

文章编号: 1674-8190(2024)04-039-11

# 矢量场路径规划算法及其仿真验证

姜楠, 徐锦法

(南京航空航天大学 直升机旋翼动力学国家级重点实验室, 南京 210016)

**摘要:** 无人机路径规划通常采用航点设置和过点曲线拟合的方法实现, 期望航向角分段给定, 不随航线的改变自动修改期望航向, 不具有期望航向和期望位置自动快速生成能力。提出一种适用于复杂飞行任务路径规划的矢量场算法, 并开发仿真验证系统验证其有效性。引入矢量场概念设计航向角制导律, 使处于任意位置的飞行器能按期望航向角平滑飞抵期望目标路径, 沿期望目标路径完成飞行任务; 以隐函数方程建立期望路径矢量场, 几何分析矢量场路径规划的原理, 基于李雅普诺夫稳定性理论证明规划路径误差的有界性, 距离误差和航向角误差在航向制导律作用下均能稳定收敛于 0; 以倾转四旋翼无人机定高飞行任务路径规划为例, 应用矢量场方法采用分段过渡策略规划平滑飞行的期望路径, 并进行仿真验证。结果表明: 矢量场路径规划算法可行, 是一种有效的快速飞行路径规划方法。

**关键词:** 矢量场; 路径规划; 隐函数方程; 李雅普诺夫稳定性; 分段过渡策略; 可视化仿真

**中图分类号:** V279; V249

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.16615/j.cnki.1674-8190.2024.04.05

## Path planning algorithm and its simulation validation based on vector field

JIANG Nan, XU Jinfa

(National Key Laboratory of Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics and  
Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** The methods of waypoint setting and point curve fitting which are not complex was usually adopted in the path planning of UAV, and the expected heading angle is given in segments. The expected heading angle does not automatically modified with changes in the route. The ability to automatically and quickly generate the expected heading and position is lacking. A vector field algorithm suitable for complex flight mission path planning is studied, and a simulation verification system to verify the effectiveness of its algorithm is developed in this paper. The concept of vector field is introduced in order to design a heading angle guidance law. An aircraft at any position can smoothly fly to the desired target path along the desired heading angle, and then complete the flight task along the desired target path. The implicit function equation is used to establish the desired path vector field, and the principle and method of path planning based on vector field are geometrically analyzed. According to the Lyapunov stability theory, the boundedness of the planned path error is proved. The distance error and the heading angle error can be stably converged to 0 with the help of the heading guidance law. Taking the path planning of the altitude hold mission for a quad tiltrotor UAV as an example, the desired path of smooth flight is planned using the vector field method and the piecewise transition strategy. The verification is conducted and some simulation results are given, which show that the vector field path planning algorithm is feasible and effective for the mission flight planning of an aircraft.

**Key words:** vector field; path planning; implicit function equation; Lyapunov stability; piecewise transition strategy; visual simulation

收稿日期: 2023-02-24; 修回日期: 2023-07-09

基金项目: 江苏高校优势学科建设工程资助项目; 直升机旋翼动力学国家级重点实验室基金(61422202204, 9140C400504130C4148)

通信作者: 徐锦法(1963-), 男, 博士, 教授。E-mail: xjfae@nuaa.edu.cn

引用格式: 姜楠, 徐锦法. 矢量场路径规划算法及其仿真验证[J]. 航空工程进展, 2024, 15(4): 39-49, 63.

JIANG Nan, XU Jinfa. Path planning algorithm and its simulation validation based on vector field[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2024, 15(4): 39-49, 63. (in Chinese)

## 0 引言

随着高新技术不断涌现、卫星导航通讯系统等基础设施日趋完善,无人飞行器技术也迎来了迅猛发展。现今,无人机已应用于国土航测、农林植保、大气探测、灾害救援、国防安全等<sup>[1-2]</sup>关系国计民生的重要领域,应用前景越来越广阔,所执行的任务越来越复杂,或在高楼密布的城市间穿梭,或在树木茂密的森林上方巡查,或在高层消防现场协同搜寻,精准的飞行路径规划不可或缺,在飞行控制系统控制下精准跟踪目标路径<sup>[3]</sup>,安全可靠地完成飞行任务。

近年来飞行器视觉惯性组合导航<sup>[4-5]</sup>、基于单目视觉室内飞行<sup>[6-7]</sup>、飞行器编队避障控制<sup>[8-9]</sup>等导航技术相继出现,为飞行器精确飞行控制提供精准的状态反馈信息,路径跟踪飞行已成为可能。

矢量场概念类似于势场,在机器人领域中作为路径规划的工具被广泛应用<sup>[10]</sup>。Huang Y等<sup>[11]</sup>把人工势场应用于飞行器避障路径规划,利用势场负梯度方向使飞行器安全避障,但势场负梯度难以全面表征对象运动方向;张岑等<sup>[12]</sup>用矢量场概念通过路径规划使编队中每架飞行器能躲避其他飞行器,并按期望运动轨迹飞行;李春涛等<sup>[13]</sup>提出了一种基于矢量场的二维动态实时航路规划方法,以使飞行器在局域动态环境中实时规划航路。但文献[12-13]中飞行器相互之间采用信息交互策略,单机路径规划缺乏有机信息的辅助。Nelson等<sup>[14]</sup>给出了基于矢量场的直线和圆形航路规划方法,然而,飞行器的飞行路径不仅局限于直线和圆;Wang T等<sup>[15]</sup>提出了一种基于隐函数方程的路径规划方法,用于小型无人直升机飞行路径规划。文献[14-15]研究了直线/圆形矢量场计算问题,用距离计算值生成路径位移指令,方法看似简单,但计算并不合理。赵攀<sup>[16]</sup>将路径规划法引入多飞行器编队问题,应用基于虚拟领航员的一致性算法实现空中多飞行器系统的编队保持,并通过人工势场算法和匈牙利算法<sup>[17]</sup>实现编队变换过程中的无人机避撞与节能问题,表明路径规划方法应用于多飞行器编队系统控制中的实用性与重要性;Wu E等<sup>[18]</sup>将改进人工势场法应用于飞行器编队飞行路径规划中,解决了经典人工势场法

存在的局部最优与目标不可达问题<sup>[19]</sup>。文献[16, 18-19]讨论了人工势场法用于编队飞行器的单一路径规划,但未说明单机不同路径过渡策略,对复杂路径规划没有涉及。Lawrence等<sup>[20]</sup>、Goncalves等<sup>[21]</sup>分别比较了矢量场路径规划方法与其他方法的异同,发现矢量场方法不依赖于复杂的数学模型,且计算复杂度小,动力约束的加入使其跟踪性能得到进一步提升。

