

文章编号: 1674-8190(2025)01-054-10

## 四旋翼飞行器鲁棒自适应抗干扰姿态控制

李统帅, 陈龙胜, 彭云, 石童昕, 金飞宇

(南昌航空大学 航空宇航学院, 南昌 330063)

**摘要:** 高性能姿态控制器可有效抑制不确定性和外界动态干扰对系统的综合影响, 保证四旋翼飞行器安全可靠地完成既定飞行任务。采用径向基神经网络(RBFNN)在线逼近四旋翼飞行器飞行运动中的非线性不确定性, 并将 RBFNN 的逼近误差和外部未知动态干扰视为集总扰动, 设计扩张状态观测器(ESO)对其进行在线估计, 以 ESO 的模型辨识误差和跟踪误差为决策变量设计 RBFNN 的权值调整策略以抑制神经网络的黑盒问题; 在此基础上, 基于动态面控制和 Lyapunov 稳定理论为四旋翼飞行器飞行运动系统设计鲁棒自适应抗干扰姿态跟踪控制器, 并构造辅助系统抑制动态面控制中滤波误差对闭环系统性能的影响。结果表明: 本文设计的姿态跟踪控制器在不确定性和动态干扰的综合影响下能够保证四旋翼飞行器精确跟踪期望姿态角, 且具有很好的鲁棒性和稳定性。

**关键词:** 四旋翼飞行器; 动态面控制; 神经网络; 扩张状态观测器; 干扰抑制

**中图分类号:** V275.1; V249.1

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.16615/j.cnki.1674-8190.2025.01.07

## Adaptive robust anti-disturbance attitude control for quadrotors

LI Tongshuai, CHEN Longsheng, PENG Yun, SHI Tongxin, JIN Feiyu

(School of Aeronautics and Astronautics, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

**Abstract:** The high-performance attitude controller can effectively suppress comprehensive effects caused by uncertainties and external dynamic disturbances, and ensure that the quadrotor can safely and reliably fly to complete the designated mission. Therefore, nonlinear uncertainties of quadrotor flight systems are approximated by a radial basis function neural network (RBFNN) quadrotor, and an extended state observer (ESO) is designed to estimate lumped disturbances caused by RBFNN approximation errors and external disturbances. The black box problem of RBFNN is solved by using a model identification error and a tracking error as decision variables. Then, an adaptive robust anti-disturbance attitude tracking controller is designed for quadrotor flight systems based on dynamic surface control and Lyapunov stability theory, and an auxiliary system is constructed to suppress the effect of filtering error on the closed-loop system performance. The results show that the quadrotor designed in this paper can precisely track the desired attitude angles, and the proposed controller has strong robustness and stability in the presence of uncertainties and disturbances.

**Key words:** quadrotor; dynamic surface control; neural network; extended state observer; disturbance suppression

收稿日期: 2023-05-25; 修回日期: 2023-11-23

基金项目: 国家自然科学基金(61963029); 江西省自然科学基金(20224BAB202027, 20232ACB202007)

通信作者: 陈龙胜(1983-), 男, 博士, 副教授。E-mail: lschen2008@163.com

引用格式: 李统帅, 陈龙胜, 彭云, 等. 四旋翼飞行器鲁棒自适应抗干扰姿态控制[J]. 航空工程进展, 2025, 16(1): 54-63.

LI Tongshuai, CHEN Longsheng, PENG Yun, et al. Adaptive robust anti-disturbance attitude control for quadrotors[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2025, 16(1): 54-63. (in Chinese)

## 0 引言

四旋翼飞行器具有垂直起降、飞行灵活、体积小、成本低等特点,可广泛应用于军事和民用领域<sup>[1]</sup>。高性能的姿态控制器是保证四旋翼飞行器安全可靠飞行和完成既定任务的关键。然而,四旋翼飞行器是一个具有六自由度和多个输入的欠驱动系统,其具有复杂非线性、高度不确定性、多变量和干扰敏感的特性<sup>[2]</sup>。四旋翼飞行器系统的不确定性和外部动态干扰会使闭环系统的稳定性降低,控制精度难以满足预期目标。

