

文章编号: 1674-8190(2023)04-068-08

基于 Kriging 模型与 MOGA 算法的有限元模型修正

李家辉, 许锋

(南京航空航天大学 机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京 210016)

摘要: 精确的有限元模型可以准确预测真实结构的动力学响应, 采用一种融合 Kriging 模型与多目标遗传算法(MOGA)的模型修正方法, 针对 GARTEUR 飞机进行模型修正。首先采用 Spearman 相关性分析方法, 引入显著性水平系数对飞机模型的初始参数进行筛选; 然后将筛选后的参数作为设计变量, 利用最佳填充空间(OSF)设计方法获得初始样本点, 构建 Kriging 响应面模型, 将响应面计算结果与实验结果的差作为目标函数; 最后利用 MOGA 对目标函数进行优化, 搜索 Pareto 最优解, 并且对候选点添加验证点来检验其精度。结果表明: 修正后的 GARTEUR 飞机模型具有良好的频率复现和预测能力, 满足工程精度要求, 采用融合 Kriging 模型与 MOGA 的模型修正方法具备有效性和可靠性。

关键词: 有限元模型; 相关性分析; 最佳填充空间; Kriging 模型; MOGA

中图分类号: V214

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2023.04.07

Finite element model updating based on Kriging model and MOGA

LI Jiahui, XU Feng

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The accurate finite element model can precisely predict the structural dynamics response. A model updating method integrating the Kriging model and multi objective genetic algorithm (MOGA) is adopted for the model correction of GARTEUR aircraft. Firstly, the initial parameters of the aircraft model are screened using Spearman correlation analysis and the introduction of a significance level coefficient. And then, the screened parameters are used as design variables to obtain the initial sample points using the optimal space-filling (OSF) design method, construct the Kriging response surface model, and use the difference between the response surface calculation results and experimental results as the objective function. Finally, the MOGA is used to optimize the objective function, search for the Pareto optimal solution, and add validation points to the candidate points to check its accuracy. The results show that the updated GARTEUR aircraft model has good frequency reproduction and prediction capability, can meet the engineering accuracy requirements. The model updating method using Kriging model and MOGA is effective and reliable.

Key words: finite element model; correlation analysis; optimal space-filling; Kriging model; MOGA

收稿日期: 2022-07-26; 修回日期: 2022-09-18

通信作者: 许锋, feng_xu@nuaa.edu.cn

引用格式: 李家辉, 许锋. 基于 Kriging 模型与 MOGA 算法的有限元模型修正[J]. 航空工程进展, 2023, 14(4): 68-75.

LI Jiahui, XU Feng. Finite element model updating based on Kriging model and MOGA[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2023, 14(4): 68-75. (in Chinese)

0 引言

精确的有限元模型可以准确地预测结构在各种载荷激励下的响应,为了建立精确的有限元模型,通常需要对建立的初始有限元模型进行修正,“建模不难修正难”已经成为当前研究的共识^[1]。D. Bernal^[2]提出了一种基于特征结构赋值的刚度和阻尼矩阵模型直接修正方法;S. V. Modak^[3]提出了关于有限元模型修正的非相关模态驱动逆特征灵敏度法;徐张明等^[4]利用实验测试和预测的有限元模型得到的频响函数法,结合动力缩聚技术,推导了一种基于改进的基于频响函数和灵敏度分析的修正方程;丁继锋等^[5]采用序列二次规划法进行了模型修正,并且提出了模型修正的三步修正策略;王立等^[6]采用基于灵敏度分析的有限元模型修正方法对航空发动机试验器连接机匣动力学模型进行了修正;陈英华等^[7]提出了一种适合全机模型的相关性分析算法,并且以某型直升机的静力实验数据为基础进行了模型修正,得到了满意的修正效果。

上述模型修正方法都需要进行动力学方程的灵敏度分析和导数推导,但是对于复杂的结构而言,推导过程较为繁琐,灵敏度推导难度较大,为了解决以上问题,研究者开始寻找其他能够避免繁琐推导过程的模型修正方法,其中,响应面法受到人们的重视,仲昭杰等^[8]采用构建二次响应面模型的方法对爬壁机器人进行了多目标优化;王涵等^[9]、鲍诺等^[10]采用4阶多项式函数构造响应面模型进行模型修正,得到了较好的效果。但是,对于采用多项式函数拟合的响应面模型,若阶次较低,无法对非线性数据进行较好拟合;若阶次较高,则会增加待定系数的数量导致计算效率下降。而Kriging模型是一个基于随机过程的统计学代理模型,包括非参数和多项式回归两部分,并且需要的样本点较少,在解决非线性程度较高的问题时也能取得比较理想的拟合效果^[11]。

本文采用一种融合Kriging模型与多目标遗传算法(Multi Objective Genetic Algorithm,简称MOGA)的模型修正方法。在模型修正中利用Kriging响应面模型将目标函数与设计变量的关系显示化,将模型修正问题转化为优化问题;利用具有全局搜索能力的MOGA对Kriging模型进行优化;以GARTEUR飞机模型为实例进行模型修正,验证