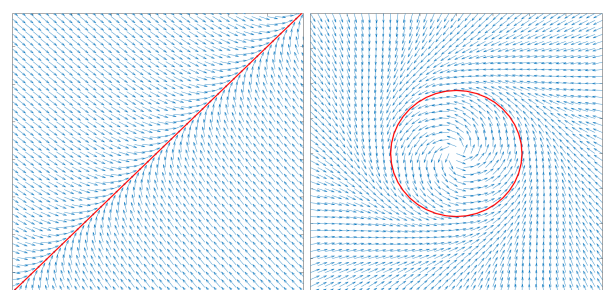
本文拟发展矢量场指令生成方法,用航向角速率指令实现矢量场航向,用隐函数方程描述期望路径,以隐函数计算值生成路径位移、航向角指令,采用分段过渡策略解决路径不平滑情形;以倾转四旋翼飞行器为对象构建仿真验证系统,设计具有典型机动科目的复杂飞行路径,用矢量场方法计算生成指令,仿真验证飞行器在经典PID控制律作用下是否能够实现准确跟踪规划飞行路径。

## 1 矢量场与飞行路径规划

### 1.1 矢量场描述下的飞行路径

飞行器自主飞行的第一要务是快捷动态生成规划路径指令,在飞行控制系统作用下跟踪期望规划路径,完成飞行任务。应用矢量场概念设定二维平面期望规划路径的实质是快捷生成飞行路径指令。矢量场中任一点处的矢量方向表征飞行路径上的位置点所要遵循的期望路径方向角。以直线、圆、三次曲线、椭圆表示的期望路径及其任意点周围的矢量场如图1所示。矢量场中的矢量方向代表飞行器矢量点处的期望航向,矢量大小无指代意义,以单位长度表示。期望路径用连续可微隐函数方程表示,即:

$$f(x, y) = 0 \quad (1)$$



(a) 直线

(b) 圆

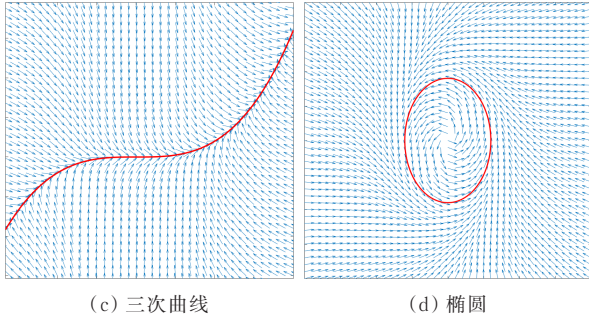


图1 路径轨迹及周围矢量场

Fig. 1 Path trajectory and surrounding vector field

平面飞行路径规划需处理位置和航向。飞行器高度、空速保持不变的情况下,要使飞行器跟踪期望目标航向,需要给定期望航向角速率指令  $r_{\text{cmd}}$ 。设计期望航向角速率指令时做如下假设:

**假设1:** 飞行器高度保持控制稳定,即飞行路径保持在控制高度水平面上;

**假设2:** 低速工作模式,欧拉偏航角速率近似等于体轴系下绕  $z$  轴角速度率,即  $\dot{\psi} \approx r$ 。

空速/地速/风速及偏航角/航向角关系如图2所示,水平面内飞行器运动速度可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = V_a \cos\psi + V_{wx} \\ \dot{y} = V_a \sin\psi + V_{wy} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $V_a$  为空速;  $\psi$  为偏航角;  $V_{wx}$  与  $V_{wy}$  为风速在  $x$ 、 $y$  坐标轴上的分量。

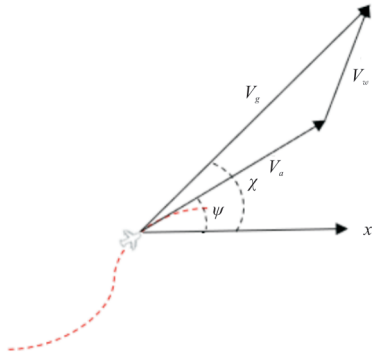


图2 空速/地速/风速及偏航角/航向角关系图

Fig. 2 Air/ground/wind speed and yaw/heading angle

由此可得空速、风速、地速关系<sup>[14]</sup>为

$$\begin{cases} \dot{x} = V_g \cos\chi \\ \dot{y} = V_g \sin\chi \\ \dot{\chi} = r_{\text{cmd}} \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $V_g$  为地速,  $V_g \in [V_{g,\text{min}}, V_{g,\text{max}}]$ ;  $\chi$  为航向角,

以  $x$  轴逆时针旋转为正。

式(2)与式(3)的差异在于式(3)是用地速  $V_g$  和航向角  $\chi$  表示的。已有研究表明,地速结合矢量场方法生成航向角速率指令,要比使用空速生成偏航角速率指令,抗风干扰效果与路径跟踪精准性更好<sup>[14]</sup>。下文用地速、位置、期望路径隐函数等信息设计期望航向角与期望航向角速率指令。

## 1.2 距离期望路径的位置表征

飞行器期望路径是一个目标路径,用隐函数方程  $f(x, y) = 0$  描述<sup>[15]</sup>。飞行器开始很可能不在目标路径上,处于任意位置点。到期望路径间的距离表征为路径偏离程度,可用距离计算值来度量。为便于分析设计,定义任意位置点的隐函数计算值表征为飞行器所处位置点到期望路径间的距离,用函数  $d(x, y)$  表示,则有  $d(x, y) = f(x, y)$ 。

以圆目标路径(如图3所示)为例,圆半径为  $r$ ,飞行器到圆路径距离记为  $h$ ,初始点位置为  $(x_0, y_0)$ ,不在隐函数方程期望路径线上,隐函数计算值为  $d(x, y) = f(x, y) = \frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} - 1$ 。若  $d(x_0, y_0) = 0$ ,则飞行器在目标路径圆上;若  $d(x_0, y_0) > 0$ ,则飞行器在目标路径圆外;若  $d(x_0, y_0) < 0$ ,则飞行器在目标路径圆内。

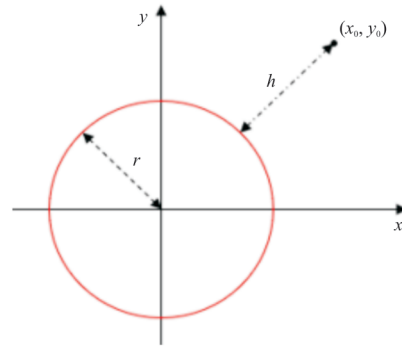


图3 目标路径圆示意图

Fig. 3 Diagram of the target path circle

当飞行器在目标路径圆外时,有

$$\frac{x_0^2}{r^2} + \frac{y_0^2}{r^2} - 1 = d \quad (4)$$

定义飞行器到圆的距离为  $h$ ,则有

$$h = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} - r = r\sqrt{d+1} - r \quad (5)$$

得:

$$d = \frac{1}{r^2} h^2 + \frac{2}{r} h \quad (6)$$

由式(6)可知,当飞行器在目标圆外时,任意位置点 $(x_0, y_0)$ 代入函数 $d(x, y)$ 求得的距离特征值 $d$ 与到目标圆的距离 $h$ 同增同减。同理易证,飞行器在目标圆内时同样成立。