针对四旋翼飞行器飞行运动系统的姿态控制问题目前已提出多种控制策略,如 PID 控制<sup>[3]</sup>、LQR 控制<sup>[4]</sup>、动态逆控制<sup>[5]</sup>、滑模控制<sup>[6]</sup>等,其中, PID 和 LQR 控制虽然算法简单,但难以满足干扰敏感和非平衡点稳定的需求,控制效果欠佳。动态逆控制的控制效果高度依赖于四旋翼飞行器的数学模型,对模型参数的不确定性适应能力较差。滑模控制虽然可以通过增大切换增益抑制不确定性和外部干扰对闭环系统性能的影响,但会引起系统的抖振问题。因此,为了抑制不确定性和外部动态干扰对四旋翼飞行器飞行运动系统的稳定性和控制精度的影响,需要一种能够有效抑制不确定性和外部干扰的控制方法。

神经网络(Neural Network, NN)已被公认为是处理非线性系统不确定性和提升系统鲁棒性最为有效的工具之一<sup>[7-9]</sup>。反推法的递推设计思想使得控制器的设计十分规范,且在改善系统稳定性方面表现出较大的优势,使其成为处理复杂非线性系统控制问题最为有效的手段之一<sup>[10-11]</sup>。目前,已有研究者将反推法和 NN 相结合,设计四旋翼飞行器的姿态跟踪控制策略以提升系统的稳定性和鲁棒性<sup>[12]</sup>。但以上研究没有考虑 NN 的黑盒问题<sup>[13]</sup>、NN 逼近误差和外部时变动态干扰的问题,NN 逼近的准确性、透明性和可解释性在控制的设计框架中没有体现。为进一步提升系统的稳定性、鲁棒性和控制精度,在四旋翼飞行器的控制设计中这些问题需进一步研究。

物理意义明确的干扰观测器技术可以充分利用动态信息提升系统的抗干扰能力,引起了研究者的广泛关注<sup>[14]</sup>。常见的针对非线性系统的观测器设计方法有非线性干扰观测器和扩张状态观测器(Extended State Observer, ESO)等。对非线性

干扰观测器而言,ESO 不会引入高频噪声,且对系统模型的依赖程度低<sup>[15]</sup>。Dou L Q 等<sup>[16]</sup>将 ESO 和反推法相结合设计控制器,以提升无人直升机在阵风等外部动态干扰下的抗干扰能力;针对四旋翼飞行器的飞行运动,Lotufo 等<sup>[17]</sup>采用 ESO 估计四旋翼飞行器受到的外部扰动,以增强所设计控制器的干扰抑制能力。然而,反推法存在传统的“计算膨胀”问题<sup>[18]</sup>。沈智鹏等<sup>[19]</sup>通过引入一阶低通滤波器,即动态面控制(Dynamic Surface Control, DSC)来解决反推法的“计算膨胀”问题,并为具有输入时滞和饱和的四旋翼飞行器飞行运动系统设计控制策略。DSC 技术引入一阶低通滤波器解决了反推法的“计算膨胀”问题,但不可避免地会引入滤波误差,潜在的滤波可能会降低系统的控制精度。

鉴于上述分析可知,目前基于 NN、ESO 和 DSC 技术的四旋翼飞行器飞行控制问题已有相关的研究,但 DSC 的滤波误差和神经网络的黑盒问题没有得到有效解决,NN 和 ESO 逼近的准确性、透明性和可解释性不佳。为此,本文基于径向基神经网络(Radial Basis Function Neural Network, RBFNN)和 ESO,针对不确定性和外部动态干扰的四旋翼飞行器设计一种鲁棒自适应抗干扰姿态控制器。利用 RBFNN 在线估计四旋翼飞行器飞行运动中的非线性不确定性,基于 RBFNN 的输出设计 ESO 在线估计系统的集总扰动;以 ESO 的模型辨识误差和系统跟踪误差为决策变量设计神经网络的权值更新策略,以提升 NN 逼近的准确性、透明性和可解释性;设计辅助系统抑制 DSC 引起的滤波误差,并基于 DSC 技术为四旋翼飞行器设计鲁棒自适应控制器;基于理论分析和仿真实验对所设计的控制器的可行性和有效性进行验证。