在模型修正中采用融合Kriging模型与MOGA的可靠性。

1 模型修正方法

1.1 数学模型

响应面法的基本思想是通过一系列确定性实验,结合合理的采样法和迭代策略利用多项式函数来近似隐式极限状态函数^[12],可以避免复杂的推导过程,并且近似函数的构造也不涉及刚度矩阵,通用性和独立性较强^[13]。响应面法流程图如图1所示。

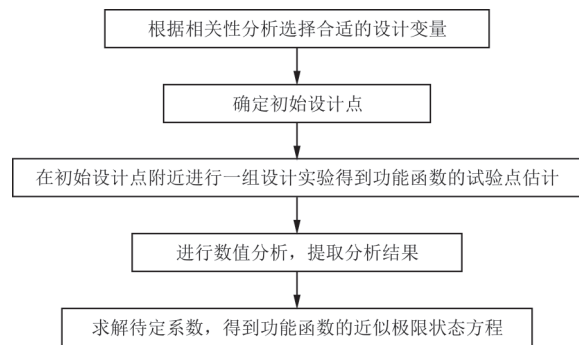


图1 响应面法流程图

Fig. 1 Flow chart of response surface method

常用的响应面模型为多项式回归,但是对于非线性数据和具有相关性多项式的回归难以建模,无法准确表达高度复杂的数据^[14]。相比于传统的回归模型,Kriging模型考虑了参数的随机性和相关性,使结果更加科学和接近实际情况^[15]。

Kriging响应面模型主要包括随机分布和多项式分布^[16-17],其样本点 $\mathbf{X}=[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T$,响应值 $\mathbf{Y}=[y_1, y_2, y_3, \dots, y_n]^T$,Kriging模型的形式可以表示为

$$y(x) = \beta_i f_i(x) + z(x) \quad (1)$$

式中: $y(x)$ 为响应面函数; β_i 为回归待定系数; $f_i(x)$ 为待定多项式函数; $z(x)$ 为待定随机函数。

$z(x)$ 的协方差矩阵为

$$\text{Cov}[z(x_i), z(x_j)] = \sigma^2 \mathbf{R}[r(x_i, x_j)] \quad (2)$$

式中: σ^2 为 $z(x)$ 的方差; \mathbf{R} 为 $N \times N$ 沿对角线正定的协方差矩阵; $r(x_i, x_j)$ 为任意 N 个样本点中 x_i 和 x_j 的空间相关函数。

采用高斯相关函数:

$$r(x_i, x_j) = \exp\left(-\sum_{k=1}^M \theta_k |x_i^k - x_j^k|^2\right) \quad (3)$$

式中： θ_k 为用于拟合模型的不确定参数； M 为设计变量的数量。

通过确定相关函数，样本点 x 处的预测值为

$$\hat{y}(x) = \hat{\beta}^T f(x) + \mathbf{r}^T(x) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\beta}) \quad (4)$$

式中： \mathbf{Y} 为样本点数据的响应值所组成的列向量； \mathbf{F} 为单位列矢量； $\mathbf{r}^T(x)$ 为样本点和预测点之间的相关矢量。

$$\mathbf{r}^T(x) = [R(x, x^1), R(x, x^2), \dots, R(x, x^n)]^T \quad (5)$$

其中式(4)中的 $\hat{\beta}$ 和式(8)中的 σ^2 表达式为

$$\hat{\beta} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \frac{(\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\beta})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\beta})}{m} \quad (7)$$

通过最大似然估计进行求解相关参数 θ_k 得到：

$$\max f(\theta_k) = \frac{m \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln |\mathbf{R}|}{2} \quad (8)$$

式(6)求解出 θ_k 后，可得到 Kriging 法的响应面拟合模型。

1.2 优化方法

构建设计变量与输出之间的响应面模型后，模型修正问题转化为对响应面函数的优化问题，将实验值与仿真值差值的绝对值作为优化的目标函数：

$$\gamma = \min (|\varphi(p)|) = \min (|f_e^i - f_s^i|) \quad (P_i \leq p \leq P_j) \quad (9)$$

式中： p 为设计变量； f_e^i 为第 i 次实验值， f_s^i 为第 i 次仿真值； P_i 为设计变量的上限； P_j 为设计变量的下限。

MOGA 是基于控制精英策略的 NSGA-II 的混合变种算法，支持各种类型的输入参数，是一种快速的非支配排序法，具备全局最优的特点^[18]，采用 Kriging 法建立代理模型后，利用 MOGA 对响应面模型进行优化，可以提高模型修正的优化效率。基于 Kriging 模型与 MOGA 的模型修正流程图如图 2 所示，主要分为三部分：首先是建立参数化的有限元模型，根据相关性分析筛选合适的设计变量，建立优化的数学模型；然后基于筛选的设计变量选取合适的实验设计 (DOE) 法生成样本空间，建立 Kriging 模型并对其拟合精度进行检验；最后利用 MOGA，通过交叉、变异对代理模型进行优化，搜索 Pareto 最优解，利用验证点对候选点进行验证。

