

文章编号: 1674-8190(2024)02-035-07

## 不同形状颗粒的阻力系数实验研究

刘建芳<sup>1</sup>, 沈浩<sup>2</sup>, 张丽芬<sup>1</sup>, 朱鹏飞<sup>1</sup>

(1. 西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710129)

(2. 中国民用航空上海航空器适航审定中心, 上海 200335)

**摘要:** 航空发动机高空冰晶粒子的阻力特性会影响冰晶的运动, 为了探究不同形状冰晶对阻力系数的影响, 采用高速摄像机跟踪拍摄的方法对球形颗粒和非球形颗粒(长圆柱、短圆柱和圆盘)阻力系数进行研究, 根据颗粒匀速状态时的速度求得不同颗粒的雷诺数和阻力系数, 并利用实验数据拟合获得不同颗粒在工况范围内适用的阻力系数计算关系式, 最后利用拟合数据之外的实验数据对关系式进行验证。结果表明: 在雷诺数为3 961~24 144范围内, 四种粒子阻力系数的计算值和试验值平均相对误差在5%以内。

**关键词:** 冰晶; 阻力系数; 发动机结冰; 非球形颗粒; 高速摄像机

中图分类号: V233.4; V231

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2024.02.04

## Research on the drag coefficient of particles with different shapes

LIU Jianfang<sup>1</sup>, SHEN Hao<sup>2</sup>, ZHANG Lifan<sup>1</sup>, ZHU Pengfei<sup>1</sup>

(1. School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

(2. Shanghai Aircraft Airworthiness Certification Center, Civil Aviation of China, Shanghai 200335, China)

**Abstract:** The resistance characteristics of aero-engine high-altitude ice crystal particles will affect the movement of ice crystals. In order to explore the influence of different shapes of ice crystals on the drag coefficient, the paper adopts the method of high-speed camera tracking to investigate the drag coefficient of spherical particles and non-spherical particles (long cylinder, short cylinder and disk). The Reynolds number and drag coefficient of different particles are obtained according to the velocity of particles at uniform velocity, and the correlation formula for calculating drag coefficient of different particles in the working condition range is obtained by fitting experimental data. Finally, the correlation formula is verified by using experimental data other than fitting data. The results show that the Reynolds number ranges from 3 961 to 24 144. The average relative error between the calculated and experimental values of the four particle resistance coefficients is less than 5%.

**Key words:** ice crystals; drag coefficient; engine icing; non-spherical particles; high-speed cameras

收稿日期: 2023-01-05; 修回日期: 2023-06-11

基金项目: 中国空气动力研究与发展中心结冰与防除冰重点实验室开放课题(IADL20190206)

通信作者: 张丽芬(1980-), 女, 博士, 副教授。E-mail: zhanglifan@nwpu.edu.cn

引用格式: 刘建芳, 沈浩, 张丽芬, 等. 不同形状颗粒的阻力系数实验研究[J]. 航空工程进展, 2024, 15(2): 35-41.

LIU Jianfang, SHEN Hao, ZHANG Lifan, et al. Research on the drag coefficient of particles with different shapes[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2024, 15(2): 35-41. (in Chinese)

## 0 引言

2015年初FAA提出了33-34修正案,正式将冰晶结冰气象条件纳入适航规章。冰晶被吸入发动机后,可能使发动机的低压压气机甚至高压压气机的前几级发生结冰,引起发动机降转和无指令的功率损失。Genx、JT15D-5、JT8D-219、ALF502-R5等发动机均出现过吸入冰晶导致的发动机故障<sup>[1]</sup>。冰晶在发动机内部的运动轨迹直接影响冰晶的撞击和冻结的位置。FAR33指出,冰晶的质量平均直径为50~200  $\mu\text{m}$ ,该尺寸范围的冰晶需要考虑非球形的影响。冰晶在运动过程中的阻力是影响其运动最重要的力。由于冰晶的形状不规则,不同形状冰晶受到的阻力也不同。开展不同形状冰晶阻力系数研究是冰晶结冰计算研究的必要基础,也是深入开展冰晶结冰研究的前提。

