

文章编号: 1674-8190(2022)06-029-11

# 基于多可信度代理模型的尾喷管优化设计

刘璟<sup>1,2</sup>, 边泉<sup>1</sup>, 徐冠峰<sup>3</sup>, 李书<sup>1</sup>, 王建林<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

(2. 空间物理重点实验室, 北京 100076)

(3. 陆军航空兵研究所, 北京 101121)

**摘要:** 尾喷管是飞行器机体/推进一体化设计中的关键部件之一, 直接影响着飞行器的推阻匹配、俯仰力矩配平等特性。为了提高尾喷管优化设计效率, 建立基于多可信度代理模型的多目标优化模型。以基于粗网格、无黏模型的CFD结果作为低可信度数据, 以基于细密网格、SST  $k-\omega$  湍流模型的CFD结果作为高可信度数据, 将最大化推力系数、升力系数和俯仰力矩系数作为优化目标, 构建Cokriging模型, 结合NSGA-II算法得到Pareto解集, 并进行敏感性分析。结果表明: 以上三个目标分别提升了2.94%、13.0%和40.6%, 误差低于0.5%; 优化后流场波系结构更为复杂, 改变了壁面压强分布规律; 与Kriging模型相比, Cokriging模型具有相当的预测性能, 构建时间成本节省了62%。

**关键词:** 多可信度; 代理模型; 多目标优化; 一体化设计; 尾喷管

中图分类号: V235.21

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2022.06.03

文献标识码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## Optimal Design of Nozzle Based on Multi-fidelity Surrogate Model

LIU Jing<sup>1,2</sup>, BIAN Xiao<sup>1</sup>, XU Guanfeng<sup>3</sup>, LI Shu<sup>1</sup>, WANG Jianlin<sup>2</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

(2. Science and Technology on Space Physics Laboratory, Beijing 100076, China)

(3. Army Aviation Institute of PLA, Beijing 101121, China)

**Abstract:** The nozzle is one of the key components in the integrated design of the aircraft body/propulsion, which directly affects the thrust-drag matching and pitching moment matching and other characteristics of the aircraft. In order to improve the efficiency of the optimal design of the nozzle, a multi-objective optimization model based on multi-fidelity surrogate model is established. The CFD results based on coarse mesh and inviscid model are used as low-fidelity data, and the CFD results based on fine mesh and SST  $k-\omega$  turbulence model are used as high-fidelity data, the Cokriging models are constructed with the maximization of thrust coefficient, lift coefficient and pitching moment coefficient as optimization objectives, and the Pareto solution set is obtained by combining NSGA-II algorithm. The optimization results show that the three aforementioned objectives are improved by 2.94%, 13.0% and 40.6% respectively with the error less than 0.5%, and the sensitivity analysis is completed; the optimized flow field wave system structure is more complex which changes the wall pressure distribution law; compared with Kriging model, Cokriging model has considerable prediction performance and saves 62% of the construction cost.

**Key words:** multi-fidelity; surrogate model; multi-objective optimization; integrated design; nozzle

收稿日期: 2022-01-05; 修回日期: 2022-03-19

通信作者: 李书, lishu@buaa.edu.cn

引用格式: 刘璟, 边泉, 徐冠峰, 等. 基于多可信度代理模型的尾喷管优化设计[J]. 航空工程进展, 2022, 13(6): 29-39.

LIU Jing, BIAN Xiao, XU Guanfeng, et al. Optimal design of nozzle based on multi-fidelity surrogate model[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2022, 13(6): 29-39. (in Chinese)

## 0 引言

超燃冲压发动机主要由前体/进气道、隔离段、燃烧室以及后体/尾喷管组成,常作为飞行器的推进系统。在飞行器机体/推进一体化气动设计中,机身与发动机高度耦合,飞行器的前体和后体不仅是主要的气动型面,也分别作为进气道外压缩型面和尾喷管的膨胀型面。其中后体/尾喷管是飞行器的主要推进型面,其产生的推力可占飞行器总推力的70%<sup>[1]</sup>;而且产生的推进升力等性能的优劣同样会影响飞行品质。

在尾喷管的设计问题中,早期主要基于特征线方法,以最小压力损失为目标进行正向设计。如 G. V. R. Rao<sup>[2]</sup>基于变分法提出了最大推力喷管设计方法,但对于飞行器工程应用来说,喷管长度过大。而后,国内外研究人员对最短长度喷管设计方法<sup>[3-4]</sup>和截短方法<sup>[5-7]</sup>展开了大量研究,以期在飞行器上获得良好的应用,但使用正向设计方法设计出的尾喷管的缺点是型面较为固定,其上的压力分布情况难以控制<sup>[8]</sup>。

随着代理模型方法在飞行器设计领域中的应用日趋成熟,更多的研究人员采用代理模型来进行尾喷管设计。无论是在单目标优化中采用代理模型优化方法进行寻优,还是在多目标优化中基于代理模型构建目标函数、约束函数的“黑箱子”模型,并结合其他优化算法完成优化,代理模型的引入都在保证精度的前提下,提高了优化设计的效率。陈兵等<sup>[9]</sup>通过建立尾喷管的多项式响应面(RSM)模型,对全速域工况下喷管的推力、升力进行了多目标优化;Ju S等<sup>[10]</sup>在二维喷管流场中人为加入热源项,并将热源强度和位置参数作为设计变量,基于径向基(RBF)神经网络代理模型对喷管展开针对气动力的多目标优化设计;王英鹏等<sup>[11]</sup>针对火箭发动机的已知燃气参数,采用RSM模型实现了喷管型面的最佳推力设计;鲁广钊等<sup>[12]</sup>基于最短长度喷管设计方法、非线性截短方法,采用Kriging代理模型完成了三维截短偏置尾喷管的多目标优化设计,并进行非工况条件下性能研究。

但目前对于喷管设计优化问题,普遍采用的是单一可信度代理模型,为了达到更高的精度要

求,不得不在各个样本点上进行高可信度的分析计算,难免需要消耗大量计算资源。多可信度代理模型通过使用少量高可信度数据来对大量低可信度数据进行修正,从而基于这些修正的低可信度数据,获得更准确的代理模型,如Cokriging模型<sup>[13-15]</sup>,分层Kriging模型<sup>[16]</sup>等。