由此推广到一般隐函数方程目标路径,用 $d(x, y) = f(x, y)$ 表征飞行器与目标路径间的位置关系。当 $d(x, y)$ 绝对值较大时,离目标路径较远,反之较近;当 $d(x, y) = 0$ 时,飞行器在期望目标路径线上。可根据 $d(x, y)$ 计算值判断飞行器位置点与期望路径线间的相对关系。当目标路径线为闭合曲线时,可区分飞行器是否在闭合曲线上( $d = 0$ )、或内( $d < 0$ )外( $d > 0$ );当目标路径线为非闭合曲线时,可区分飞行器在曲线上( $d = 0$ )、或左侧( $d < 0$ )右侧( $d > 0$ )。

### 1.3 期望航向角指令设计

矢量场路径规划的目的是使飞行器以期望航向角飞向期望路径线,在飞向期望路径线过程中,航向角与距离目标路径线远近有关,设计飞行器在任意位置点的期望航向角为

$$\chi_d[d(x, y)] = g[d(x, y)] + \xi(x, y) \quad (7)$$

其中, $g(a) = \text{atan}(ka)$ , $k$ 为大于0的正常数; $\xi(x, y) = \text{atan2}(f_x, -f_y)$ , $f_x$ 和 $f_y$ 分别为隐函数 $f(x, y)$ 关于 $x$ 和 $y$ 的偏导数。

以圆目标路径线(如图4所示)为例,说明期望航向角设计几何原理。

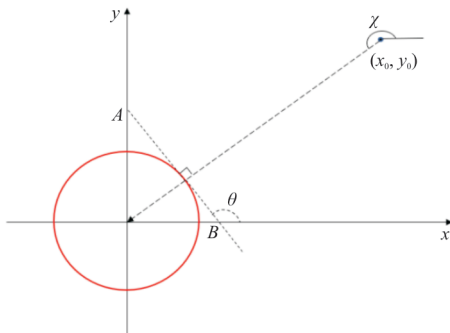


图4 期望航向角 $\chi_d$ 几何关系

Fig. 4 Expected course  $\chi_d$  angle geometry

已知目标路径线圆心和半径 $r$ ,圆心为坐标系原点,飞行器起始位置点为 $(x_0, y_0)$ ,期望路径线用圆方程表示,按逆时针方向飞行, $x$ 轴向为航向角基准方向。

当飞行器起飞点远离圆目标路径时,飞行器应朝着圆心方向飞行。此时因有 $d(x, y) \gg 0$ , $g[d(x, y)]$ 趋向于 $\frac{\pi}{2}$ 。依据期望路径隐函数方程,飞行器所在点的导数由隐函数求导公式,得:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} \quad (8)$$

再由 $\text{atan2}$ 函数定义,得到飞行器所在位置点与到目标路径圆心指向的相差角度为

$$\text{atan2}(f_x, -f_y) = \text{atan} \frac{dy}{dx} + \pi = \theta \quad (9)$$

由此得飞行器所在起飞点航向角 $\chi_d$ 值为 $\theta + \frac{\pi}{2}$ ,即 $g[d(x, y)]$ 与 $\xi(x, y)$ 之和,飞行器以此为期望航向角朝圆心方向飞行。飞行器飞向目标圆路径线过程中,期望航向角从 $\frac{\pi}{2} + \xi(x, y)$ 平滑过渡到 $\xi(x, y)$ ,即飞行器抵达目标圆路径线时 $d(x, y) = 0$ , $g[d(x, y)] = 0$ ,路径点切线方向就是 $\xi(x, y)$ 。

由隐函数求导公式可知,当飞行器所处初始起飞位置的导数为零时,如目标路径圆的圆心,控制失效。因此规定飞行器飞行域为

$$D_{\text{int}} = \{(x, y) | x, y \in \mathbf{R}, \|\nabla f\| \geq \lambda\} \quad (10)$$

式中: $\lambda > 0$ ;  $\|\nabla f\|$ 为点 $(x, y)$ 关于 $f(x, y)$ 的梯度幅值, $\|\nabla f\| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ 。

### 1.4 期望航向制导律设计

飞行器要能按期望路径(含路径航向角)飞行,需要设计期望航向角速率指令 $r_{\text{cmd}}$ ,保证飞行器在有限时间内航向角误差 $\tilde{\chi} = \chi - \chi_d$ 收敛于0,飞抵期望路径线过程中特征距离 $d(x, y)$ 也收敛于0。

由期望路径线特征距离函数和航向角误差,有:

$$\begin{aligned} \dot{d}(x, y) &= f_x \dot{x} + f_y \dot{y} = f_x V_g \cos \chi + f_y V_g \sin \chi = V_g \|\nabla f\| \left( \frac{f_x}{\|\nabla f\|} \cos \chi + \frac{f_y}{\|\nabla f\|} \sin \chi \right) = \\ & V_g \|\nabla f\| [\sin \xi(x, y) \cos \chi - \cos \xi(x, y) \sin \chi] = -V_g \|\nabla f\| \sin[\chi - \xi(x, y)] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\dot{\chi} = \dot{\chi} - \dot{\chi}_d = r_{\text{cmd}} - \dot{\chi}_d \quad (12)$$

**定理:**当飞行器不在期望路径上但在飞行域  $D_{\text{int}}$  时,由航向角误差和期望路径时间导数构成的

航向角速率指令  $r_{\text{cmd}}$ (式(13))能使飞行器在有限时间内以期望航向角朝期望航迹线飞行,且误差有界<sup>[15]</sup>。

$$r_{\text{cmd}} = -k \|\nabla f\| \text{sat}\left(\frac{\tilde{\chi}}{\epsilon}\right) + \frac{d}{dt} \chi_d [d(x, y)] = -k \|\nabla f\| \text{sat}\left(\frac{\tilde{\chi}}{\epsilon}\right) + \dot{g}[d(x, y)] \frac{d}{dt} d(x, y) + \frac{d}{dt} \xi(x, y) \quad (13)$$

其中,  $k > 0, \epsilon > 0$ , 满足  $\epsilon < \mu_2 < \frac{\mu_1 \bar{d}}{2}, \frac{\epsilon V_{g, \max}}{2k\rho} <$

$\mu_1 < \cos[g(\bar{d})] \dot{g}(\bar{d})$ , 且  $\mu_2 < \sin[g(\bar{d})], \rho > 0, \bar{d}$  是任意的。

$\text{sat}(\chi)$  为饱和函数, 即:

$$\text{sat}(\chi) = \begin{cases} 1 & (x > 1) \\ x & (-1 \leq x \leq 1) \\ -1 & (x < -1) \end{cases} \quad (14)$$

**证明:**

由式(11)和式(13)得到

$$\begin{cases} \dot{d}(x, y) = -V_g \|\nabla f\| \sin[\chi - \xi(x, y)] \\ \dot{\chi} = -k \|\nabla f\| \text{sat}\left(\frac{\tilde{\chi}}{\epsilon}\right) \end{cases} \quad (15)$$