在阻力系数研究方面,有关球形颗粒的阻力系数的研究已经有了丰硕成果。Flemmer等<sup>[2]</sup>给出球体阻力系数的实验数学近似值;Abraham<sup>[3]</sup>给出的阻力系数与雷诺数的关系式适用于0~5 000雷诺数范围;许威等<sup>[4]</sup>研究了球体运动状态与管内流体状态各参数因素之间的关系,拟合了流体和球体相对速度与球体滚动角速度之间的函数关系,并实验验证了理论分析和数值仿真的合理性;蔡政刚等<sup>[5]</sup>研究了球形颗粒骤停尾涡结构在流向磁场内的演化,适用于雷诺数60~1 400的范围;麦浚宇<sup>[6]</sup>研究了静止液体中球形颗粒阻力系数的实验测定;赵慧<sup>[7]</sup>做了近壁颗粒绕流的系统性研究,建立了从小雷诺数开始的一系列经验公式。随着技术的发展,Johnson等<sup>[8]</sup>通过求解N-S方程计算低雷诺数球体绕流流场,验证了经验公式的正确性。

在非球形阻力系数研究方面,Jerry<sup>[9]</sup>、Batchelor<sup>[10]</sup>、王伟<sup>[11]</sup>逐步完善了Stokes流动中椭球颗粒的阻力和额外应力的理论表达式。Stokes流动指的是不可压缩流体的低雷诺数流动,在Stokes流动中,由于雷诺数较小,惯性力远小于黏性力,黏性力占主导,可以忽略惯性力<sup>[12]</sup>。由于非球形颗粒在流场中所受的阻力依赖于颗粒的尺寸、形状

等因素,Fabio等<sup>[13]</sup>通过引入球形度(球形度是指与颗粒体积相同的球形表面积和颗粒的表面积之比,颗粒越接近于球形,球形度越接近于1)等概念,提出了非球形颗粒的阻力系数经验公式;江梦洁等<sup>[14]</sup>研究了外部附加多孔介质圆柱体在均匀流中的绕流特性,分析了多孔介质参数变化对圆柱绕流水动力的影响规律,结果表明,改变多孔介质的参数具有良好的整流效果,附加多孔介质圆柱的升力系数、阻力系数及其波动幅值明显减少;卢炎等<sup>[15]</sup>针对海洋工程与各类大型工程项目中广泛存在的多柱体绕流问题,以不等直径串联的双/三圆柱为研究对象,运用流体力学有限差分法对不同间距比的柱群结构进行数值仿真计算,主要分析了各圆柱的升阻力系数和尾流特性,结果表明,在双圆柱系统中,各圆柱的升阻力系数变化趋势相同;王晨曦<sup>[16]</sup>针对非球形颗粒的绕流流场进行仿真,研究了在不同雷诺数和不同攻角下的绕流流场的阻力系数;童晓剑<sup>[17]</sup>从实际问题出发,通过数值模拟方法,利用流体力学数值模拟软件Fluent研究多个柱体在不同排列方式、不同间距比和不同直径比下的圆柱绕流流动特性,重点对其尾流形态及各个柱体的表面受力情况进行分析,发现不同形状柱体绕流的流动特性各有不同,椭圆形柱体在流场中所受阻力和升力相对于所选其他形状最小;Stabnikov等<sup>[18]</sup>利用新的代数模型与混合RANS-LES方法DDES相结合,在圆形圆柱体周围的流动上测试从亚临界到超临界的各种雷诺数,表明该方法所获得的计算结果更加准确;Ooi等<sup>[19]</sup>对低雷诺数下受限圆形圆柱体上流体流动的新特征进行了探究,结果表明二维流动的基本压力系数随着 $Re$ 的增加而显示出比三维流场更快的恢复速度;郑海涛等<sup>[20]</sup>以硅油为流体,以红豆、黑米等多种非球形颗粒为研究对象,提出了阻力系数的计算公式;张瑛<sup>[21]</sup>用实验方法测得了悬浮颗粒下沉速度和阻力系数及雷诺数之间的关系。