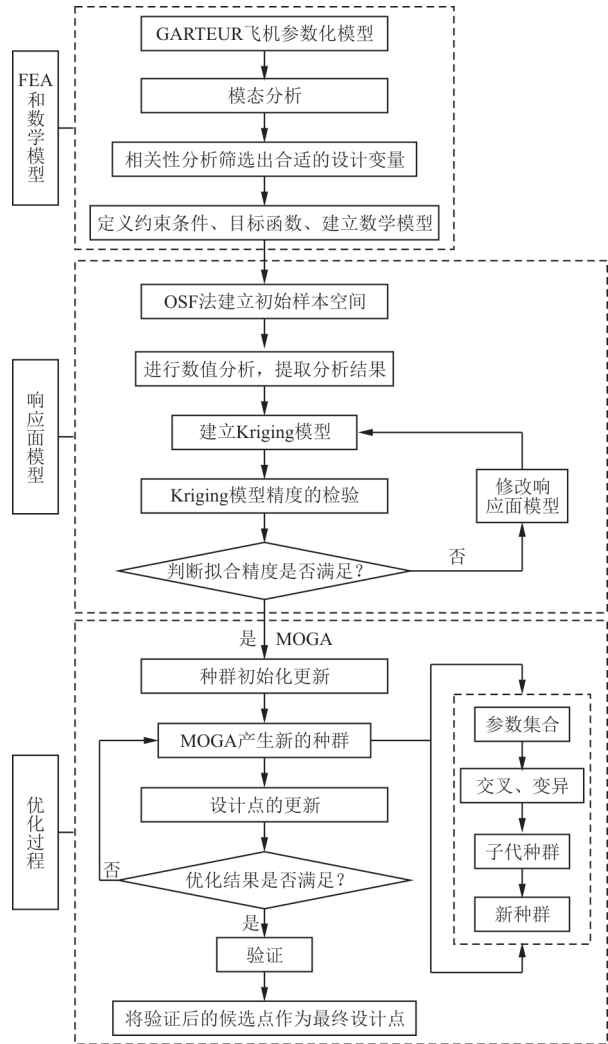


图 2 模型修正流程图

Fig. 2 Model updating flow chart

2 GARTEUR 飞机有限元模型

GARTEUR 飞机模型被欧洲航空科技组织用作评估实验分析技术与模型修正技术的基准模型^[19]，本文中模型的机身、机翼、尾翼结构均采用实体单元建模，将各个结构的几何尺寸及其材料属性设为参数化变量，在连接处增加质点质量来增加模型连接处的螺栓质量。有限元模型如图 3 所示。

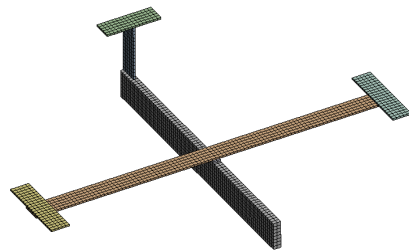


图 3 GARTEUR 飞机动力学模型

Fig. 3 GARTEUR aircraft dynamics model

初始的动力学模型材料选择为铝合金:密度为 2770 kg/m^3 ,杨氏模量为 71 GPa ,泊松比为 0.33 。在各个连接处增加 0.2 kg 的质量点,采用频率相关性对初始的动力学模型精度进行评估,通常采用频率相对误差的百分比来表示^[20],相关性系数为

$$\epsilon_i = \frac{f_i - f_i^{\text{exp}}}{f_i^{\text{exp}}} \times 100\% \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

式中: f_i 为模型的第*i*阶计算模态频率; f_i^{exp} 为实验的第*i*阶模态频率。

对初始模型进行仿真计算,实验值源于文献[21],最终的结果对比如表1所示。

表1 仿真值与实验值前10阶模态频率对比
Table 1 The simulation values compared with the first 10 order modal frequencies of the experimental values

阶数	实验值/Hz	仿真值/Hz	误差/%
1	5.99	5.679 8	-5.18
2	16.02	17.103 0	6.76
3	35.55	37.924 0	6.68
4	38.27	39.460 0	3.11
5	38.95	39.514 0	1.45
6	47.09	44.793 0	-4.88
7	50.82	47.189 0	-7.14
8	55.69	54.615 0	-1.93
9	63.35	65.129 0	2.81
10	68.98	89.444 0	29.67

从表1可以看出:前10阶模态频率差值最大误差为 29.67% ,平均误差为 6.96% ,动力学仿真数据和实验数据存在较大误差,因此,需要对动力学模型进行修正。

3 GARTEUR飞机模型修正

根据图2中的模型修正流程图对GARTEUR飞机模型进行修正,使得修正后有限元模型的频率值接近于实验值。首先对GARTEUR飞机有限元模型的初始参数进行筛选;然后利用筛选后的参数作为设计变量,构建Kriging响应面模型;最后采用MOGA搜索最优解,将修正后的模态频率与修正前的频率进行对比,验证本文采用方法的有效性。