本文从超燃冲压发动机单壁膨胀尾喷管的气动性能最优出发,将基于粗网格、无黏假设的CFD求解器作为低可信度数据来源,将基于细密网格、SST  $k-\omega$ 湍流模型的CFD求解器作为高可信度数据来源,以喷管推力系数、升力系数以及俯仰力矩系数作为目标函数,通过并行加点方法建立相应的Cokriging多可信度代理模型,通过多目标遗传算法(NSGA-II)完成优化设计,并分析优化后的喷管壁面压强分布规律和设计参数对目标函数的影响变化;同时将单一可信度的Kriging模型作为对照,比较两种模型的预测准确性和计算成本。

## 1 可信度代理模型

### 1.1 Cokriging模型

Cokriging模型基于贝叶斯理论,通过建立自回归模型将不同可信度的数据进行融合来获取准确的预测结果,是Kriging模型的多可信度版本扩展。本文结合I. J. Forrester等<sup>[13]</sup>的研究和M. C. Kennedy等<sup>[14]</sup>提出的自回归模型介绍Cokriging模型的构建方法。

对于设计变量维数为 $m$ 的问题,设低、高可信度的数据样本点集分别为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_c = [\mathbf{x}_c^{(1)} \mathbf{x}_c^{(2)} \cdots \mathbf{x}_c^{(n_c)}]^T \\ \mathbf{X}_e = [\mathbf{x}_e^{(1)} \mathbf{x}_e^{(2)} \cdots \mathbf{x}_e^{(n_e)}]^T \end{cases} \quad (1)$$

式中:脚标“c”和“e”分别为数据来源为低、高可信度模型; $n_c$ 和 $n_e$ 分别为低、高可信度样本点个数(假设 $n_e < n_c$ ,且 $\mathbf{X}_e \subset \mathbf{X}_c$ )。

通过对应的低、高可信度分析计算方法来获取相应的样本响应值为

$$\begin{cases} \mathbf{y}_c = [y_c^{(1)} y_c^{(2)} \cdots y_c^{(n_c)}]^T \\ \mathbf{y}_e = [y_e^{(1)} y_e^{(2)} \cdots y_e^{(n_e)}]^T \end{cases} \quad (2)$$

设高斯随机过 $Z_c(\cdot)$ 和 $Z_e(\cdot)$ 分别代表低、高

可信度数据的当地特性。当采用上述自回归模型后,高可信度数据可以用低可信度数据乘以超参数 $\rho$ ,再通过与一个高斯随机过程 $Z_d(\cdot)$ 求和来近似。

$$Z_e(x) = \rho Z_c(x) + Z_d(x) \quad (3)$$

式中: $Z_d(\cdot)$ 为 $\rho Z_c(\cdot)$ 和 $Z_e(\cdot)$ 之间的差。

高、低可信度数据在已知样本点处的差值向量为

$$d = y_e - \rho y_c(X_e) \quad (4)$$

对于Cokriging模型,其协方差矩阵可表示为

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_c^2 R_c(X_c, X_c) & \rho \sigma_c^2 R_c(X_c, X_e) \\ \rho \sigma_c^2 R_c(X_e, X_c) & \rho \sigma_c^2 R_c(X_e, X_e) + \sigma_d^2 R_d(X_e, X_e) \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $\sigma_c^2$ 和 $\sigma_d^2$ 分别为随机变量 $y_c(x)$ 和 $d(x)$ 的均方差; $R_c$ 和 $R_e$ 分别为低、高可信度的协方差矩阵。

当相关函数取“高斯指数模型”时,设计空间中任意两个样本点 $x^{(i)}$ 、 $x^{(j)}$ 的相关函数可表示为

$$R_{ij} = \exp\left(-\sum_{k=1}^m \theta_k |x_k^{(i)} - x_k^{(j)}|^{\rho_k}\right) \quad (6)$$

其中,超参数 $\rho_k$ 决定近似函数的光滑程度; $\theta_k$ 则代表近似函数的“活跃”程度。

由于假设两种可信度的数据彼此独立,与低可信度模型对应的超参数 $\theta_c$ 和 $\rho_c$ 可采用构建Kriging模型的方法独立求出。

为了求解超参数 $\theta_d$ 、 $\rho_c$ 和 $\rho$ ,将随机变量 $d(x)$ 的均值 $\hat{\mu}_d$ 和均方差 $\hat{\sigma}_d^2$ 表示为

$$\hat{\mu}_d = \frac{\mathbf{1}^T R_d(X_e, X_e)^{-1} d}{\mathbf{1}^T R_d(X_e, X_e)^{-1} \mathbf{1}} \quad (7)$$

$$\hat{\sigma}_d^2 = \frac{1}{n_e} (d - \mathbf{1}\hat{\mu}_d)^T R_d(X_e, X_e)^{-1} (d - \mathbf{1}\hat{\mu}_d) \quad (8)$$

再将式(7)、式(8)代入式(9),通过最大化集中对数似然函数 $\phi_d$ 来求解:

$$\phi_d = -\frac{n_e}{2} \ln(\hat{\sigma}_d^2) - \frac{1}{2} \ln |R_c(X_c, X_c)| \quad (9)$$

同样,通过最大似然估计方法可求得 $y_e(x)$ 的均值 $\hat{\mu} = \frac{\mathbf{1}^T C^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{1}^T C^{-1} \mathbf{1}}$ ,Cokriging模型在未知点 $x^*$ 处的预估值和均方差估计可表示为

$$\hat{y}_e(x^*) = \hat{\mu} + c^T C^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu}) \quad (10)$$

$$\hat{s}(x^*) = \rho^2 \hat{\sigma}_c^2 + \hat{\sigma}_d^2 - c^T C^{-1} c \quad (11)$$

式中: $c$ 为未知点 $x^*$ 与已知样本点 $X = \begin{bmatrix} X_c \\ X_e \end{bmatrix}$ 之间协

方差的列向量; $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_c \\ y_e \end{bmatrix}$ 。

## 1.2 加点方法

在初始的代理模型构建完成后,为了提高模型的预测精度,或利用代理模型方法进行设计优化,多采用适当的加点准则将新样本点加入到模型中。本文采用两种加点准则进行并行加点:均方差(MSE)准则<sup>[17]</sup>和改善期望(EI)准则<sup>[18]</sup>。