综上所述,以往研究主要聚焦于两个方面:数值仿真模拟和实验。数值仿真方面选择的研究目标为球形颗粒和非球形颗粒,实验方面主要的研究目标为球形颗粒,缺少对非球形颗粒的实验研究,此外,实验研究的雷诺数范围较小。本文针对

发动机冰晶结冰的4种典型形状进行考虑,对不同形状颗粒进行实验研究,得到阻力系数与雷诺数的关系。

## 1 实验装置

### 1.1 实验设备和实验过程

实验采用高速摄像机拍摄球形和非球形颗粒在水中匀速下落的过程,通过后期的数据处理获得阻力系数。实验示意图如图1所示,其中1为高速摄像机、2为不同形状的颗粒、3为直流光源、4为注满水的有机玻璃管、5为电脑。

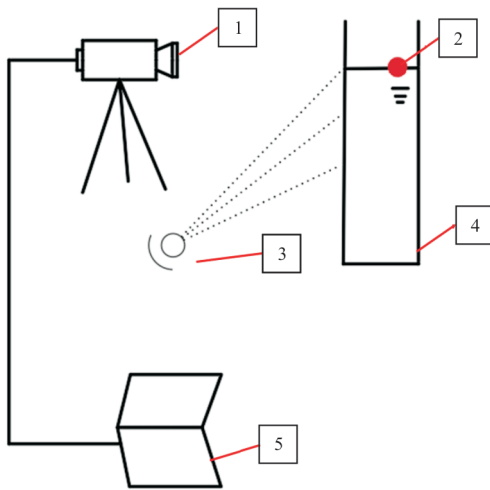


图1 实验示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the experiment

用支架固定好摄像机,调节好直流光源,选用顺光进行拍摄。开始正式拍摄之前,对玻璃管用直尺进行标定,以便进行后期的数据处理。将研究的颗粒浸入液体中,在开始拍摄前,轻轻放开颗粒,颗粒受重力作用有一段加速过程,速度越大阻力越大,直到重力与阻力平衡时,颗粒进入匀速状态,后续实验数据处理中,采用匀速的数据进行处理。从开始标定的地方对颗粒开始摄像,直到颗粒落到最底部。

拍摄完成后,根据实验前标定的数值,从两帧图像上的横坐标和纵坐标的不同,进行速度、夹角数据的计算,跟踪颗粒的整个轨迹,如图2所示。一小球下落的速度随时间的变化如图3所示,可以看出:初始时刻速度变化非常剧烈,之后速度几乎不再变化。



图2 球的轨迹

Fig. 2 Trajectory of the ball

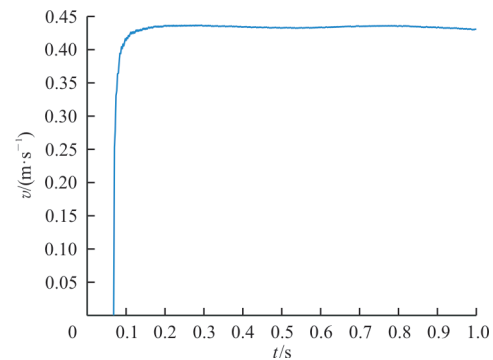


图3 球的速度变化

Fig. 3 The velocity diagram of the ball

高速摄像机采用合肥富煌君达高科信息技术有限公司的X150型高速摄像机,其分辨率为 $2\,560 \times 1\,920$  (500万像素),拍摄帧率达到2 000帧/秒,内存64 G,最大可支持256 G。本文拍摄的有机玻璃管长度为500 mm。此外,该高速摄像机在拍摄物体长度小于3 m时,图像灰度转换、小球边界识别、重心识别等过程对速度的测量没有误差,主要的误差来自标定的误差。