3.1 相关性分析

对于初始的GARTEUR飞机动力学模型,选择机身、机翼、垂尾和平尾的厚度以及材料的属性

和质量点的位置共33个参数作为初始设计变量,如果将其全部用于响应面模型的构建,将会导致生成的采样数据庞大而增加优化的难度。因此,先利用Spearman相关性分析方法剔除掉敏感度较小的参数来减少不必要的采样点^[22],相关系数 ρ 的表达式为

$$\rho = 1 - 6 \sum_{i=1}^n d_i^2 / [n(n^2 - 1)] \quad (11)$$

式中: n 为样本点个数; d_i 为两个变量之间的差值。

Spearman相关性分析中采用拉丁超立方抽样(LHS)生成相关性分析的样本点,设计变量的参数变化范围为初始值的 $\pm 10\%$,并且引入显著性水平系数 P 对分析参数进行筛选。

根据 $P=0.05$ 进行筛选后的相关性图表如图4所示,其中: P_1 为机身厚度, P_2 为机翼厚度, P_3 为翼尖小翼厚度, P_4 为垂尾厚度, P_5 为平尾厚度, P_6 为机翼偏置距离, P_7 为机身密度, P_8 为机身弹性模量, P_9 为机翼密度, P_{10} 为机翼弹性模量, P_{11} 为翼尖小翼密度, P_{12} 为垂尾弹性模量, P_{13} 为平尾密度。

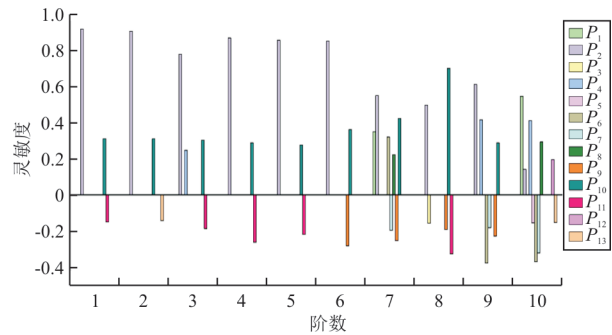


图4 相关性图表

Fig. 4 Correlation chart

总共有13个参数对前10阶模态频率影响较大,因此,选择这些参数作为模型修正的设计变量。

3.2 Kriging模型

最佳填充空间(OSF)设计方法适用于复杂的响应面法,属于LHS方法基础上的改进,可以获得在设计空间中更为均匀分布的设计点^[23]。基于选择的13个设计变量进行样本点数据的生成,选用Kriging模型进行响应面的拟合,并且在每一阶的拟合曲线上增加3个验证点。

Kriging模型预测值与观测值的拟合曲线如图5所示。拟合的评判标准是:越靠近 $y=x$ 直线表明拟合精度越好。从图5可以看出:Kriging模型的预

测值与实际值拟合度较高,但是在第3、7、10阶频率验证点拟合精度较差。

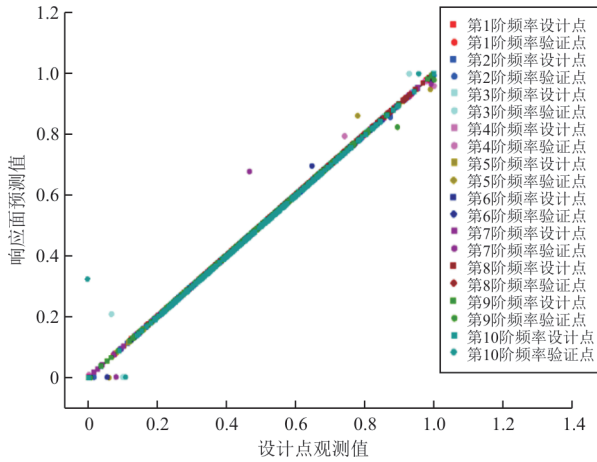


图5 Kriging法拟合曲线

Fig. 5 Curve fitting by Kriging method

点拟合精度较差的第3、7、10阶的响应面模型如图6所示,可以看出:在第3、7、10阶时的响应面模型频率与设计变量为非线性关系,因此导致验证点在第3、7、10阶时的拟合精度较差。