定义 Lyapunov 函数  $W_1 = \tilde{\chi}^2/2$ , 航向角误差滑模面界区域宽度为  $\epsilon$ , 即  $S_\epsilon = \{|\tilde{\chi}| \leq \epsilon\}$ 。对  $W_1$  求导得到

$$\dot{W}_1 = \tilde{\chi} \dot{\tilde{\chi}} = -k \|\nabla f\| \tilde{\chi} \text{sat}\left(\frac{\tilde{\chi}}{\epsilon}\right) \quad (16)$$

易知, 当  $|\tilde{\chi}| \geq \epsilon$  时,  $\dot{W}_1 = -k \|\nabla f\| \tilde{\chi} \leq -k\epsilon \tilde{\chi} < 0$ , 故  $\tilde{\chi}$  在有限时间内李氏稳定收敛于  $S_\epsilon$ 。

而后, 证明当  $|\tilde{\chi}| \leq \epsilon$  时, 系统(15)将稳定收敛于原点(0,0)。定义 Lyapunov 函数

$$W = \frac{1}{2} d^2(x, y) + \frac{1}{2} \rho \tilde{\chi}^2 \quad (17)$$

求导得:

$$\begin{aligned} \dot{W} &= d(x, y) \dot{d}(x, y) + \rho \tilde{\chi} \dot{\tilde{\chi}} = -d(x, y) \cdot \\ & V_g \|\nabla f\| \sin[\chi - \xi(x, y)] - k\rho \|\nabla f\| \tilde{\chi} \text{sat}\left(\frac{\tilde{\chi}}{\epsilon}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

因为  $\tilde{\chi} = \chi - \chi_d$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{W} &= -d(x, y) V_g \|\nabla f\| \sin\{\tilde{\chi} + g[d(x, y)]\} - \\ & k\rho \|\nabla f\| \tilde{\chi} \text{sat}\left(\frac{\tilde{\chi}}{\epsilon}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

当  $|\tilde{\chi}| \leq \epsilon$  时, 有

$$\begin{aligned} \dot{W} &= -d(x, y) V_g \|\nabla f\| \sin\{\tilde{\chi} + g[d(x, y)]\} - \frac{k\rho}{\epsilon} \|\nabla f\| \tilde{\chi}^2 = d(x, y) V_g \|\nabla f\| \cdot \\ & (\sin\{g[d(x, y)]\} - \sin\{\tilde{\chi} + g[d(x, y)]\} - \sin\{g[d(x, y)]\}) - \frac{k\rho}{\epsilon} \|\nabla f\| \tilde{\chi}^2 = \\ & \|\nabla f\| \left( -\frac{k\rho}{\epsilon} \tilde{\chi}^2 - d(x, y) V_g \sin\{g[d(x, y)]\} \right) - 2d(x, y) V_g \|\nabla f\| \left( \frac{1}{2} \sin\{\tilde{\chi} + g[d(x, y)]\} - \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \sin d(x, y) \right) = \|\nabla f\| \left( -\frac{k\rho}{\epsilon} \tilde{\chi}^2 - d(x, y) V_g \sin\{g[d(x, y)]\} \right) - 2d(x, y) V_g \|\nabla f\| \frac{1}{2} \cdot \\ & (\sin \tilde{\chi} \cos\{g[d(x, y)]\}) + \sin g[d(x, y)] \cos \tilde{\chi} - \sin\{g[d(x, y)]\} = \|\nabla f\| - \frac{k\rho}{\epsilon} \tilde{\chi}^2 - d(x, y) \cdot \\ & (V_g \sin\{g[d(x, y)]\}) - 2d(x, y) V_g \|\nabla f\| \left( \frac{1}{2} \sin \tilde{\chi} \cos g[d(x, y)] + \sin\{g[d(x, y)]\} \right) \cdot \frac{1}{2} (\cos \tilde{\chi} - 1) = \\ & \|\nabla f\| \left( -\frac{k\rho}{\epsilon} \tilde{\chi}^2 - d(x, y) V_g \sin\{g[d(x, y)]\} \right) - 2d(x, y) V_g \|\nabla f\| \left( \frac{1}{2} \sin \tilde{\chi} \cos g[d(x, y)] - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin\left\{g\left[d(x,y)\right]\right\}\sin^2\left(\frac{\tilde{\chi}}{2}\right) &= \|\nabla f\| \left( -\frac{k\rho}{\epsilon}\tilde{\chi}^2 - d(x,y)V_g \sin\left\{g\left[d(x,y)\right]\right\} \right) - 2d(x,y)V_g \|\nabla f\| \sin\left(\frac{\tilde{\chi}}{2}\right) \cdot \\ \left( \cos g\left[d(x,y)\right] \cos \frac{\tilde{\chi}}{2} - \sin\left\{g\left[d(x,y)\right]\right\} \sin \frac{\tilde{\chi}}{2} \right) &= \|\nabla f\| \left( -\frac{k\rho}{\epsilon}\tilde{\chi}^2 - d(x,y)V_g \sin\left\{g\left[d(x,y)\right]\right\} \right) - \\ &2d(x,y)V_g \|\nabla f\| \sin\left(\frac{\tilde{\chi}}{2}\right) \cos\left\{g\left[d(x,y)\right] + \frac{\tilde{\chi}}{2}\right\} \leq \|\nabla f\| \cdot \\ &\left( -\frac{k\rho}{\epsilon}\tilde{\chi}^2 - V_g d(x,y) \sin\left\{g\left[d(x,y)\right]\right\} + 2|d(x,y)|V_g \left| \frac{\tilde{\chi}}{2} \right| \right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{令 } \dot{\mathcal{O}}(x) = x \sin[g(x)],$$

$$\dot{\mathcal{O}}(x) = x \sin[g(x)] \geq x \sin[g(\bar{d})]$$

$$\tau(x) = \begin{cases} \frac{\mu_1 x^2}{2} & (|x| \leq \bar{d}) \\ \mu_2(|x| - \bar{d}) + \frac{\mu_1 \bar{d}^2}{2} & (|x| > \bar{d}) \end{cases} \quad (21)$$

若  $\mu_2 \leq \sin[g(\bar{d})]$ , 则有  $\dot{\mathcal{O}}(x) \geq \dot{\tau}(x)$ 。

又因  $\dot{\mathcal{O}}(x)$  和  $\tau(x)$  为对称函数,  $\dot{\mathcal{O}}(0) = \dot{\tau}(0) = 0$ , 当  $\mu_1 < \cos[g(\bar{d})]\dot{g}(\bar{d})$  且  $\mu_2 \leq \sin[g(\bar{d})]$  时, 则对于所有的  $x \in R$ , 有  $\dot{\mathcal{O}}(x) \geq \dot{\tau}(x)$ 。

其中,  $\mu_1, \mu_2$  均大于 0,  $\bar{d}$  是任意的。

① 当  $0 \leq x \leq \bar{d}$ ,  $\dot{\tau}(x) = \mu_1 x$ , 且

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{O}}(x) &= x \cos[g(x)] \dot{g}(x) + \sin[g(x)] \geq \\ &x \cos[g(x)] \dot{g}(x) \geq x \cos[g(\bar{d})] \dot{g}(\bar{d}) \end{aligned} \quad (22)$$