### 1.2 实验件和实验介质

为了便于实验观察和测量,选用的液相介质为水,选用水的温度为 $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , $\rho=996\text{ kg/m}^3$ ,水的动力黏性系数 $\mu=0.000\,916\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 。根据自然环境中典型的冰晶形状,选取长圆柱、短圆柱、圆盘以及球体4种形状,颗粒材料分别为铁、塑料和树脂塑料,各颗粒的具体尺寸如表1所示,不同颗粒的质量是采用高精度天平测量获得的。

表1 粒子的几何参数  
Table 1 Geometric parameters of particles

冰晶形状	直径 $D/\text{mm}$	长度 $L/\text{mm}$	质量 $m/\text{g}$
长圆柱	4.04	28.06	2 941.985
短圆柱	6.00	10.00	2 360.665
圆盘	27.68	4.46	2 542.225
球体	25.11		10 252.065

## 2 颗粒运动参数计算和获取

颗粒在下落过程中,轻放颗粒使其尽可能以零初速度下落,颗粒受到的力为

$$\begin{cases} F_{\text{浮}} + F_{\text{阻}} = G_{\text{物}} \\ F_{\text{浮}} = \rho g V \\ F_{\text{阻}} = \frac{\rho v^2 S C_D}{2} \\ G_{\text{物}} = mg \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\rho$ 为水的密度, $\rho = 996 \text{ kg/m}^3$ ;  $g$ 为重力加速度,取  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ;  $V$ 为颗粒的体积; $v$ 为颗粒匀速时的速度; $C_D$ 为颗粒的阻力系数; $S$ 为颗粒的迎风面积; $m$ 为颗粒的质量。

计算出的4种不同颗粒的重力和浮力大小如表2所示。

表2 不同颗粒的重力和浮力

Table 2 Gravity and buoyancy of different moving targets

颗粒形状	$G_{\text{物}}/\text{N}$	$F_{\text{浮}}/\text{N}$
长圆柱	0.028 0	0.003 53
短圆柱	0.011 0	0.002 70
圆盘	0.024 9	0.002 60
球体	0.100 6	0.060 00

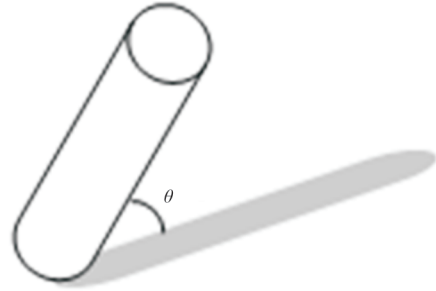
当颗粒的重力与阻力及浮力的和平衡时,颗粒将会匀速下落,即

$$\frac{\rho v^2 S C_D}{2} + \rho g V = mg \quad (2)$$

对于长圆柱、短圆柱、圆盘而言,以不同的姿态下落时,在垂直于下落速度方向的平面上进行投影,其面积是不同的,本文称该面积为迎风面积,粒子的不同姿态如图4(a)所示,夹角即为粒子与水平方向投影的夹角,粒子水平为 $0^\circ$ ,垂直为 $90^\circ$ ,故粒子的角度在 $0 \sim 90^\circ$ ,后续计算时选用弧度表示夹角,夹角示意图如图4(b)所示。