均方差准则着重于改善代理模型的全局精度,对应如下在设计空间内的子优化问题:

$$\max \{MSE[\hat{y}(x)]\}$$

优化结果 $x^*$ 即为新样本点,Cokriging模型的均方差计算公式参见式(11)。

改善期望准则也是一种全局性的加点策略,以最大化改善量期望值作为子优化问题的目标函数。设当前最优观测值为 $y_{\min}$ ,通过将预测结果看作某随机过程 $\hat{Y}(x)$ 的具体实现,其均值为 $\hat{y}(x)$ ,方差为 $\hat{s}^2(x)$ ,可以计算出目标函数的改善量(I)和改善量的期望值 $E[I(x)]$ 。

$$I = y_{\min} - Y(x) \quad (12)$$

$$\begin{cases} E[I(x)] = (y_{\min} - \hat{y}) \Phi\left(\frac{y_{\min} - \hat{y}}{s}\right) + \\ \quad s \phi\left(\frac{y_{\min} - \hat{y}}{s}\right) & (s > 0) \\ E[I(x)] = 0 & (s = 0) \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\Phi$ 和 $\phi$ 分别为标准正态累积分布函数和标准正态概率密度函数。

通过不断求解当前模型 $E[I(x)]$ 的最大值来获取新的样本点 $x^*$ ,从而达到更新模型的目的。

## 2 数值方法及其验证

### 2.1 物理模型

选取NASA Langley中心的单壁膨胀喷管实验模型<sup>[19]</sup>作为数值方法的验证模型,该喷管结构如图1所示,喷管的膨胀面倾角为 $20^\circ$ ,整流罩唇口

角度为  $12^\circ$ , 将喷管入口高度  $h = 15.24 \text{ mm}$  选为参考高度, 喷管总长为  $20h$ , 整流罩直段的水平长度为  $1.7h$ 、斜段的水平长度为  $2h$ 、高度为  $0.417h$ , 膨胀面初始过渡圆弧半径为  $0.417h$ 。

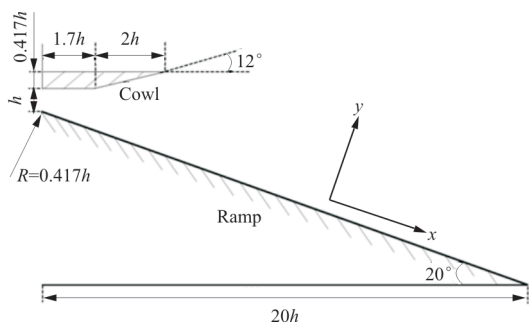


图 1 验证模型结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of validation model structure

实验过程中自由流和喷管内流的流动条件如表 1 所示。

表 1 边界条件  
Table 1 Boundary condition

边界条件	符号	单位	数值
外流马赫数	$Ma_\infty$	—	6.0
外流静压	$P_\infty$	Pa	1 593.96
外流静温	$T_\infty$	K	59.94
内流马赫数	$Ma_{in}$	—	1.78
内流静压	$P_{in}$	Pa	34 642.39
内流静温	$T_{in}$	K	290.75

## 2.2 数值方法验证

整个流场的计算域如图 2 所示, 计算域尺寸取为  $1\ 000 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ , 流场四周设定为压力远场边界条件, 固体壁面设为无滑移绝热壁面。采用 Icem 软件完成二维多块网格的划分, 如图 3 所示。

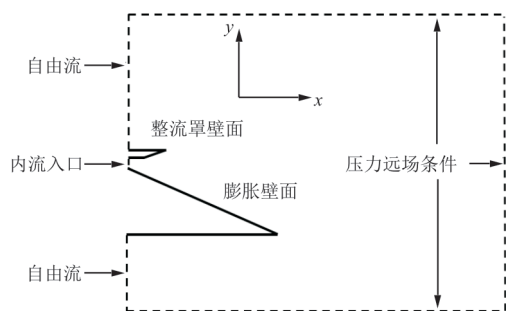


图 2 二维 SERN 喷管计算域

Fig. 2 Computational domain of two-dimensional SERN nozzle

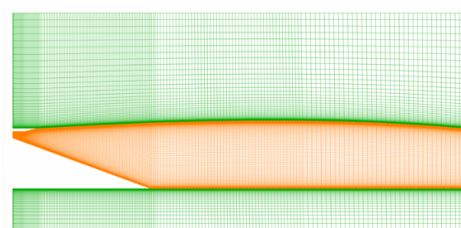


图 3 计算域网格划分示意图

Fig. 3 Schematic diagram of computational domain meshing

流场的数值求解采用 Fluent 软件, 采用隐式常时间积分格式和 AUSM 通量格式, 选取基于密度的求解算法, 应用理想气体模型。对于低可信度计算模型, 采用无黏假设, 求解二维欧拉方程即可, 相应的网格划分时无需考虑边界层网格加密; 对于高可信度计算模型, 流场的求解采用雷诺平均方程 (RANS) 方法, 同时选用 SST  $k-\omega$  两方程湍流模型, 在边界层处进行网格加密, 根据网格雷诺数的定义<sup>[20]</sup>, 设定第一层网格高度为  $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ 。

由于实验中所采用的压力测量装置由 25 个皮托管组成, 间距为  $5.08 \text{ mm}$ , 本文沿膨胀面方向选取三个不同位置的压强分布情况进行验证, 分别为  $88.8$ 、 $139.7$  和  $190.5 \text{ mm}$ 。值得注意的是, 实验测量的是正激波波后的总压值, 需要通过正激波前后总压关系式 (式 (14)) 将求解流场得到的总压值  $P_0$  转换为皮托管压强  $P_{\text{pitot}}$  后, 再与实验值比较。

$$\frac{P_{\text{pitot}}}{P_0} = \frac{\left[ \frac{(\gamma + 1)Ma^2}{(\gamma - 1)Ma^2 + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}{\left[ 1 + \frac{2\gamma}{(\gamma + 1)}(Ma^2 - 1) \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}}} \quad (14)$$

对两种可信度分析方法进行网格无关性分析时, 采用的三套网格的网格数量如表 2 所示。

表 2 网格无关性分析网格数量  
Table 2 Number of grids for grid independence analysis

模型类型	网格数量		
	粗网格	中等网格	细网格
低可信度	4 050	8 034	16 330
高可信度	50 760	101 380	209 620

两种可信度模型的计算结果与实验值的比较如图 4~图 5 所示, 横纵坐标分别为无量纲的压强和高度, 其中  $P_{\text{ref}} = 6\ 895 \text{ Pa}$ ,  $h_{\text{ref}} = 5.08 \text{ mm}$ 。可以

看出:低可信度计算模型虽不能捕捉到流场的细节变化,但可以反映出流场压强变化的大概趋势,由于采用粗网格时对应的结果与其余两种结果相比差异稍大,为了保证正确性选用中等网格;而高可信度计算模型的计算结果与实验值更加贴切,三种网格对应的结果基本一致,为了保证结果正确性和计算效率,也选用中等网格。