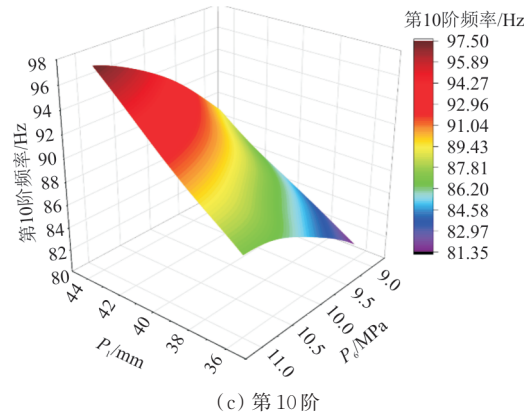
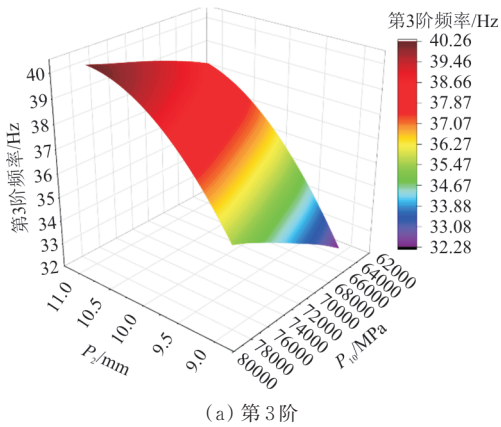


图6 响应面模型

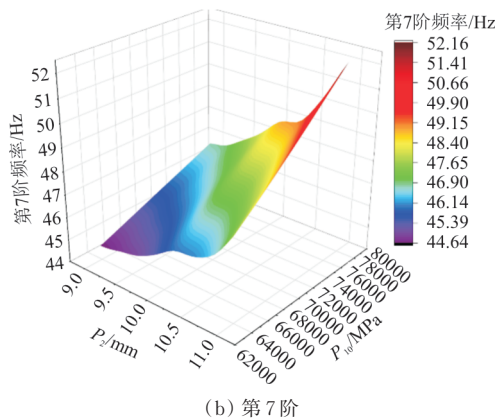
Fig. 6 Response surface model

3.3 模型修正

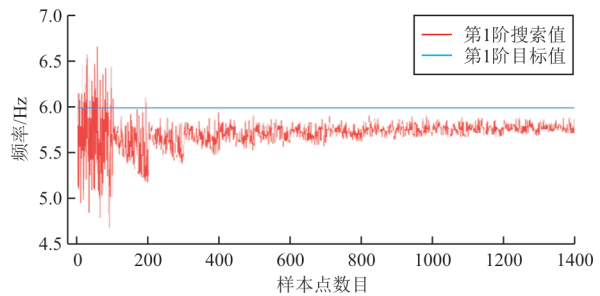
建立 Kriging 模型后,将其作为优化的代理模型,采用 MOGA 搜索 Pareto 最优解,其中:交叉率设为 0.98,变异率设为 0.01,初始样本点数设为 100,收敛稳定百分比设为 100%,最大允许 Pareto 百分比设为 70%,稳定收敛百分比设为 2%。优化目标设为前 6 阶模态频率,将其邻近 4 阶频率作为模型修正后的预测数据。根据工程精度要求,修正后模态频率的平均误差需小于 2%,单阶模态频率误差要小于 5%^[5]。优化时的搜索曲线如图 7 所示。