(a) 圆柱的不同运动姿态



(b) 夹角示意图

图4 粒子不同姿态和夹角示意图

Fig. 4 Schematic diagram of different postures and angles particles

雷诺数计算公式为

$$Re = \frac{dv\rho}{\mu} \quad (3)$$

式中: $Re$ 为雷诺数; $d$ 为颗粒的特征长度,非球形颗粒不同姿态的特征长度不一致; $v$ 为颗粒匀速运动时的速度; $\mu$ 为水的黏性系数。

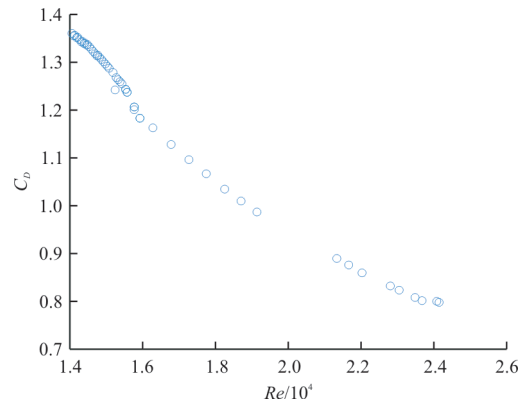
阻力系数的关系式为

$$C_D = \frac{2(mg - \rho g V)}{\rho v^2 S} \quad (4)$$

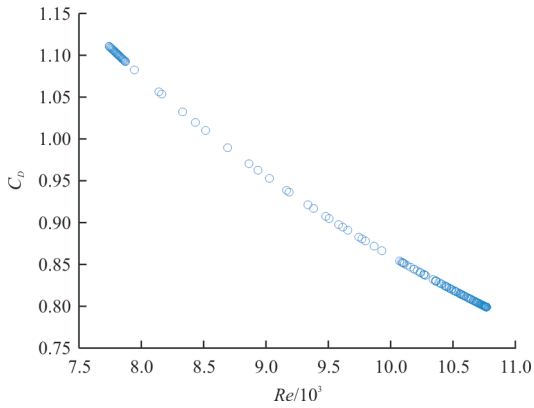
## 3 拟合关系式和验证

### 3.1 阻力系数关系式拟合

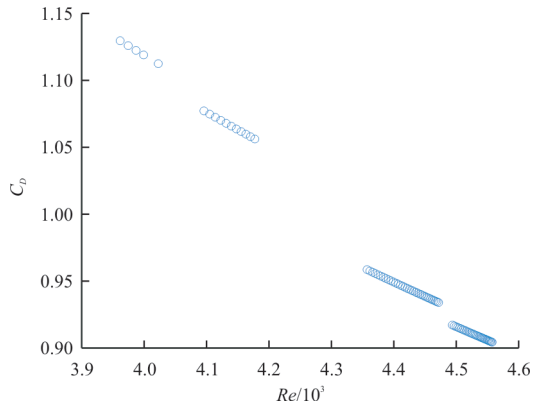
不同粒子的雷诺数与阻力系数的关系如图5所示,可以看出:较球体而言,长圆柱、短圆柱、圆盘的阻力系数随雷诺数的变化呈现断层式。这是因为在下落过程中这三种粒子的夹角不断发生变化,粒子很难保持匀速,粒子发生翻转时,下落的速度加快,慢慢的趋于匀速。



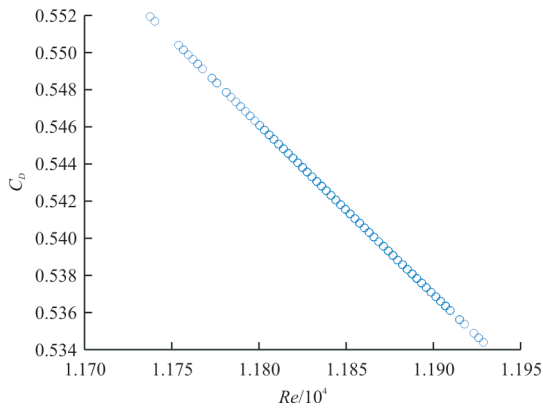
(a) 长圆柱



(b) 短圆柱



(c) 圆盘



(d) 球体

图 5 不同粒子雷诺数和阻力系数关系

Fig. 5 Relationship between Reynolds number and drag coefficient of different particles