## 1 四旋翼飞行器的姿态数学模型

本文研究的对象为 X 型四旋翼飞行器。假设飞行器是刚体,结构对称且其质心与几何中心重合,如图 1 所示。以飞行器起飞点支架中心为原点建立地面坐标系  $O_G X_G Y_G Z_G$ ,以飞行器机体几何中心为原点建立机体坐标系  $O_b X_b Y_b Z_b$ 。其中,  $\phi$ 、 $\theta$  和  $\psi$  分别表示滚转角、俯仰角和偏航角,  $\omega_i$  为

第  $i$  个旋翼的转速,  $i = 1, 2, 3, 4$ 。

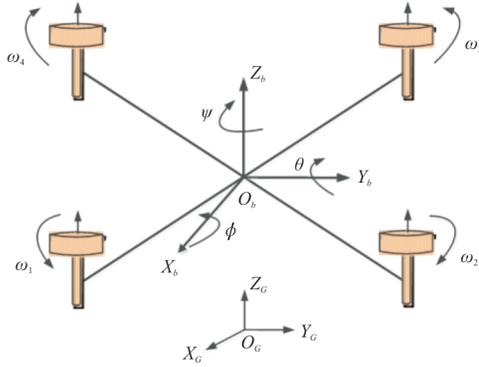


图 1 四旋翼飞行器结构图

Fig. 1 Structure diagram of quadrotors

根据牛顿-欧拉方程,将四旋翼飞行器飞行运动姿态系统<sup>[20]</sup>描述为如下形式:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{(J_y - J_z)}{J_x} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{1}{J_x} \tau_\phi \\ \ddot{\theta} = \frac{(J_z - J_x)}{J_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{1}{J_y} \tau_\theta \\ \ddot{\psi} = \frac{(J_x - J_y)}{J_z} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{1}{J_z} \tau_\psi \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $J_x$ 、 $J_y$  和  $J_z$  分别为飞行器绕机体轴  $O_b X_b$ 、 $O_b Y_b$  和  $O_b Z_b$  的转动惯量;  $\tau_\phi$ 、 $\tau_\theta$  和  $\tau_\psi$  分别为飞行器所受到的滚转、俯仰和偏航力矩,其具体形式为

$$\begin{cases} \tau_\phi = C_m (\omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) b \\ \tau_\theta = C_m (\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) b \\ \tau_\psi = C_n (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $C_m$ 、 $C_n$  和  $b$  分别为升力系数、反扭矩系数和旋转子与飞行器质心之间的距离。

为便于后续的控制设计和分析,定义  $x_1 = [x_{11}, x_{12}, x_{13}]^T = [\phi, \theta, \psi]^T$ ,  $x_2 = [x_{21}, x_{22}, x_{23}]^T = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ ,  $u = [\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T$  分别为系统的状态和输入向量。考虑到四旋翼飞行器飞行运动的不确定性和阵风等动态干扰的影响,可将式(1)进一步描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = F(x_1, x_2) + \Delta F(x_1, x_2) + G(x_1, x_2)u + d(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\Delta F(x_1, x_2)$  为系统的不确定性和未建模动态,  $\Delta F(x_1, x_2) = [\Delta F_1, \Delta F_2, \Delta F_3]^T$ ;  $d(t)$  为未知的外部动态干扰,  $d(t) = [d_1(t), d_2(t), d_3(t)]^T$ 。