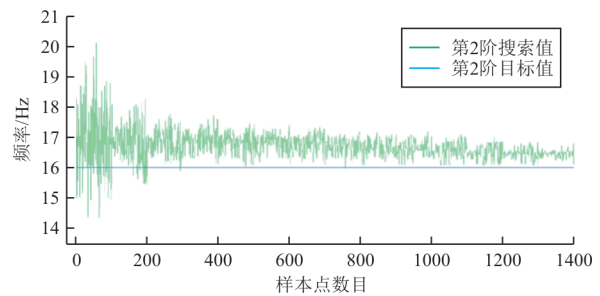
(a) 第3阶



(b) 第7阶



(a) 第1阶



(b) 第2阶

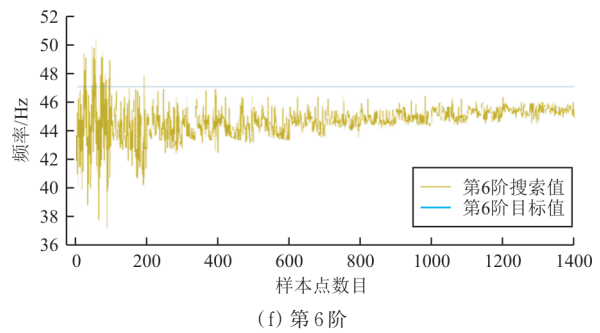
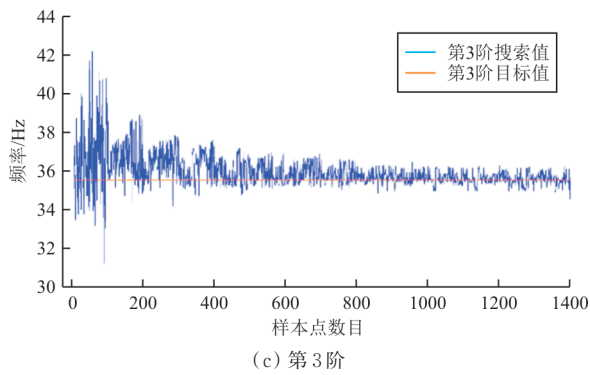
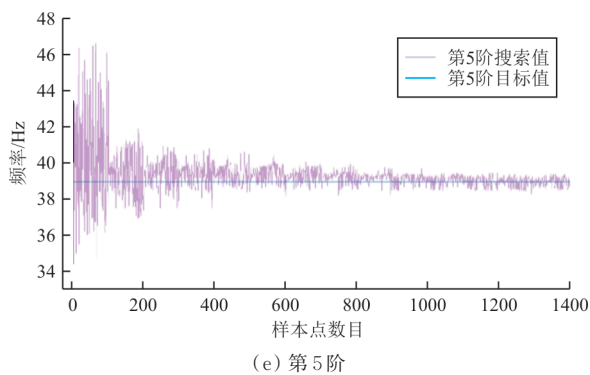
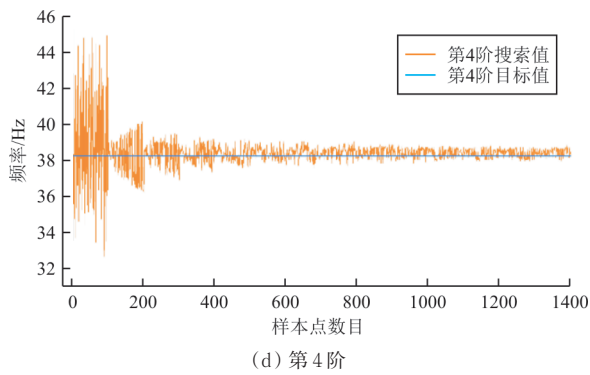


图 7 优化过程

Fig. 7 Optimization process



优化过程中样本点总共为 1 400 个,前 286 个点为响应面模型的拟合点,后 1 114 个点是 MOGA 通过交叉、变异得到的 Pareto 最优解,整个优化过程刚开始震荡较大,随着优化过程的进行,幅值变化逐渐平稳,这是由于刚开始的样本点是整个样本空间的点,数据差值较大,后面趋于平稳的过程表明在寻找局部最优解。在整个优化过程中的搜索值一直处于目标值的下方(如图 7(a)和图 7(f)所示),这表明最终优化得出的第 1 和第 6 阶频率将会略小于目标值,第 2 阶的最终优化频率将会略大于目标值(如图 7(b)所示),搜索值在目标值上下震荡(如图 7(c)、图 7(d)、图 7(e)所示),表明第 3~5 阶频率将会接近目标值。这是因为 MOGA 具有全局最优的特点,优化目标较多时即约束条件也就越多,不能保证每一阶频率都达到目标值,只能保证整体最优。

优化后的结果与实验值的误差如表 2 所示,其中, C_{P1} 、 C_{P2} 、 C_{P3} 是优化分析中 Pareto 最优解推荐的 3 个候选点。

表 2 优化结果
Table 2 Optimization results

阶数	实验值/Hz	C_{P1}		C_{P2}		C_{P3}	
		修正值/Hz	误差/%	修正值/Hz	误差/%	修正值/Hz	误差/%
1	5.99	5.83	-2.60	5.76	-3.77	5.73	-4.42
2	16.02	16.60	3.64	16.39	2.31	16.39	2.32
3	35.55	35.74	0.52	35.86	0.88	36.05	1.41
4	38.27	38.36	0.25	38.39	0.32	38.14	-0.35
5	38.95	38.91	-0.09	38.97	0.06	38.93	-0.05
6	47.09	45.91	-2.50	45.44	-3.50	45.93	-2.45
7	50.82	50.03	-1.56	50.33	-0.96	50.79	-0.05
8	55.69	56.19	0.89	55.58	-0.20	55.98	0.53
9	63.35	66.10	4.33	64.47	1.77	64.54	1.88
10	68.98	69.62	0.92	68.21	-1.11	69.95	1.41

由于 3 个候选点是遗传算法根据 Kriging 模型优化得出的结果,并不是直接对有限元模型进行求解得出的,因此,需要对每个候选点添加一个验证点,候选点和验证点的频率拟合曲线如图 8 所示。

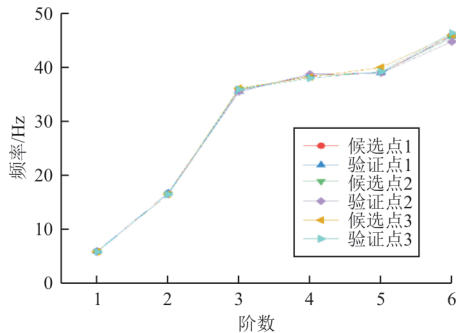


图 8 候选点与验证点的拟合曲线

Fig. 8 Fitted curves for candidate and validation points

从图 8 可以看出:3 个验证点与各自候选点的每阶频率误差均在 1% 以内,拟合精度较好,可以认为优化目标设为前 6 阶时针对响应面优化选出的候选点具有较高的精度,能够作为优化后的设计点使用。