图 5 中,各种不同粒子的雷诺数和阻力系数关系呈指数函数形式变化,利用指数函数对不同粒子进行拟合。指数函数关系式为

$$f = ae^{br} \quad (5)$$

有研究表明<sup>[22]</sup>,阻力系数受粒子尺寸、密度、

形状、速度,颗粒的偏转、旋转、翻转运动,气体速度等因素的影响,因此阻力系数可以表示为这些影响因素的函数:

$$C_D = f(l, d, \rho_p, \rho_f, u_p, u_f, \theta) \quad (6)$$

但在实验中很难同时考虑全部因素对阻力系数的影响,本文考虑形状、密度、速度以及夹角的影响,并用长径比和球形度表示粒子的形状,故将式(6)改写为

$$C_D = f(A_r, \varphi, Re, \theta) \quad (7)$$

式中: $\rho_p$ 为粒子的密度; $\rho_f$ 为介质的密度; $A_r$ 为粒子的长径比; $\theta$ 为粒子的夹角; $\varphi$ 为颗粒的球形度。

球形度是表征颗粒形貌的参数,表示与物体相同体积的球体的表面积和物体表面积之比。形貌越接近球的颗粒,其球形度越接近于 1。任意颗粒球形度表示为

$$\varphi = \frac{4\pi \left( \frac{3V_p}{4\pi} \right)^{2/3}}{S_p} \quad (8)$$

式中: $V_p$ 为颗粒的体积; $S_p$ 为颗粒的表面积。

式(5)中的  $a$ 、 $b$  分别为  $A_r$ 、 $\varphi$ 、 $(\rho_p - \rho_f)/\rho_f$ 、 $\theta$  的函数,上述参数对  $a$ 、 $b$  的影响如式(9)所示:

$$x_1 = A_r^{x_2} \varphi^{x_3} \left( \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \right)^{x_4} \theta^{x_5} \quad (9)$$

利用四种粒子在实验中计算得到的阻力系数,即图 3~图 5 中四种粒子的所有数据点,随机选取 70% 拟合数据、30% 用于验证拟合关系式和实验值,结合长径比、球形度、密度、夹角、雷诺数,通过非线性回归分析得出参数的值。再利用全局求解最优解方式求参数,最终得到不同粒子的参数和阻力系数拟合的公式为

$$\begin{cases} C_D = ae^{bRe} \\ a = 122e^{\left[ A_r^{0.5053} + \varphi^{-0.99} + \left( \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \right)^{-1.654 \times 10^{-7}} + \theta^{-0.0305} \right]} \\ b = 4.77 \times 10^{-7} \times e^{\left[ A_r^{-0.6679} + \varphi^{-1.259} + \left( \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \right)^{-1.639 \times 10^{-7}} + \theta^{0.04895} \right]} \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $A_r$ 、 $\varphi$ 、 $(\rho_p - \rho_f)/\rho_f$ 、 $\theta$  的适用范围为:  $0.16 < A_r < 1.67$ ,  $0.42 < \varphi < 1$ ,  $951 < (\rho_p - \rho_f)/\rho_f < 2982$ ,  $1 < \theta < 11.6$ 。本文选定粒子的参数如表 3 所示。



表3 不同粒子拟合参数  
Table 3 Different particles fitting parameters

粒子形状	$a$	$b$
长圆柱	3.029	$-5.722 \times 10^{-7}$
短圆柱	2.575	-0.000 109 1
圆盘	5.433	-0.000 395
球体	4.005	-0.000 168 8

### 3.2 关系式验证

为说明拟合关系式具有一定的适用性,需要在同范围雷诺数下,对实验数据和拟合关系式数据进行对比,利用拟合后的新关系式和实验所得阻力系数进行对比,如图6所示。

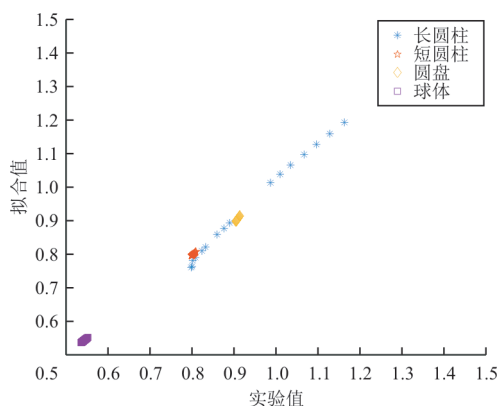


图6 新关系式实验值和拟合值对比

Fig. 6 Comparison of experimental values and fitting values of new correlations

从图6可以看出:四种不同粒子实验值和关系式计算值主要分布在角平分线,表明得出的新关系式在雷诺数范围为3 961~24 144是适用的。

经过计算的四种不同粒子实验值和拟合值平均相对误差如表4所示。

表4 不同形状粒子的平均相对误差  
Table 4 Average absolute errors of particles with different shapes