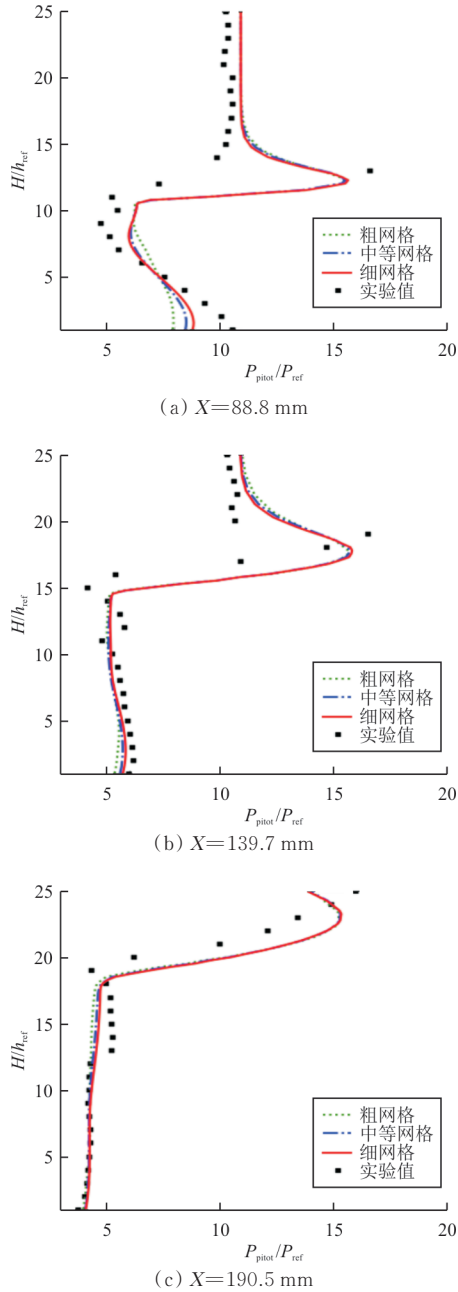


图 4 低可信度模型数值结果与实验值比较  
Fig. 4 Comparison between numerical results of low-fidelity model and experimental values

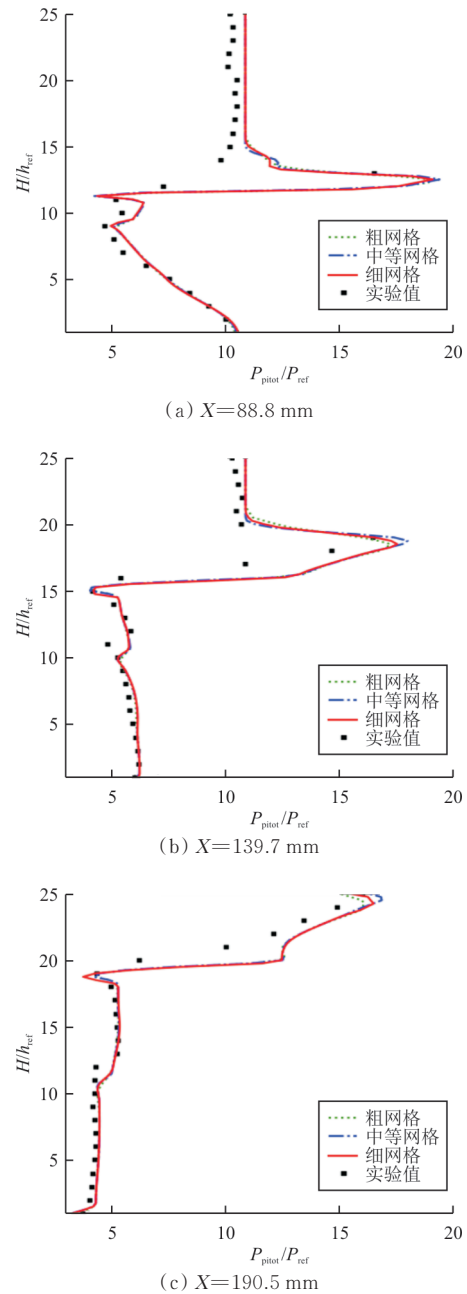


图 5 高可信度模型数值结果与实验值比较  
Fig. 5 Comparison between numerical results of high-fidelity model and experimental values

### 3 多目标优化设计

#### 3.1 优化模型

##### 3.1.1 设计变量

本文优化喷管对象的几何参数描述如图 6 所示,喷管总长  $L$ 、入口高度  $h_1$ 、出口高度  $h_2$  以及整流罩厚度  $\delta$  为给定值,其大小与验证算例保持一致。

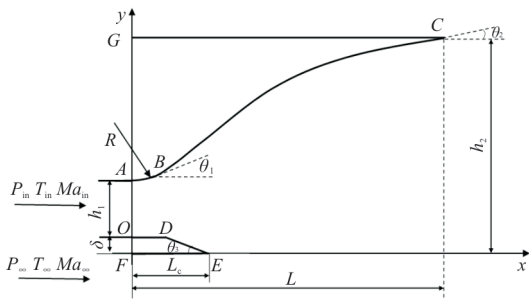


图 6 优化模型示意图

Fig. 6 Schematic diagram of optimization model

喷管上表面型线由半径为  $R$  的过渡圆弧  $\widehat{AB}$  和三次曲线  $BC$  相切组成,在以  $B$  为原点的坐标系中,三次曲线  $BC: y = ax^3 + bx^2 + cx$  的系数可表示为

$$\begin{cases} a = \frac{1}{L^2}(\tan \theta_1 + \tan \theta_2) - \frac{2m}{L^3} \\ b = -\frac{1}{L}(2\tan \theta_1 + \tan \theta_2) + \frac{3l}{L^2} \\ c = \tan \theta_1 \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $\theta_1$  与  $\theta_2$  分别为喷管的初始膨胀角和末端膨胀角;  $l = L - x_B$ ;  $m = h_2 - y_B$ 。

上壁面型线由  $\theta_1, \theta_2, R$  三个变量确定,整流罩的几何外形由长度  $L_c$ 、倾角  $\theta_3$  描述,共五个设计变量。

结合实际飞行器尺寸约束,各设计变量的取值范围如表 3 所示。

表 3 设计变量取值范围  
Table 3 Value range of design variables

变量	下限	上限
$\theta_1/(\circ)$	0	40
$\theta_2/(\circ)$	0	30
$\theta_3/(\circ)$	10	30
$R/\text{mm}$	5	50
$L_c/\text{mm}$	50	200