非线性函数  $F(x_1, x_2)$  和  $G(x_1, x_2)$  具体形式为

$$F(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} (J_y - J_z) x_{22} x_{23} / J_x \\ (J_z - J_x) x_{21} x_{23} / J_y \\ (J_x - J_y) x_{21} x_{22} / J_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$G(x_1, x_2) = \text{diag} [1/J_x, 1/J_y, 1/J_z] \quad (5)$$

控制目标:基于RBFNN与ESO为四旋翼飞行器设计鲁棒自适应抗干扰姿态控制器以实现其在系统不确定性和外部动态干扰的综合影响下可精确跟踪期望姿态,且闭环系统所有信号一致有界。

为便于控制器设计,给出以下假设与引理。

假设 1: 四旋翼飞行器的期望姿态角  $y_d = [\phi_d, \theta_d, \psi_d]^T$  已知且连续有界。

假设 2: 外部干扰  $d_i(t)$  及其导数有界,即存在未知正常数  $\bar{d}_i$  使得  $|\dot{d}_i(t)| \leq \bar{d}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ 。

引理 1: RBFNN 可在线逼近任意的光滑非线性函数<sup>[21-22]</sup>  $f(X): R^q \rightarrow R$ , 如式(6)所示。

$$f(X) = W^{*T} \Phi(X) + \epsilon(X) \quad (\forall X \in \Omega_X) \quad (6)$$

式中:  $X$  为 RBFNN 的输入向量,  $X = [X_1, \dots, X_q]^T$ ,  $X \in R^q$ ;  $\Phi(\cdot): R^q \rightarrow R^p$  为径向基函数;  $W^*$  为理想的神经网络权值,  $W^* \in R^p$ ,  $p$  为隐含层节点个数;  $\epsilon(X)$  为 RBFNN 的逼近误差。

$$\Phi_j(X) = \exp\left(-\frac{\|X - c_j\|^2}{2a_j^2}\right) \quad (7)$$

式中:  $c_j$  为隐含层第  $j$  个神经元高斯基函数中心点的坐标向量;  $a_j$  为隐含层第  $j$  个神经元高斯基函数的宽度,  $j = 1, 2, \dots, p$ 。

在  $\Phi(X)$  内存在理想神经网络权值  $W^*$  的估计值  $\hat{W}$  使得  $\epsilon(X)$  最小,且理想的神经网络权值  $W^*$ 、 $\Phi(X)$  和逼近误差  $\epsilon(X)$  均有界。

## 2 姿态控制设计及稳定性分析

### 2.1 鲁棒自适应抗干扰控制器设计

针对四旋翼飞行器飞行运动中不确定性和外部动态干扰,进行RBFNN和ESO的耦合设计,在此基础上,基于反推法设计四旋翼飞行器飞行运动的姿态控制器。

考虑式(3)所描述的四旋翼飞行器飞行运动姿态系统,并为系统定义如下的跟踪误差:

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - y_d \\ z_2 = x_2 - \bar{\alpha}_1 \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\bar{\alpha}_1$ 为式(9)描述的一阶滤波器的输出滤波信号。

$$\begin{cases} \dot{\bar{\alpha}}_1 = -\pi(\bar{\alpha}_1 - \alpha_1) \\ \bar{\alpha}_1(0) = \alpha_1(0) \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\alpha_1$ 为反推法设计中所需设计的虚拟控制律; $\pi$ 为滤波器时间常数。

式(9)引入的低通滤波器与反推法相结合即为DSC技术,其可避免对虚拟控制律 $\alpha_1$ 求导,消除反推法的“计算膨胀”问题,但会给闭环系统引入额外的滤波误差 $\bar{\alpha}_1 - \alpha_1$ ,潜在的滤波误差可能会降低系统的控制精度。

为抑制DSC的滤波误差 $\bar{\alpha}_1 - \alpha_1$ 对四旋翼飞行器飞行运动闭环系统控制性能及精度的影响,构造如下的辅助系统来补偿滤波误差。