若  $\epsilon < \mu_2 < \frac{\mu_1 \bar{d}}{2}$ ,  $\epsilon V_{g, \max} < 2k\rho\mu_1$ , 则有

若  $\mu_1 < \cos[g(\bar{d})]\dot{g}(\bar{d})$ , 则有  $\dot{\mathcal{O}}(x) \geq \dot{\tau}(x)$ 。

(a) 当  $\bar{d} \leq |d(x,y)|$ ,

② 当  $\bar{d} \leq x$ ,  $\dot{\tau}(x) = \mu_2$  且

$$\begin{aligned} \dot{W} &\leq \|\nabla f\| \left( -\frac{k\rho}{\epsilon}\tilde{\chi}^2 - V_g \left\{ \mu_2 [d(x,y) - \bar{d}] + \frac{\mu_1 \bar{d}^2}{2} \right\} + V_g |d(x,y)| |\tilde{\chi}| \right) = \\ &-\|\nabla f\| \frac{k\rho}{\epsilon}\tilde{\chi}^2 + V_g \|\nabla f\| (-\mu_2 |d(x,y)|) + \left[ \left( \mu_2 - \frac{\mu_1 \bar{d}}{2} \right) \bar{d} + |d(x,y)| |\tilde{\chi}| \right] \leq V_g \|\nabla f\| \cdot \\ &[-\mu_2 |d(x,y)| + |d(x,y)| \epsilon] = -V_g \|\nabla f\| |d(x,y)| (\mu_2 - \epsilon) \leq -V_{g, \min} \lambda |d(x,y)| (\mu_2 - \epsilon) \end{aligned} \quad (23)$$

(b) 当  $\bar{d} \geq |d(x,y)|$ ,

$$\begin{aligned} \dot{W} &\leq \|\nabla f\| \left[ -\frac{k\rho}{\epsilon}\tilde{\chi}^2 - V_g \frac{\mu_1 d(x,y)^2}{2} + V_g |d(x,y)| |\tilde{\chi}| \right] = \|\nabla f\| \cdot \\ &V_g \left[ -\frac{k\rho}{\epsilon V_g} \tilde{\chi}^2 - \frac{\mu_1 d(x,y)^2}{2} + |d(x,y)| |\tilde{\chi}| \right] \leq \|\nabla f\| V_g \left[ -\frac{k\rho}{\epsilon V_{g, \max}} \tilde{\chi}^2 - \frac{\mu_1 d(x,y)^2}{2} + |d(x,y)| |\tilde{\chi}| \right] \leq \\ &-V_{g, \min} \lambda (|d(x,y)|, |\tilde{\chi}|) \mathbf{M} (|d(x,y)|, |\tilde{\chi}|)^T \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{式中: } \mathbf{M} \text{ 为正定矩阵, } \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{k\rho}{\epsilon V_{g, \max}} \end{bmatrix}。$$

$\frac{\epsilon V_{g, \max}}{2k\rho} < \mu_1 < \cos[g(\bar{d})]\dot{g}(\bar{d})$  时, 对于任意给定的

$\bar{d}$ , 式(23)是半正定函数, 式(24)是正定函数, 故总有  $\dot{W} \leq 0$ , 表征到期望航迹线的距离误差  $d(x,y)$  和航向角误差  $\tilde{\chi}$  均为有界的, 且当时间趋于无穷时均有李氏稳定收敛至 0。表明设计的  $r_{\text{cmd}}$  能使飞行器以期望航向角稳定飞向期望航迹线。

结论: 当  $\epsilon < \mu_2 < \frac{\mu_1 \bar{d}}{2}$ ,  $\mu_2 \leq \sin[g(\bar{d})]$  且

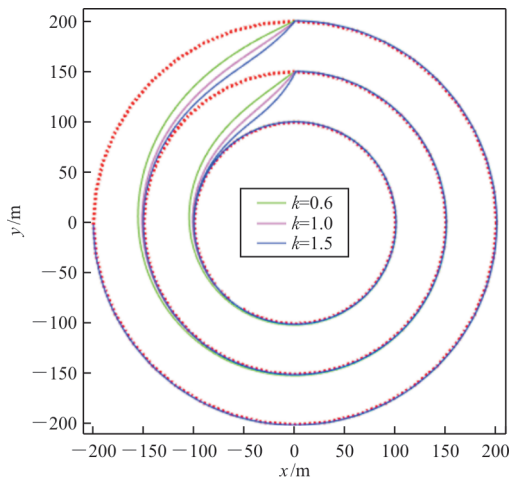
## 2 期望路径规划

飞行器飞行任务期望路径线可由直线、圆、椭圆、三次曲线等线段或圆弧构成,飞行所要抵达的目标路径线按前文所述矢量场方法实现,符合高度保持恒定的平面假设。多段路径转换按矢量场方法平滑过渡,每当飞行器接近当前路径段末端时,根据平滑过渡要求改变矢量场,引导飞行器进入下一个线段或弧段,用检测飞行器到当前路段末端距离的方法,选择合适位置点改变矢量场。

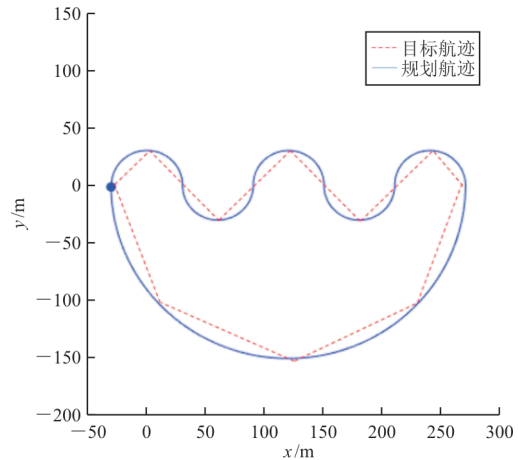
### 2.1 多圆组合期望路径规划

多圆组合期望路径如图 5 所示,图 5(a)中红色虚线所示分别为 100、150、200 m 半径同心圆组合的期望路径。由 (-200, 0) 处飞行器开始逆时针追踪大中小三个圆路径,当到达点 (0, 200) 或 (0, 150) 两个点时向内圆过渡,并沿内圆期望路径线追踪。图示情形为不同  $k$  系数选择  $g[d(x, y)]$  计算所规划的过渡路径,可以看出: $k$  不同过渡效果不同, $k$  值大,过渡点航向角变化大,过渡迅速,但显得不够平滑。合理选择系数  $k$  影响着飞行段切换时的平滑程度。

图 5(b)中红色虚线所示为一些航点的连接线,红虚线所拼成的闭合回路为一个任务航线,蓝色曲线为由矢量场规划多个圆弧段拼成的目标路径。可以看出:原任务航线不平滑,在航点处航向角存在突变,不利于飞控系统执飞。规划路径则由圆弧段拼接而成,路径较平滑,全程航向角处连续无突变,利于飞控系统执飞。