粒子形状	平均相对误差/%	粒子形状	平均相对误差/%
长圆柱	0.47	圆盘	0.19
短圆柱	0.17	球体	0.09

从表4可以看出:球体的拟合值与实验值的误差较小,而长圆柱的误差较大,主要是由于长圆柱下落过程中的阻力系数受偏转角度影响较大。

自然条件下的冰晶环境中,冰晶粒子的尺寸

分布小到几微米大到几百甚至上千微米,其涉及的雷诺数范围也非常宽广。本文中,受实验条件限制能够模拟的雷诺数范围为3 961~24 144,能够涵盖150  $\mu\text{m}$ 以上冰晶的雷诺数范围,目前文献可查的风洞中的冰晶尺寸基本大于150  $\mu\text{m}$ <sup>[23]</sup>。因此该雷诺数范围内的阻力系数关系式具有参考和应用价值。

### 4 结 论

1) 在研究不同形状粒子下落过程中关于雷诺数和阻力系数关系式时,除了考虑粒子的形状对阻力系数的影响之外,还需要考虑长径比、角度对阻力系数的影响。

2) 雷诺数范围为3 961~24 144,得出新的关系式为 $C_D = ae^{bRe}$ , $a$ 、 $b$ 为不同粒子形状、长径比和角度的有关参数。

3) 通过关系式计算得到不同粒子平均相对误差,并与实验值进行比较,表明雷诺数范围为3 961~24 144,阻力系数关系式是适用的。

### 参考文献

- [1] MASON J, STRAPA W, CHOW P. The ice particle threat to engines in flight[C]// 44th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit. Reno: AIAA, 2006: 206.
- [2] FLEMMER R L, BANKS C L. On the drag coefficient of a sphere[J]. Powder Technology, 1986, 48(3): 217-221.
- [3] ABRAHAM F F. Functional dependence of drag coefficient of a sphere on Reynolds number[J]. The Physics of Fluids, 2003, 13(8): 1-11.
- [4] 许威, 张飞, 李云飞, 等. 供水管道中球体运动受力特性分析[J]. 兰州工业学院学报, 2020, 27(2): 1-8.  
XU Wei, ZHANG Fei, LI Yunfei, et al. Analysis of force characteristics of ball movement in water supply pipeline [J]. Journal of Lanzhou Institute of Technology, 2020, 27(2): 1-8. (in Chinese)
- [5] 蔡政刚, 潘君华, 倪明玖. 球形颗粒骤停尾涡结构在流向磁场的演化[C]// 第十一届全国流体力学学术会议. 深圳: 中国航空学会, 2020: 910.  
CAI Zhenggang, PAN Junhua, NI Mingjiu. Evolution of the sudden stop wake vortex structure of spherical particles in the flow direction magnetic field [C]// 11th National Fluid Mechanics Academic Conference. Shenzhen: AIAA, 2020: 910. (in Chinese)
- [6] 麦浚宇. 静止液体中单球形颗粒阻力系数的实验测定[D]. 武汉: 华中科技大学, 2014.  
MAI Junyu. Experimental determination of drag coefficient