### 3.1.2 优化目标

在对喷管进行气动优化时,最主要的力学性能参数是其产生的推力、升力和俯仰力矩,增大推力有利于实现推阻平衡,增大升力不仅有利于达到平衡飞行器重力,还能够平衡飞行器前体产生的抬头力矩。本文选取最大化喷管的推力系数  $C_T$ 、升力系数  $C_L$  和俯仰力矩系数  $C_m^{[21]}$  作为优化目标,该优化模型可描述为

$$\begin{aligned} & \min \{-C_T, -C_L, -C_m\} \\ & \text{Subject to } f_{\text{constr}}(\theta_1, \theta_2, \theta_3, R, L_c) \\ & \text{Where } \theta_1, \theta_2, \theta_3, R, L_c \end{aligned}$$

其中,俯仰力矩的力矩中心点坐标取  $x = -\frac{1}{2}L$ ,  $y = -\frac{1}{2}h_2$ ;力矩参考长度取  $L_r = 1 \text{ m}$ 。需要说明的是,本文考虑的气动面为膨胀型面  $ABC$  和整流罩型面  $ODEF$ ,由于飞行器上表面  $CG$  固定不变,故不在本文的计算范围内。

### 3.2 优化流程

基于 Cokriging 模型进行尾喷管多目标优化的算法流程如图 7 所示。流程图的起点为初始抽样方案,为了更好地捕获目标函数在整个设计空间的变化趋势,采用拉丁超立方(LHS)抽样方法生成初始训练样本点集(低可信度),通过交换算法得到其子集作为高可信度初始样本点集。初始样本点数量  $n_c = 250, n_e = 50$ 。低、高可信度求解器的具体设定详见第 2 节,为了提高优化效率、降低人工因素产生的误差,优化过程包括几何建模、网格划分、流场求解及后处理等流程均实现自动化。

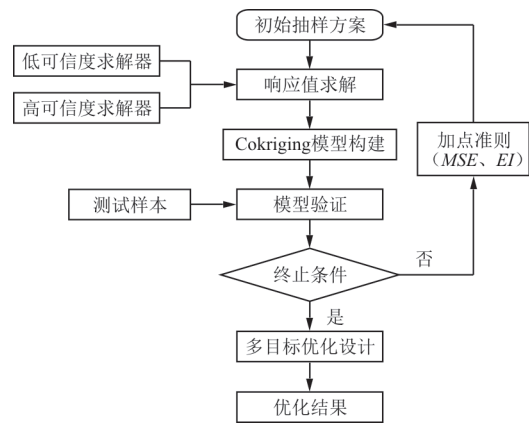


图 7 基于 Cokriging 模型的优化方法流程图  
Fig. 7 Flow chart of optimization method based on Cokriging model

测试样本点集采用 LHS 方法独立抽取,测试点数量取  $n_t = 25$ 。使用均方根误差(RMSE)来进行代理模型精度的评估,  $RMSE$  的定义为

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n_t} (y_t^{(i)} - \hat{y}_t^{(i)})^2}{n_t}} \quad (16)$$

式中:  $\hat{y}_t^{(i)}$  和  $y_t^{(i)}$  分别为第  $i$  个测试样本点的代理模型预测值和高可信度 CFD 结果。

本文可接受的全局精度终止条件为:  $RMSE$  值小于测试样本标准差的 10%。若当前模型不满足终止条件,采用  $MSE$  和  $EI$  加点准则确定新的样本点并加入到初始样本点中,对模型进行更新。为了构建三个满足条件目标函数  $C_T$ 、 $C_L$ 、 $C_m$  的代理模型,采用的更新次数分别为 8、0、0,更新次数为 0 代表首次构建好的代理模型已满足终止条件而无需使用加点准则进行更新。构建好的 Cokriging 模型在子空间  $\{\theta_1, \theta_2\}$  上预测值的响应面如图 8 所示,并标注出当分别采用两种可信度 CFD 求解手段在随机抽取的 15 个样本点上的计算结果。

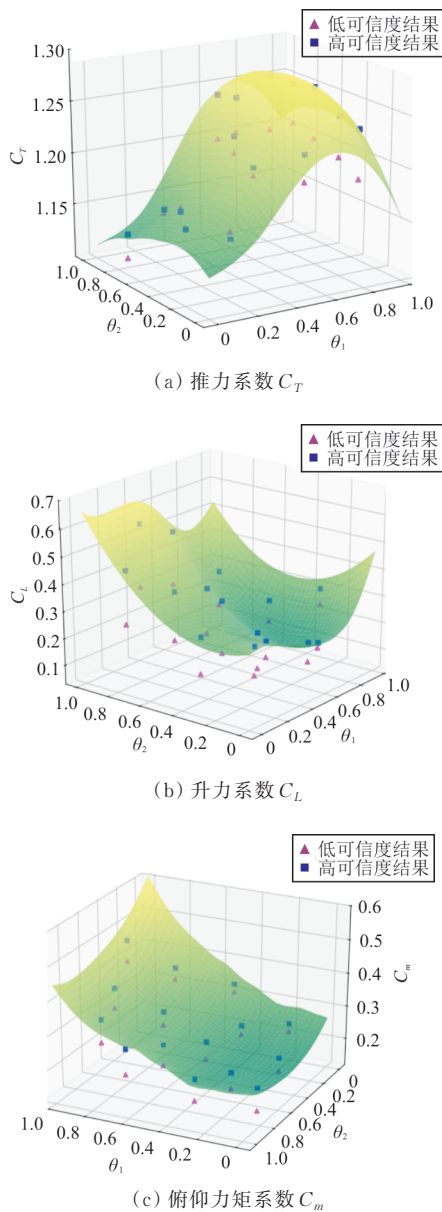


图 8 构建好的 Cokriging 模型示意图  
Fig. 8 Schematic diagram of constructed Cokriging model

从图 8 可以看出:Cokriging 模型的预测值与高可信度 CFD 计算结果高度一致,精度远远高于低可信度 CFD 计算结果。

在所有代理模型满足所需的全局精度后,将其应用到多目标优化算法中以寻求 Pareto 最优解。本文采用非支配排序的基因算法 NSGA-II,其在拥有优越的全局优化表现的同时还具有高效的计算效率。本文采用的优化代码基于 Python 开源库 Inspyred。设定种群数量为 200,进化代数为 100,其他参数保持默认,得到多目标优化的结果。