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = -\kappa_1 \zeta_1 + \zeta_2 + (\bar{\alpha}_1 - \alpha_1) \\ \dot{\zeta}_2 = -\kappa_2 \zeta_2 - \zeta_1 \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\kappa_1, \kappa_2$ 为待设计参数, $\kappa_1 = \kappa_1^T, \kappa_2 = \kappa_2^T$ ;  $\zeta_1$ 和 $\zeta_2$ 为辅助系统的状态向量。

根据式(10)的辅助系统状态向量定义如下的补偿误差信号:

$$\begin{cases} \chi_1 = z_1 - \zeta_1 \\ \chi_2 = z_2 - \zeta_2 \end{cases} \quad (11)$$

对式(11)中 $\chi_1$ 关于时间 $t$ 求导并结合式(8)和(10)可得:

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_1 &= \chi_2 + \zeta_2 + \bar{\alpha}_1 - \alpha_1 + \alpha_1 - \dot{y}_d - \dot{\zeta}_1 = \\ &\begin{cases} \dot{\hat{x}}_2 = F(x_1, x_2) + \hat{W}^T \Phi(x_1, x_2) + G(x_1, x_2)u + \hat{D} - \Gamma_x \tilde{x}_2 \\ \dot{\hat{D}} = -\Gamma_D \tilde{x}_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

式中: $\Gamma_x, \Gamma_D$ 为待设计参数, $\Gamma_x = \Gamma_x^T$ 和 $\Gamma_D = \Gamma_D^T$ ;  $\hat{W}$ 为 $W^*$ 的估计值, $\hat{W} = [\hat{W}_1, \hat{W}_2, \hat{W}_3]^T$ ;  $\hat{D}$ 为 $D$ 的估计值, $\hat{D} = [\hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{D}_3]^T$ ;  $\hat{x}_2$ 为 $x_2$ 的估计值; $\tilde{x}_2$ 为ESO的模型辨识误差向量, $\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 - x_2 = [\tilde{x}_{21}, \tilde{x}_{22}, \tilde{x}_{23}]^T$ 。

本文所设计的ESO不仅能有效估计和补偿复合扰动 $D$ 以提升四旋翼飞行器飞行运动系统的稳定性和控制精度,其模型辨识误差向量 $\tilde{x}_2$ 还可以表征RBFNN和ESO逼近/估计的精度。

对式(11)中的 $\chi_2$ 关于时间 $t$ 求导并结合式

$$\kappa_1 \zeta_1 + \chi_2 + \alpha_1 - \dot{y}_d \quad (12)$$

由式(12)设计虚拟控制律 $\alpha_1$ 为

$$\alpha_1 = -\kappa_1 z_1 + \dot{y}_d \quad (13)$$

将式(11)和(13)代入式(12)可得:

$$\dot{\chi}_1 = -\kappa_1 z_1 + \kappa_1 \zeta_1 + \chi_2 = -\kappa_1 \chi_1 + \chi_2 \quad (14)$$

对形如式(3)所描述的非线性系统,式(13)所设计的虚拟控制律为DSC的标准虚拟控制律。根据式(14)易知本文构造的辅助系统(式(10))消除了DSC不可避免的滤波误差问题。

在所设计的式(13)虚拟控制律的基础上,可进一步为四旋翼飞行器飞行运动设计姿态跟踪控制器。为抑制系统不确定性对闭环系统控制性能带来的不利影响,采用RBFNN对四旋翼飞行器飞行运动中的不确定性 $\Delta F(x_1, x_2)$ 进行在线逼近。

$$\Delta F(x_1, x_2) = W^{*T} \Phi(x_1, x_2) + \epsilon \quad (15)$$

式中: $W^*$ 为理想神经网络权值; $\epsilon$ 为RBFNN的逼近误差, $\epsilon = [\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3]^T$ 。

于是,式(3)可进一步描述为

$$\dot{x}_2 = F(x_1, x_2) + W^{*T} \Phi(x_1, x_2) + G(x_1, x_2)u + D \quad (16)$$