(a) 情形 1



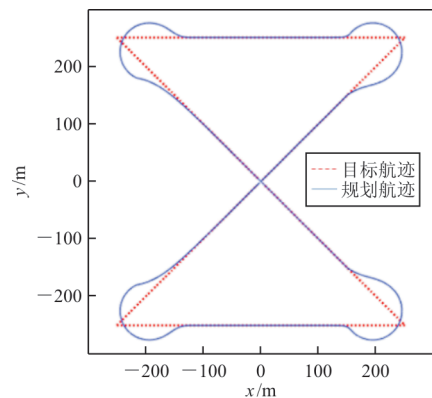
(b) 情形 2

图 5 多圆组合期望路径

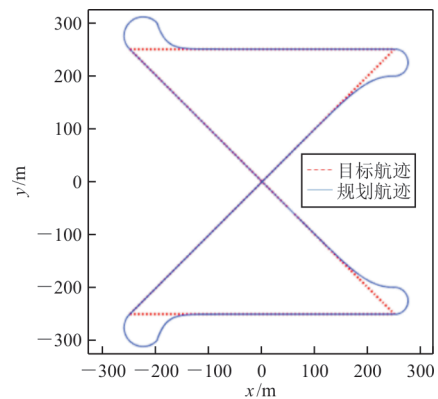
Fig. 5 The flight path of multiple circles

### 2.2 直线段组合期望路径规划

不同线段组合情形路径如图 6 所示。



(a) 锐角不过点



(b) 锐角过点

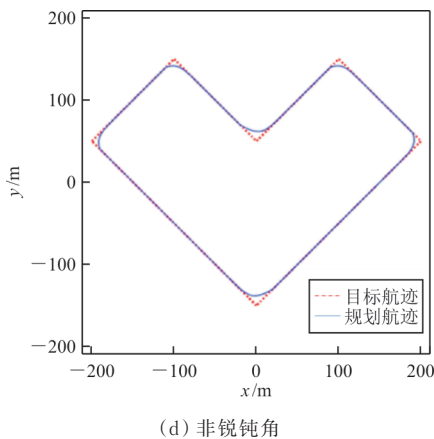
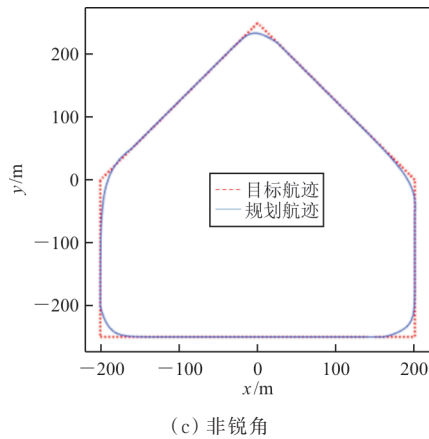


图 6 不同线段组合情形路径

Fig. 6 Different Line segment combination path

图 6(a)、图 6(b) 中红色虚线为多条直线段组合的期望路径, 蓝色实线为引入过渡圆弧的期望路径, 引入过渡圆弧的目的是处理角度过小(锐角)引起的航向角突变, 有助于控制平滑过渡。图 6(a) 所示为飞行器快要抵达直线路径末端时, 借助不过点过渡圆弧进行矢量场计算, 引导飞行器平滑转弯, 随后过渡到下一段直线矢量场, 飞行器改变期望路径线。图 6(b) 所示为飞行器抵达直线路径末端时, 再用过点过渡圆进行矢量场计算, 好处是飞行器过航点,  $x$  正半轴过渡圆半径小于  $x$  负半轴过渡圆半径, 过渡圆半径小, 飞行器过渡快, 但航向角变化快, 过渡平滑度稍差。两种方法都可以实现锐角飞行路径过渡处理, 平滑程度与所选择过渡圆半径和系数  $k$  有关<sup>[14]</sup>。图 6(c)~图 6(d) 中红虚线为多直线段组合非锐角期望路径线, 蓝实线为基于矢量场规划的期望路径线。无需引入过渡圆弧, 但需根据过渡点位置合理调整系数  $k$  以

实现平滑过渡。

对于具有悬停功能的旋翼类飞行器, 应用速度控制, 在其到达当前路径段末端时把飞行器的飞行速度控制到 0, 使其进入悬停控制模态, 然后应用基于矢量场航向角速率控制, 把目标航向角控制到下一期望路径段, 再进行期望路径追踪飞行。

### 2.3 直线段和圆弧段组合期望路径规划

由多条直线段和多个圆弧段组合的期望路径如图 7 所示, 每条直线段末端的航向角与所连接圆弧段的初始航向角相同。当飞行器由直线段末端进入圆弧段时, 无需再引入过渡段, 也无需调整系数  $k$ , 只需由当前路段末端切换为下一个路段矢量场, 即可快速生成期望路径。

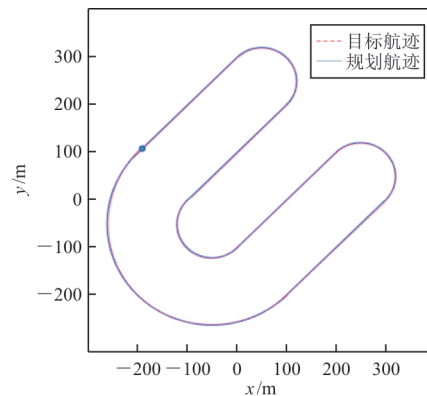


图 7 直线和圆组合期望路径

Fig. 7 Line and circle combination target path

### 2.4 障碍滑雪期望路径规划

障碍滑雪期望路径规划样例如图 8 所示, 模拟飞行器于  $(0, 0)$  航点起飞, 在场地内进行连续障碍滑雪动作躲避障碍, 并飞抵终点  $(3\ 350, 0)$  处降落。按矢量场方法快速生成用于飞行器飞行过程中障碍回避路径指令, 引导飞行器实现障碍回避。

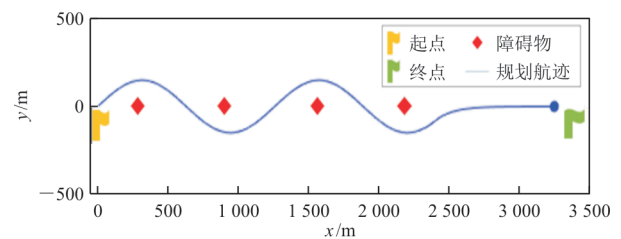


图 8 障碍滑雪科目期望路径

Fig. 8 Desired path for obstacle skiing



### 3 仿真验证

#### 3.1 路径规划仿真验证系统

为验证矢量场规划算法的可行性,以倾转四旋翼飞行器为被控对象,构建仿真验证系统,如图 9 所示,其中矢量场算法路径生成器用于期望路径指令生成,PID 控制器用于倾转四旋翼飞行器飞行路径跟踪控制,飞行动力学模型是控制仿真用的被控对象,这 3 个模块均在 Simulink 环境下创建;飞行视景仿真软件用于倾转四旋翼飞行器及其飞行路径三维可视化显示,在 Unity3D 环境用 C# 语言开发创建,三维飞行视景仿真用户界面如图 10 所示。Simulink 仿真模型与飞行视景软件间的通信为 UDP 机制。