- of single spherical particle in still liquid[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2014. (in Chinese)
- [7] 赵慧. 近壁面颗粒绕流特性的直接数值研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2016.
- ZHAO Hui. Direct numerical study on flow characteristics of particles near the wall[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016. (in Chinese)
- [8] JOHNSON T A, PATEL V C. Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1999, 378: 19-70.
- [9] JERRY G B. The motion of ellipsoidal particles in a viscous fluid[J]. *Proceeding of the Royal Society of London Series A-Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 1922, 102: 161-179.
- [10] BATCHELOR G K. The stress system in a suspension of force free particles[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1970, 41: 545-570.
- [11] 王炜. 区域随时间移动的随机二维 Navier-Stokes 方程[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2022.
- WANG Wei. Stochastic two-dimensional Navier-Stokes equations with region moving over time[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2022. (in Chinese)
- [12] WADELL H. The coefficient of resistance as a function of Reynolds number for solids of various shapes[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 1934, 217(4): 459-490.
- [13] FABIO D, DANIELA M. A new shape dependent drag correlation formula for non-spherical rough particles experiments and results [J]. *Powder Technology*, 2015, 277: 222-230.
- [14] 江梦洁, 韩艺鸣, 许国冬. 附加多孔介质圆柱绕流的水动力学分析[C]// 第二届中国海洋(岸)工程学术讨论会论文集(上). 湛江: 中国海洋学会, 2022: 7.
- JIANG Mengjie, HAN Yiming, XU Guodong. Hydrodynamic analysis of the flow around a cylinder with additional porous media[C]// *Proceedings of the 20th China Marine (Coastal) Engineering Symposium*. Zhanjiang: Chinese Society for Oceanography, 2022: 7. (in Chinese)
- [15] 卢炎, 韩晓双, 徐明林, 等. 低雷诺数下不等直径串联圆柱绕流数值模拟[J]. *青岛大学学报(自然科学版)*, 2022, 35(4): 47-52.
- LU Yan, HAN Xiaoshuang, XU Minglin, et al. Numerical simulation of flow around a series of cylinders with different diameters at low Reynolds number [J]. *Journal of Qingdao University (Natural Science Edition)*, 2022, 35(4): 47-52. (in Chinese)
- [16] 王晨曦. 不规则砂尘的气动力学特性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
- WANG Chenxi. Study on the dynamic characteristics of irregular sand dust[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018. (in Chinese)
- [17] 童晓剑. 基于 Fluent 的低雷诺数下圆柱绕流流动特性数值模拟研究[D]. 扬州: 扬州大学, 2021.
- TONG Xiaojian. Fluent-based numerical simulation of flow characteristics around a cylinder at low Reynolds number [D]. Yangzhou: Yangzhou University, 2021. (in Chinese)
- [18] STABNIKOV A S, GARBARUK A V. Prediction of drag crisis on a circular cylinder using a new algebraic transition model coupled with SST DDES [J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, 1697: 012224.
- [19] OOI A, CHAN L, ALJUBAILI D, et al. Some new characteristics of the confined flow over circular cylinders at low Reynolds numbers[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2020, 86: 108741.
- [20] 郑海涛, 陈晓辉, 张礼鸣, 等. 低雷诺数下管状非球形颗粒群的阻力系数[J]. *中国粉体技术*, 2004(3): 6-8.
- ZHENG Haitao, CHEN Xiaohui, ZHANG Liming, et al. Resistance coefficient of tubular non spherical particle group at low Reynolds number [J]. *China Powder Technology*, 2004(3): 6-8. (in Chinese)
- [21] 张琮. 球形和圆柱-圆锥形悬浮颗粒下沉速度、阻力系数和雷诺尔德数[J]. *吉林工学院学报*, 1991(1): 1-3.
- ZHANG Bin. Sinking velocity, resistance coefficient and Reynolds number of spherical and cylindrical conical suspended particles [J]. *Journal of Jilin Institute of Technology*, 1991(1): 1-3. (in Chinese)
- [22] 邓璠灏. 非球形颗粒曳力系数的实验研究[D]. 北京: 中国石油大学, 2018.
- DENG Fanhao. Experimental study of the spherical particle drag coefficient [D]. Beijing: China University of Petroleum, 2018. (in Chinese)
- [23] KAMEL A K, EDDIE I. Mixed phase icing simulation and testing at the cos icing wind tunnel[C]// 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. New York: AIAA, 2003: 132-148.

(编辑:马文静)