结合表 2,在前 6 阶修正频率中,候选点 1 最大误差为 3.64%,最小误差为 0.09%,平均误差为 1.6%;候选点 2 最大误差为 3.5%,最小误差为 0.06%,平均误差为 1.81%;候选点 3 最大误差为 4.42%,最小误差为 0.05%,平均误差为 1.83%;三个候选点的修正频段均满足工程精度要求。在预测频段中,候选点 1 最大误差为 4.33%,最小误差为 0.89%,平均误差为 1.93%;候选点 2 最大误差为 1.77%,最小误差为 0.2%,平均误差为 0.76%;候选点 3 最大误差为 1.88%,最小误差为 0.05%,平均误差为 0.72%;三个候选点的预测频段也满足工程精度要求。其中,修正频段误差最小的为候选点 1,预测频率段误差最小的为候选点 3,前 10 阶频率平均误差最小的为候选点 3。

综上所述,基于 Kriging 模型和 MOGA 的模型修正方法,首先采用相关性分析方法选择合适的设计变量,剔除掉对目标函数影响较小的设计点,可以避免样本点过于庞大的问题;然后利用 Kriging 法建立目标函数和设计变量的显函数关系,可以避免复杂结构的动力学方程和敏度方程的推导,并且能够更加准确的反应真实结果,将模型修正问题转化为求解 Kriging 模型最优解的优化问题;最后利用具备全局最优能力的 MOGA 搜索算

法求解代理模型的 Pareto 最优解集,得出了满足需求的候选点。

4 结 论

1) 对于动力学修正问题,采用 Kriging 法建立的响应面模型具有较高的拟合精度,可以更加真实地反映结构的隐式极限状态函数。

2) 采用 MOGA 对响应面模型进行优化,搜索 Pareto 最优解,利用验证点对生成的候选点进行检验,生成的候选点具有较好的精度,修正后的模型满足工程精度要求,具有良好的频率复现和预测能力。

3) 修正频段内相对误差的绝对值的平均值从 4.68% 降至 1.6%,表明本文采用方法的有效性和可靠性。

参 考 文 献

- [1] 朱广荣. 大型民机结构动力学建模与适航验证分析技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2017.
ZHU Guangrong. Dynamic modeling and airworthiness compliance analysis for large commercial aircraft structure [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017. (in Chinese)
- [2] BERNAL D. Direct eigenstructure assignment for model updating[J]. AIAA Journal, 2021, 59(11): 4696-4702.
- [3] MODAK S V. Uncorrelated modes driven inverse eigensensitivity method for finite element model updating[J]. AIAA Journal, 2015, 53(6): 1468-1476.
- [4] 徐张明, 高天明, 沈荣瀛, 等. 一种改进的利用频响函数进行有限元模型修正的方法[J]. 振动与冲击, 2002, 21(3): 45-47, 94.
XU Zhangming, GAO Tianming, SHEN Rongying, et al. Improved finite element model updating method based on frequency response functions [J]. Journal of Vibration and Shock, 2002, 21(3): 45-47, 94. (in Chinese)
- [5] 丁继锋, 马兴瑞, 韩增尧, 等. 结构动力学模型修正的三步策略及其实践[J]. 航空学报, 2010, 31(3): 546-552.
DING Jifeng, MA Xingrui, HAN Zengyao, et al. Three-step model updating method in structure dynamics and its application[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(3): 546-552. (in Chinese)
- [6] 王立, 梁昊天, 王相乾, 等. 航空发动机试验器连接机匣动力学模型的确证方法[J]. 机械制造与自动化, 2021, 50(5): 82-87.
WANG Li, LIANG Haotian, WANG Xiangqian, et al. Dynamic model validation of assembled aero-engine test rig casing[J]. Machine Building & Automation, 2021, 50(5): 82-87. (in Chinese)
- [7] 陈英华, 陈静. 全机有限元模型修正及验证方法研究[J]. 航空工程进展, 2017, 8(2): 149-153.
CHEN Yinghua, CHEN Jing. The research of whole air-