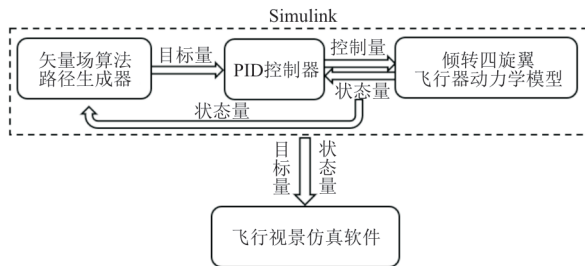


图 9 仿真验证系统  
Fig. 9 Simulation system

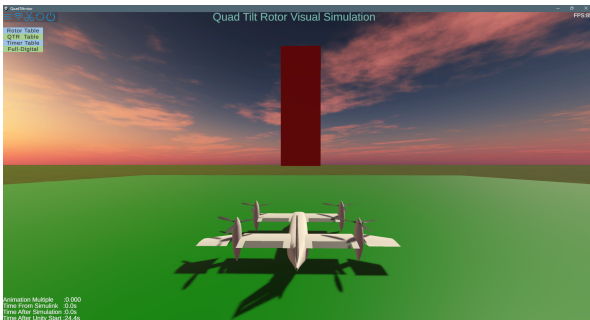


图 10 飞行视景仿真用户界面  
Fig. 10 Flight visual simulation software interface

#### 3.2 飞行任务期望路径

倾转四旋翼飞行器在起点起飞,经 20 s 到达 100 m 高度悬停,随后转入定高飞行,矢量场算法比例系数  $k=0.4$ ,期望路径隐函数方程为

$$150 \sin(0.005x) - y = 0$$

地速由悬停逐渐加速至 20 m/s,进入障碍滑雪避障飞行。当纵向位移  $x$  到达 2 200 m 时,转入以第四个障碍物坐标(2 200, 0)为圆心、以 150 m 为半径的圆轨迹转弯飞行,期望路径隐函数方

程为

$$\frac{(x - 2\,200)^2}{150^2} + \frac{y^2}{150^2} = 0$$

此时调整比例系数  $k=0.8$ ,以保证对圆轨迹的快速跟踪。转过  $180^\circ$ 后,转入直线巡航飞行开始返航,期望路径隐函数方程为

$$y - 150 = 0$$

当纵向位移  $x$  到达 0 时,进入半径为 75 m 的圆轨迹飞行,期望路径隐函数方程为

$$\frac{x^2}{75^2} + \frac{(y - 75)^2}{75^2} = 0$$

逐渐减速并转过  $180^\circ$ 后来到达起飞点上空悬停,随后垂直降落至起飞点。

矢量场方法生成的飞行航迹指令(俯视视角)如图 11 所示。期望目标与期望偏航角指令生成方法如上文所述,倾转四旋翼飞行器飞行控制系统控制策略为 PID 控制律,航迹控制响应完成的跟踪飞行路径含起飞、障碍滑雪避障飞行、转弯、巡航、转弯、降落六个阶段。

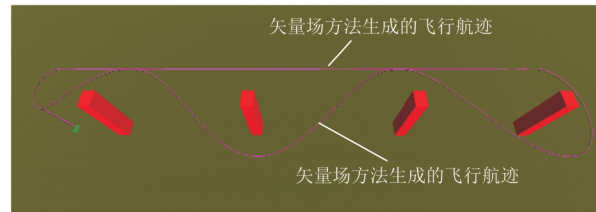
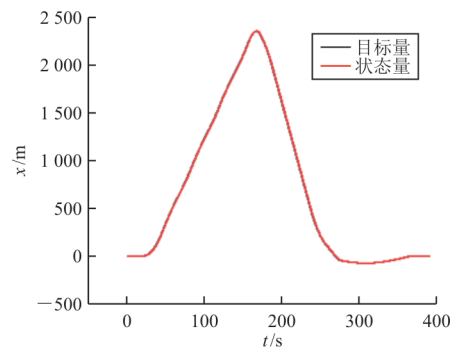


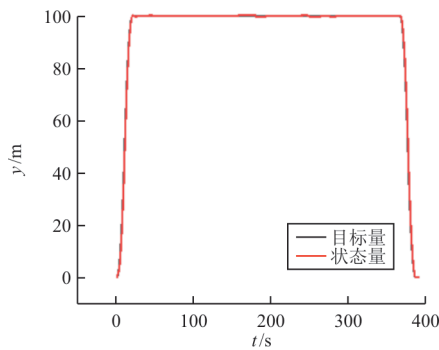
图 11 飞行航迹  
Fig. 11 Flight path

#### 3.3 跟踪控制响应与结果分析

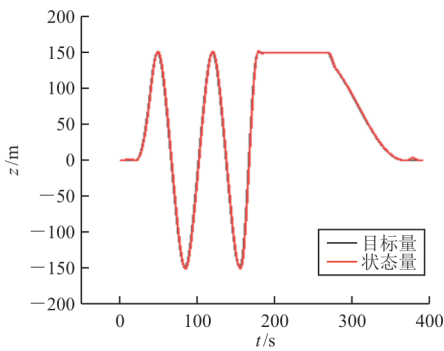
期望路径规划后倾转四旋翼飞行器进入路径跟踪控制,三轴位置控制响应曲线如图 12 所示,相应位置控制误差曲线如图 13 所示。偏航角控制响应曲线如图 14 所示,其控制误差曲线如图 15 所示。



(a) 纵向位置

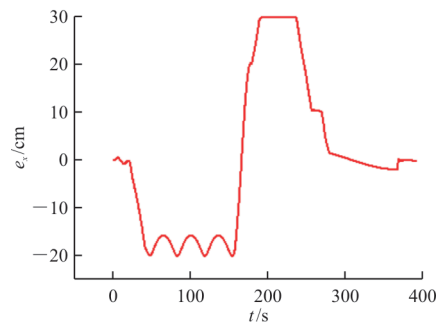


(b) 垂向位置

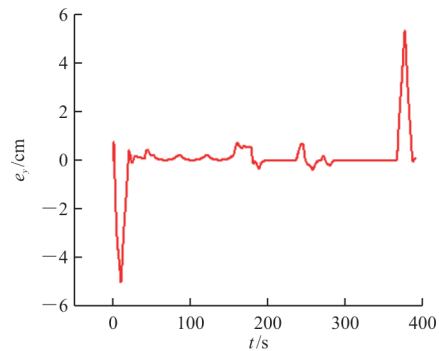


(c) 横向位置

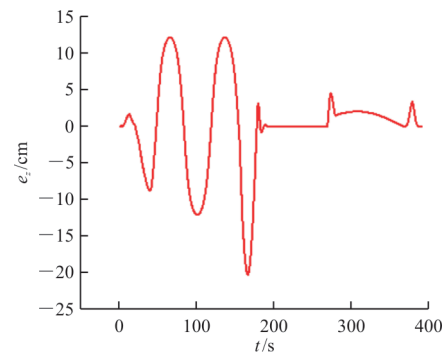
图 12 三轴位置控制响应  
Fig. 12 Three axis position control response



