay nonlinearity [J]. Journal of Sichuan University of Science & Engineering (Natural Science Edition), 2017, 30(1): 60-64. (in Chinese)

- [7] 陈识,李秋彦,谭光辉.飞机操纵面间隙非线性对颤振特性的影响[J].应用数学和力学,2014,35(s1):90-94.
  CHEN Shi, LI Qiuyan, TAN Guanghui. Influence of control surface with freeplay nonlinearity on flutter characteristics
  [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2014, 35(s1):90-94.(in Chinese)
- [8] 李治涛,韩景龙,员海玮.带有双线性非线性全动舵面气动弹性的数值与试验研究[J].振动与冲击,2020,39

(19): 234-242.

LI Zhitao, HAN Jinglong, YUAN Haiwei. Simulation and tests for aeroelasticity of a fully moving rudder surface with bilinear nonlinearity [J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(19): 234-242. (in Chinese)

- [9] QIAN W, BAI Y G, CHEN X Y, et al. Aeroservoelastic analysis of a hypersonic aircraft[J]. Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control, 2018, 37(3): 534– 553.
- [10] 黄程德,郑冠男,杨国伟,等.基于CFD/CSD耦合含间隙
   三维全动舵面气动弹性研究[J].应用力学学报,2018,35
   (1):1-8.

HUANG Chengde, ZHENG Guannan, YANG Guowei. et al. Aeroelastic study of a three dimensional all-movable wing with free play using CFD/CSD coupling [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2018, 35(1): 1-8. (in Chinese)

- [11] 倪迎鸽,侯赤,万小朋,等.具有结果非线性的折叠机翼气动弹性分析[J].振动与冲击,2016,35(18):165-171.
  NI Yingge, HOU Chi, WAN Xiaopeng, et al. Aeroelastic analysis of a folding wing with structural nonlinearities[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(18): 165-171. (in Chinese)
- [12] 张伟伟,王忠波,叶正寅,等.迎角对间隙舵面的非线性颤振特性影响研究[J]. 机械强度, 2011, 33(2): 296-301.
  ZHANG Weiwei, WANG Zhongbo, YE Zhengyin, et al.
  Effect of angle of attack on flutter characteristics of a control surface with free-play nonlinearity[J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(2): 296-301. (in Chinese)
- [13] LEE B H K, LIU L, CHUNG K W. Airfoil motion in subsonic flow with strong cubic nonlinear restoring forces [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 281(3): 699–717.
- [14] YANG N, WANG N, ZHANG X, et al. Nonlinear flutter wind tunnel test and numerical analysis of folding fins with freeplay nonlinearities [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2016, 29(1): 144–159.
- [15] 李家旭,田玮,谷迎松.考虑间隙非线性的控制舵非线性 气动弹性分析[J].航空工程进展,2020,11(6):827-836.

LI Jiaxu, TIAN Wei, GU Yingsong. Nonlinear aero-elastic analysis of control fin with free-play nonlinearity [J]. Advances Aeronautical Science and Engineering, 2020, 11(6): 827-836. (in Chinese)

- [16] 章飞,程芳.某型飞机操纵面间隙非线性颤振时域分析
  [J].航空工程进展,2021,12(4):99-104.
  ZHANG Fei, CHENG Fang. Nonlinear flutter analysis of certain airplane with freeplay [J]. Advances Aeronautical Science and Engineering, 2021, 12(4):99-104. (in Chinese)
- [17] KARPEL M, RAVEH D. Fictitious mass element in structural dynamics[J]. AIAA Journal, 1996, 34(3): 607-613.
- [18] KARPEL M, MOULIN B. Aeroelastic loads in response to concentrated excitation using fictitious masses[C]// Proceeding of 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Austin, Texas: AIAA, 2005: 2371–2381.
- [19] 高怡宁,谭申刚,蒲利东.基于最小状态法的气动力有理 函数拟合精度影响因素研究[J].航空科学技术,2014,25
   (3):54-58.

GAO Yining, TAN Shengang, PU Lidong. Research on factors affecting precision of rational function aerodynamic approximation based on minimum-state method[J]. Aeronautical Science & Technology, 2014, 25(3): 54-58. (in Chinese)

#### 作者简介:

**王** 斐(1988-),男,硕士,工程师。主要研究方向:飞机气弹 设计。

**冉玉国**(1981-),男,硕士,研究员。主要研究方向:飞机气弹 设计。

**谭光辉**(1983-),男,硕士,高级工程师。主要研究方向:飞机 气弹设计。

**李秋彦**(1964-),男,博士,研究员。主要研究方向:飞机气弹 设计。

(编辑:丛艳娟)