- craft FEM model updating and verification method[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2017, 8(2): 149-153. (in Chinese)
- [8] 仲昭杰, 刘芳华, 孙天圣, 等. 基于响应面法的爬壁机器人多目标优化设计[J]. *机械与电子*, 2022, 40(6): 36-40, 46.
ZHONG Zhaojie, LIU Fanghua, SUN Tiansheng, et al. Multi-objective optimization design of wall-climbing robot based on response surface method[J]. *Machinery & Electronic*, 2022, 40(6): 36-40, 46. (in Chinese)
- [9] 王涵, 史治宇. 最优阶次多项式响应面法及其在模型修正中的应用[J]. *机械制造与自动化*, 2021, 50(6): 93-98.
WANG Han, SHI Zhiyu. Construction of response surface with optimal order polynomial and its application in FEM updating[J]. *Machine Building & Automation*, 2021, 50(6): 93-98. (in Chinese)
- [10] 鲍诺, 王春洁. 基于响应面优化的结构有限元模型修正[J]. *北京航空航天大学学报*, 2014, 40(7): 927-933.
BAO Nuo, WANG Chunjie. Structural finite element model updating based on response surface optimization[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 40(7): 927-933. (in Chinese)
- [11] 韩忠华. Kriging模型及代理优化算法研究进展[J]. *航空学报*, 2016, 37(11): 3197-3225.
HAN Zhonghua. Kriging surrogate model and its application to design optimization: a review of recent progress[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(11): 3197-3225. (in Chinese)
- [12] 柴山, 尚晓江, 刚宪约. 工程结构优化设计方法与应用[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2015.
CHAI Shan, SHANG Xiaojiang, GANG Xianyue. Optimization design method and application of engineering structure[M]. Beijing: China Rail Way Publishing House, 2015. (in Chinese)
- [13] 隋允康, 宇慧平. 响应面方法的改进及其对工程优化的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
SUI Yunkang, YU Huiping. Improvement of response surface method and its application to engineering optimization[M]. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese)
- [14] 马静静. 基于Kriging模型的有限元模型修正方法研究[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2019.
MA Jingjing. Research on finite element model updating method based on Kriging model[D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2019. (in Chinese)
- [15] 马静静, 殷红, 彭珍瑞, 等. 基于Kriging模型的损伤识别方法[J]. *机械强度*, 2020, 42(4): 786-792.
MA Jingjing, YIN Hong, PENG Zhenrui. Damage identification method based Kriging model[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2020, 42(4): 786-792. (in Chinese)
- [16] 张冬冬, 郭勤涛. Kriging响应面代理模型在有限元模型确认中的应用[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(9): 187-191.
ZHANG Dongdong, GUO Qintao. Application of Kriging response surface in finite element model validation[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(9): 187-191. (in Chinese)
- [17] 吴雨程, 殷红, 彭珍瑞. 基于Kriging模型和提升小波变换的随机模型修正[J]. *应用数学和力学*, 2022, 43(7): 761-771.
WU Yucheng, YIN Hong, PENG Zhenrui. Stochastic model updating based on Kriging model and lifting wavelet transform[J]. *Application Mathematics and Mechanics*, 2022, 43(7): 761-771. (in Chinese)
- [18] 万云发, 孙文磊, 王宏伟, 等. 基于Kriging模型与MOGA算法的风力机主轴轻量化设计[J]. *太阳能学报*, 2022, 43(3): 388-395.
WAN Yunfa, SUN Wenlei, WANG Hongwei, et al. Lightweight design of wind turbine's main shaft based on Kriging model and MOGA algorithm[J]. *Acta Energetica Solaris Sinica*, 2022, 43(3): 388-395. (in Chinese)
- [19] BALMES E. GARTEUR group on ground vibration testing results from the test of a single structure by 12 laboratories in Europe [C] // 15th International Modal Analysis Conference. USA: SPIE, 1997: 1346-1352.
- [20] 冯振宇, 郝晓帆, 杨青青, 等. GARTEUR飞机模型的模态试验与模型修正技术[J]. *科学技术与工程*, 2019, 19(25): 105-111.
FENG Zhenyu, HAO Xiaofan, YANG Qingqing, et al. Modal test and dynamic model updating for GARTEUR aircraft model [J]. *Science Technology and Engineering*, 2019, 19(25): 105-111. (in Chinese)
- [21] RETT S, NABARRETE A, ARBELO M, et al. Results of the GVT of the unmodified GARTEUR SM-AG-19 tested in South America [C] // 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. USA: AIAA, 2010: 2801-2808.
- [22] 连强. 综合区间数 Spearman秩相关系数及其应用[J]. *重庆工商大学学报(自然科学版)*, 2020, 37(6): 71-75.
LIAN Qiang. The synthetic Spearman rank correlation coefficient of interval number and its application[J]. *Journal of Chongqing Technology & Business University (Nature Science Edition)*, 2020, 37(6): 71-75. (in Chinese)
- [23] 王杰, 王滔, 叶爽, 等. 基于Kriging修正模型的铁路捣固镐优化[J]. *中国工程机械学报*, 2021, 19(4): 331-336.
WANG Jie, WANG Tao, YE Shuang, et al. Optimization of the railway tamping pick based on modified Kriging model [J]. *Chinese Journal of Construction Machinery*, 2021, 19(4): 331-336. (in Chinese)

作者简介:

李家辉(1996—),男,硕士研究生。主要研究方向:结构动力学建模及模型优化。

许锋(1964—),男,博士,副教授。主要研究方向:起落架设计,结构动力学反问题辨识,飞机冲击动力学辨识,系统仿真及振动控制技术。

(编辑:丛艳娟)