## 4 结果与分析

### 4.1 优化结果分析

尾喷管多目标优化设计的结果如图 9 所示,喷管的基准构型与验证算例模型一致,其力学性能参数对应的坐标设为基准点。

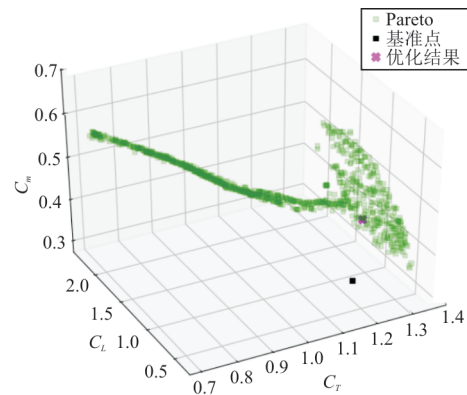


图 9 尾喷管多目标优化设计的 Pareto 解集  
Fig. 9 Pareto solution set for multi-objective optimization design of nozzle

按照三个优化目标,希望优化结果同时具有更高的推力、推进升力和低头力矩,因此在三者之间的权衡中做出决策。在不出现负优化的前提下,将各优化目标的相对提升率赋予相同权重进行加和,取总提升率最高的解作为 Pareto 解集中的一个特解:归一化后的  $[0.73 \ 0.93 \ 0.56 \ 0.05 \ 0.06]$  作为最终的优化结果。基准点、优化结果及对应的高可信度 CFD 验证结果的三种力学性能数值对比如表 4 所示,可以看出:优化后喷管的推力系数  $C_T$ 、升力系数  $C_L$  和俯仰力矩系数  $C_m$  分别提升了 2.94%、13.0% 和 40.6%;采用高可信度求解器对优化结果的验证表明,最大相对误差不超过 0.5%,这也能够反映出所构建的 Cokriging 模型具有很高的预测精度。

表 4 优化结果对比  
Table 4 Comparison of optimization results

对比项	设计变量取值(归一化)	$C_T$	$C_L$	$C_m$
基准构型	[0.50 0.67 0.10 0.03 0.04]	1.225	0.787	0.298
优化结果	[0.73 0.93 0.56 0.05 0.06]	1.264	0.891	0.421
CFD验证	[0.73 0.93 0.56 0.05 0.06]	1.261	0.889	0.419

优化前后尾喷管流场的马赫数分布云图如图 10 所示,可以看出:优化后喷管膨胀壁面的型线是一条由上凸转为上凹的三次曲线;相对于基准喷管的流场,优化后的流场分布除了具有原本的剪切波和斜激波的波系结构外,由于膨胀型线的凹凸性产生变化,流场还产生了一道上凸的压缩波,使得流场的波系结构更加复杂,由此带来的影响反映在优化前后的壁面压强分布情况上,如图 11 所示。

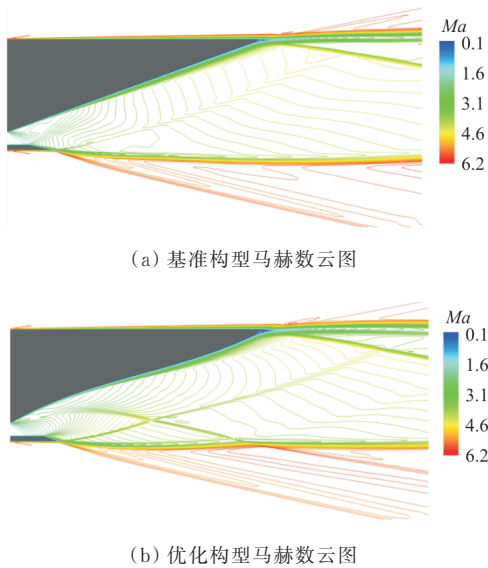


图 10 优化前后流场马赫数云图  
Fig. 10 Mach cloud diagram of flow field before and after optimization

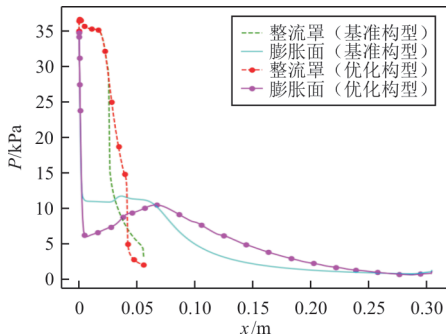


图 11 初始喷管和优化后喷管的壁面压强分布  
Fig. 11 Wall pressure distribution of initial nozzle and optimized nozzle

对于上膨胀壁面,优化后的喷管初始膨胀角  $\theta_1$  较大,流体膨胀程度更大,因而在初始段壁面压强下降更多,低于原始喷管;但随后在压缩波作用下,壁面压强逐渐增大,直到超过基准构型并保持至喷管末端。这种压强分布使得壁面上合力作用点更加靠后,从而能够产生更大的俯仰力矩,这与优化结果相一致。优化后整流罩长度  $L_c$  仍较短,使得喷流向后下方喷射,获得较大推进升力;优化后的  $\theta_3$  更大,整流罩的平直段较长,壁面压强下降较缓。

为了进一步分析各设计变量对优化目标的影响,采用文献[13]推荐的方法分别绘制三个优化目标函数的云图矩阵(归一化变量基准值取为 0.5),如图 12 所示。

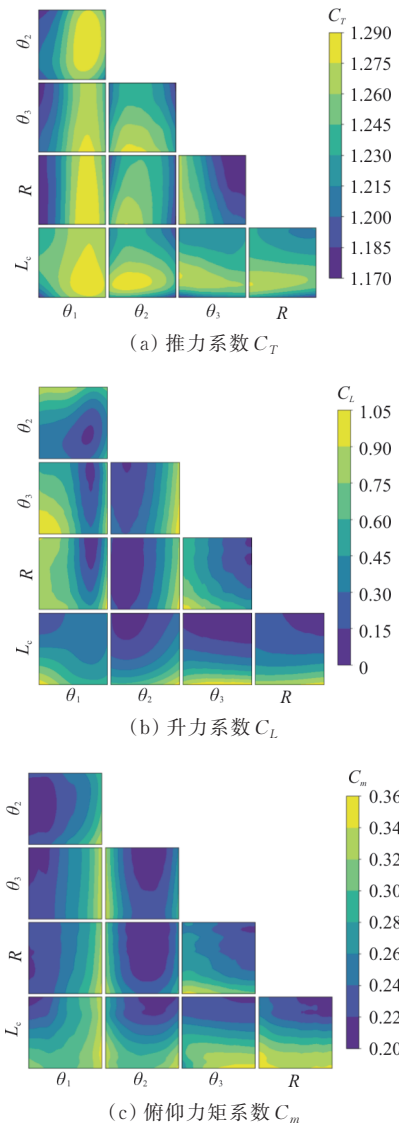


图 12 优化目标的云图矩阵  
Fig. 12 Cloud image matrix of optimization objective function



从图 12 可以看出:

(1) 三个优化目标对整流罩形状倾角  $\theta_3$  与上壁面过渡半径  $R$  的变化较为不敏感;相比之下,随上壁面初始膨胀角  $\theta_1$ 、末端膨胀角  $\theta_2$  和整流罩长度  $L_c$  的变化程度更大,且变化规律呈非线性;

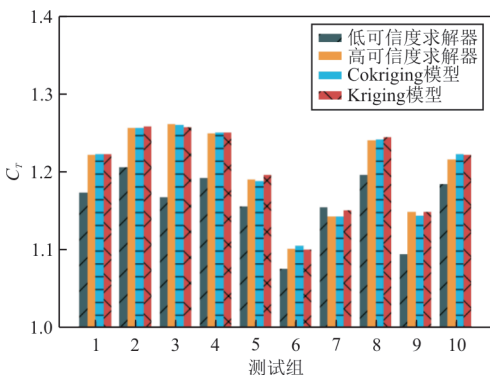
(2) 推力系数  $C_T$  和升力系数  $C_L$  的云图矩阵中,多数子云图呈现相反的变化趋势,在  $C_T$  值较大的设计区域内,其  $C_L$  值较小;而在  $C_L$  值较大的设计区域内, $C_T$  较小。说明  $C_T$  与  $C_L$  两个目标函数具有矛盾关系。

### 4.2 Cokriging 模型与 Kriging 模型比较

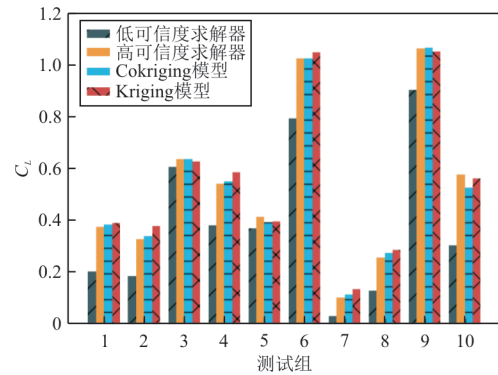
为了进一步研究 Cokriging 模型在喷管优化设计中的优化效率与正确性,本文采用 Kriging 模型实现相同函数代理模型的构建作为对照实验。

与多可信度 Cokriging 模型的构建方法不同, Kriging 为单一可信度的代理模型,为了保证模型的预测精度,其训练数据要求均来源于高可信度求解器。设置 Kriging 模型的初始样本集与 Cokriging 中的高可信度初始样本点集保持一致 ( $n = 50$ ),并采取同样的加点准则和终止条件。构建完成三个目标函数  $C_T$ 、 $C_L$ 、 $C_m$  的 Kriging 模型所需的迭代次数分别为 48、16、24,即所需训练数据集的规模大小分别为 146、82、98。

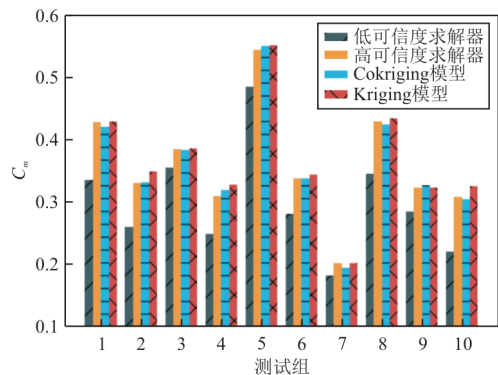
在设计空间内独立抽取 10 个样本点,分别采用低、高可信度求解器, Cokriging 模型和 Kriging 模型完成对三个目标函数值的求解对比,结果如图 13 所示,可以看出:采用低可信度求解器获得的计算结果与高可信度求解器计算结果相差较大,无法直接应用于高精度的优化设计中;而两种代理模型具有较高的预测精度,预测结果均与高可信度结果十分接近。



(a) 推力系数  $C_T$



(b) 升力系数  $C_L$



(c) 俯仰力矩系数  $C_m$

图 13 Cokriging、Kriging 的预测结果与 CFD 结果对比  
Fig. 13 Comparison of prediction results of Cokriging and Kriging with CFD results

在优化设计问题中,若能节省求解目标函数、约束函数的资源消耗,优化效率会大幅提升。本文在联想的桌面系统上(Intel(R) Core(TM) i7-10710U CPU @ 1.10 GHz 1.61 GHz; 16 GB RAM 3 200 Hz; Windows 10 Pro64 Bit)进行数值实验。

对于两种可信度的流场 CFD 求解,构建时间成本定义为采用脚本自动完成几何模型构建与网格划分所消耗的时间总和,均约为 10 s;预测时间成本定义为采用 CFD 求解流场至收敛的时间消耗,低可信度求解器所需的时间成本约为 40 s,而高可信度求解器的时间成本达到了 500 s。对于两种代理模型,构建时间成本定义为构建三个目标函数代理模型时间消耗总和(包含初始样本所需的计算时间), Cokriging 模型的构建时间成本约为 29 h,而 Kriging 模型由于需要依靠加点准则向训练数据中添加更多高可信度数据,构建时间成本约为 76 h;代理模型的预测时间成本为完成预测未知样本点相应的响应值所需的时间,两种模型的

预测成本均小于 1 s。

上述数值实验的结果如表 5 所示,可以看出:低可信度求解器的精度无法满足优化设计的需求;而高可信度求解器的时间成本过高,采用启发式的优化算法时往往需要计算数以万计的设计工况,尤其当计算模型更为精细复杂,进一步引入更高可信度的计算方法,如大涡模拟方法(LES)、直接数值模拟方法(DNS)等,在工程上无法接受如此高昂的计算成本;Cokriging 模型在一定程度上融合了低、高可信度数据,以低可信度数据作为全局趋势,以高可信度数据进行数值修正,能够以相对高的准确性预测出优化目标函数,预测时间成本小于 1 s,使得优化流程得以高效执行;并且在本文的优化问题中,相比单一可信度的 Kriging 模型,Cokriging 模型在预测速度与预测精度相当条件下,构建模型的时间成本约为 Kriging 模型的 38%。

表 5 Cokriging 模型、Kriging 模型的预测结果与 CFD 求解器的时间成本与准确性对比

Table 5 Comparison between Cokriging, Kriging and CFD solver from time cost and prediction accuracy

模型类型	构建时间成本	预测时间成本	准确度
低可信度求解器	约等于 10 s	约等于 40 s	低
高可信度求解器	约等于 10 s	约等于 500 s	高
Cokriging 模型	约等于 29 h	小于 1 s	相对高
Kriging 模型	约等于 76 h	小于 1 s	相对高