(a) 纵向位置误差



(b) 垂向位置误差



(c) 横向位置误差

图 13 三轴位置控制误差

Fig. 13 Three axis position control error

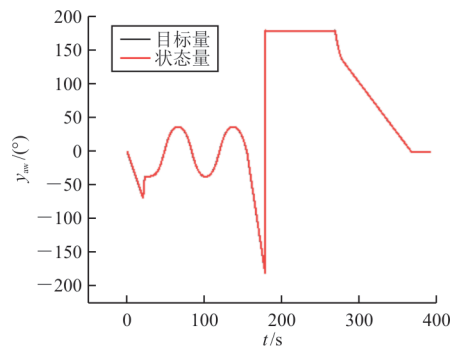


图 14 偏航角控制响应

Fig. 14 Yaw angle control response

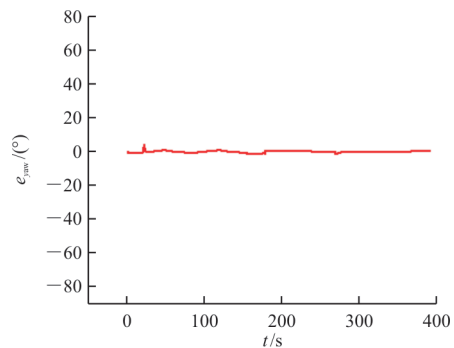


图 15 偏航角控制误差

Fig. 15 Yaw angle control error

从图 12~图 13 可以看出:用矢量场算法生成期望路径作为倾转四旋翼飞行器的期望目标指令,用 PID 控制策略便能快速跟踪控制,超调量、稳态误差小。障碍滑雪阶段、第一次转弯阶段横纵向位置误差相对偏大,但最大误差也不超过纵向 0.3 m、横向 0.3 m,垂向位置误差主要在起飞与降落阶段产生,误差值小于 0.1 m,相对误差在 1% 内。

从图14~图15可以看出:用矢量场算法生成期望偏航角作为倾转四旋翼飞行器的期望偏航角指令,用PID控制策略便能快速跟踪控制,超调量、稳态误差小。偏航角误差主要存在于不同航段轨迹切换时刻,最大误差不超过 $1^\circ$ ,相对误差在1%以内。

## 4 结 论

1) 本文提出了飞行器矢量场路径规划和航向跟随制导律方法。按地轴坐标系飞行器位置、速度等惯性信息以及期望路径隐函数方程,快速规划出飞行器飞行期望路径航迹线,几何解释了路径规划原理,理论证明了航向制导律能保证距离误差和航向角误差均能稳定收敛于0。

2) 本文设计了基于隐函数方程的飞行器定高飞行矢量场期望路径,仿真验证了矢量场期望路径生成方法,矢量场期望路径的分段过渡策略保证了飞行器航段过渡飞行稳定平滑。

3) 以倾转四旋翼飞行器为实际被控对象,用障碍滑雪、半圆弧段、直线巡航等仿真验证了矢量场期望路径指令生成方法和航迹控制跟踪能力,指令生成快捷,控制跟踪期望路径平滑,有利于控制跟踪。

### 参考文献

- [1] 刘光辉. 低空无人机探测技术的发展前景与趋势[J]. 现代雷达, 2022, 44(4): 99-100.  
LIU Guanghui. Development prospect and trend of low altitude UAV detection technology[J]. Modern Radar, 2022, 44(4): 99-100. (in Chinese)
- [2] SKOROBOGATOV G, BARRADO C, SALAMI E. Multiple UAV systems: a survey[J]. Unmanned Systems, 2020, 8(2): 149-169.
- [3] 任涵. 小型无人机导航与制导关键技术[J]. 科技创新与应用, 2018(6): 61-62.  
REN Han. Key technologies of navigation and guidance for small UAV[J]. Technology Innovation Application, 2018 (6): 61-62. (in Chinese)
- [4] 陈润泽, 郝向阳. 旋翼无人机视觉/惯性组合导航技术研究[J]. 电子测量技术, 2021, 44(12): 121-127.  
CHEN Runze, HAO Xiangyang. Research on vision/INS integrated navigation technology of rotary wing UAV[J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(12): 121-127. (in Chinese)
- [5] ZHANG G H, HSU L T. Intelligent GNSS/INS integrated navigation system for a commercial UAV flight control system[J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 80: 368-380.
- [6] 聂伟文, 怀志. 一种基于单目视觉的无人机室内定位方法[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(3): 906-914.  
NIE Weiwen, HUAI Zhi. An indoor positioning method for UAV based on monocular vision[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2022, 44(3): 906-914. (in Chinese)
- [7] TRUJILLO J C, MUNGUÍA R, GUERRA E. Cooperative monocular-based SLAM for multi-UAV systems in GPS-denied environments[J]. Sensors, 2018, 18(5): 1351-1376.
- [8] ZHOU D, WANG Z, SCHWAGER M. Agile coordination and assistive collision avoidance for quadrotor swarms using virtual structures[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2018, 34(4): 916-923.
- [9] SINGLA A, PADAKANDLA S. Memory-based deep reinforcement learning for obstacle avoidance in UAV with limited environment knowledge[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 22(1): 1-12.
- [10] 丁夏清, 杜卓洋. 基于混合势场的移动机器人视觉轨迹规划[J]. 浙江大学学报(工学版), 2016, 50(7): 1298-1306.  
DING Xiaqing, DU Zhuoyang. Vision trajectory planning of mobile robot based on hybrid potential field[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2016, 50(7): 1298-1306. (in Chinese)
- [11] HUANG Y, TANG J, LAO S Y. UAV group formation collision avoidance method based on second-order consensus algorithm and improved artificial potential field[J]. Symmetry, 2019, 11(9): 1162-1177.
- [12] 张岑, 曹东. 基于速度矢量场的无人机编队防撞控制方法[J]. 机械制造与自动化, 2020, 49(5): 188-191.  
ZHANG Cen, CAO Dong. Anti-collision control method of UAV formation based on velocity vector field[J]. Machine Building & Automation, 2020, 49(5): 188-191. (in Chinese)
- [13] 李春涛, 易小芹. 基于速度矢量场的无人机实时动态航路规划[J]. 南京航空航天大学学报, 2012, 44(3): 340-346.  
LI Chuntao, YI Xiaoqin. Real-time dynamic route planning of UAV based on velocity vector field[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 44(3): 340-346. (in Chinese)
- [14] NELSON D R, BLAKE BARBER D, MCLAIN T W. Vector field path following for miniature air vehicles[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(3): 519-529.
- [15] WANG T, CHEN Y. Combined of vector field and linear quadratic Gaussian for the path following of a small unmanned helicopter[J]. Control Theory and Applications, 2012, 6(17): 2696-2703.