## 5 结 论

(1) 基于 Cokriging 模型得到的多目标优化结果,与高可信度 CFD 求解器的验证结果高度一致,最大相对误差低于 0.5%。优化后尾喷管的推力系数、升力系数和俯仰力矩系数与基准尾喷管相比分别提升了 2.94%、13.0% 和 40.6%。

(2) 优化后喷管流场的波系结构更为复杂,产生的压缩波改变了壁面压强分布,使得合力作用点更加靠后,从而在推力系数、升力系数均少量增加的同时,俯仰力矩系数得到更大提升。

(3) 在本文所选的设计变量中,优化目标对于整流罩形状倾角  $\theta_3$  与上壁面过渡半径  $R$  的变化较不敏感,而初始膨胀角  $\theta_1$ 、末端膨胀角  $\theta_2$ 、整流罩长度  $L_c$  对优化目标的影响较为显著,具有非线性的

影响规律。

(4) Cokriging 模型的构建融合了低、高可信度训练数据,对于本文提出的优化目标,在保证预测速度和预测精度的前提下,模型的构建成本相比于单一可信度 Kriging 模型约节省了 62%。

## 参 考 文 献

- [1] EDWARDS C, SMALL W, WEIDNER J, et al. Studies of scramjet/airframe integration techniques for hypersonic aircraft [C]// 13th Aerospace Sciences Meeting. USA: AIAA, 1975: 58.
- [2] RAO G V R. Exhaust nozzle contour for optimum thrust [J]. Journal of Jet Propulsion, 1958, 28(6): 377-382.
- [3] ARGROW B M, EMANUEL G. Comparison of minimum length nozzles [J]. Journal of Fluids Engineering, 1988, 110(3): 283-288.
- [4] GOEING M. Nozzle design optimization by method-of-characteristics [C]// 26th Joint Propulsion Conference. USA: AIAA, 1990: 2024.
- [5] 全志斌, 徐惊雷, 莫建伟. 单边膨胀喷管膨胀型面的非线性缩短设计 [J]. 推进技术, 2012, 33(6): 951-955. QUAN Zhibin, XU Jinglei, MO Jianwei. Design of nonlinearly compressed SERN profile [J]. Journal of Propulsion Technology, 2012, 33(6): 951-955. (in Chinese)
- [6] 徐惊雷, 莫建伟, 于洋, 等. 高速飞行器的发动机排气系统 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2019. XU Jinglei, MO Jianwei, YU Yang, et al. Exhaust system of high speed vehicle engine [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2019. (in Chinese)
- [7] SHYNE R, KEITH, JR T. Analysis and design of optimized truncated scarfed nozzles subject to external flow effects [C]// 26th Joint Propulsion Conference. USA: AIAA, 1990: 2222.
- [8] 罗金玲, 康宏琳, 操小龙, 等. 吸气式高超声速飞行器空气动力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2021. LUO Jinling, KANG Honglin, CAO Xiaolong, et al. Aerodynamics of air-breathing hypersonic vehicle [M]. Beijing: Science Press, 2021. (in Chinese)
- [9] 陈兵, 谷良贤, 龚春林. 适用于宽马赫数的尾喷管优化设计 [J]. 固体火箭技术, 2013, 36(6): 758-762. CHEN Bing, GU Liangxian, GONG Chunlin. Optimum design of nozzle used in wide mach number [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2013, 36(6): 758-762. (in Chinese)
- [10] JU S, YAN C, WANG X, et al. Optimization design of energy deposition on single expansion ramp nozzle [J]. Acta Astronautica, 2017, 140: 351-361.
- [11] 王英鹏, 徐义华, 孙海俊, 等. 基于响应面法的火箭发动机喷管型面优化设计 [J]. 航空动力学报, 2022, 37(1):

- 214-224.
- WANG Yingpeng, XU Yihua, SUN Haijun, et al. Optimization design for nozzle contour of rocket engine based on response surface method [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2022, 37(1): 214-224. (in Chinese)
- [12] 鲁广钊, 周帅, 张帅, 等. 三维流线追踪截短偏置超声速尾喷管非设计工况性能分析[J]. *固体火箭技术*, 2021, 44(1): 16-25.
- LU Guangzhao, ZHOU Shuai, ZHANG Shuai, et al. Performance analysis of three-dimensional supersonic asymmetric truncated nozzle under off-design conditions [J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2021, 44(1): 16-25. (in Chinese)
- [13] FORRESTER I J, SOBESTER A, KEANE A J. Multi-fidelity optimization via surrogate modelling [J]. *Proceedings of the Royal Society a: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2007, 463: 3251-3269.
- [14] KENNEDY M C, O'HAGAN A. Predicting the output from a complex computer code when fast approximations are available [J]. *Biometrika*, 2000, 87(1): 1-13.
- [15] HAN Z H. Alternative cokriging method for variable-fidelity surrogate modeling [J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(5): 1205-1210.
- [16] HAN Z H. Hierarchical kriging model for variable-fidelity surrogate modeling [J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(9): 1885-1896.
- [17] SASENA M J, PAPALAMBROS P, GOOVAERTS P. Exploration of metamodeling sampling criteria for constrained global optimization [J]. *Engineering Optimization*, 2002, 34(3): 263-278.
- [18] JONES D R, SCHONLAU M, WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions [J]. *Journal of Global Optimization*, 1998, 13(4): 455-492.
- [19] MONTA W J. Pitot survey of exhaust flow field of a 2-D scramjet nozzle at Mach 6 with air or freon and argon used for exhaust simulation: NASA-TM-4361 [R]. USA: NASA, 1992.
- [20] SUN X, GUO Z, HUANG W, et al. Drag and heat reduction mechanism induced by a combinational novel cavity and counterflowing jet concept in hypersonic flows [J]. *Acta Astronautica*, 2016, 126: 109-119.
- [21] MO J, XU J, QUAN Z, et al. Design and cold flow test of a scramjet nozzle with nonuniform inflow [J]. *Acta Astronautica*, 2015, 108: 92-105.

#### 作者简介:

刘璟(1984—),男,博士研究生,高级工程师。主要研究方向:系统仿真。

边泉(1995—),男,博士研究生。主要研究方向:气动优化设计。

徐冠峰(1980—),男,博士,副研究员。主要研究方向:直升机设计。

李书(1965—),男,博士,教授、博导。主要研究方向:飞行器结构优化设计,飞行器结构动力学。

王建林(1987—),男,硕士,高级工程师。主要研究方向:系统仿真。

(编辑:马文静)