式中: $D$ 为系统的复合干扰, $D = [D_1, D_2, D_3]^T = \epsilon + d(t)$ 。

根据假设2和RBFNN的特性可知存在未知正常数 $\bar{D}$ 使得 $|\dot{D}_i| \leq \bar{D}, i = 1, 2, 3$ 。

复合干扰 $D$ 会影响四旋翼飞行器飞行运动闭环系统的稳定性和控制精度,甚至可能会导致系统不稳定。因此,为进一步抑制复合干扰 $D$ 对闭环系统所带来的不利影响,本文设计如下ESO对复合扰动 $D$ 进行在线估计。

(8)、式(10)和式(16)可得:

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_2 &= F(x_1, x_2) + W^{*T} \Phi(x_1, x_2) + G(x_1, x_2)u + \\ &D - \dot{\alpha}_1 - \dot{\zeta}_2 = F(x_1, x_2) + W^{*T} \Phi(x_1, x_2) + \\ &G(x_1, x_2)u + D - \dot{\alpha}_1 + \kappa_2 \zeta_2 + \zeta_1 \end{aligned} \quad (18)$$

由式(18)为四旋翼飞行器姿态系统设计如下控制律:

$$\begin{aligned} u &= -G^{-1}(x_1, x_2) [F(x_1, x_2) + \hat{W}^T \Phi(x_1, x_2) + \\ &\hat{D} - \dot{\alpha}_1 + \kappa_2 z_2 + z_1] \end{aligned} \quad (19)$$

RBFNN权值调整策略设计为

$$\dot{\tilde{W}} = \mathbf{A} \left[ \Phi(x_1, x_2) (\chi_2 + \beta \tilde{x}_2)^T - \sigma \tilde{W} \right] \quad (20)$$

式中:  $\mathbf{A}$  为待设计参数,  $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$ ;  $\sigma$  为待设计常数,  $\sigma > 0$ ;  $\beta$  为待设计的权重因子,  $\beta > 0$ 。

与传统的 RBFNN 权值调整策略仅以四旋翼飞行器姿态跟踪误差向量为决策变量的设计不同, 式(20)所设计的基于 RBFNN 的权值调整策略是由式(8)所定义的四旋翼飞行器姿态跟踪误差向量、式(10)所定义辅助系统状态向量和式(17)所定义的 ESO 模型辨识误差向量  $\tilde{x}_2$  共同决定。当权重因子  $\beta$  足够大时, RBFNN 的权值调整主要受 ESO 模型辨识误差  $\tilde{x}_2$  的影响; 反之, 则主要受四旋翼飞行器姿态跟踪误差向量和辅助系统状态向量的影响。式(20)所设计的 RBFNN 权值调整策略可以直观地反映 RBFNN 和 ESO 的逼近/估计能力, 有效提升神经网络的可解释性和透明性。

将式(19)代入式(18)可得:

$$\dot{\chi}_2 = -\kappa_2 \chi_2 - \chi_1 + \tilde{W}^T \Phi(x_1, x_2) - \tilde{D} \quad (21)$$

式中:  $\tilde{W} = \hat{W} - W^*$ ;  $\tilde{D} = \hat{D} - D = [\tilde{D}_1, \tilde{D}_2, \tilde{D}_3]^T$ 。

上述四旋翼飞行器飞行运动姿态跟踪控制设计的结构图如图 2 所示。

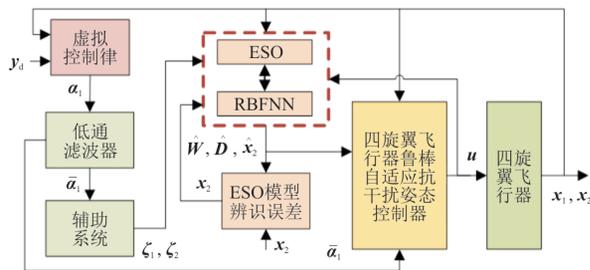


图 2 四旋翼飞行器飞行运动姿态跟踪控制结构图

Fig. 2 Attitude system control structure of quadrotor

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \chi_1^T \dot{\chi}_1 + \chi_2^T \dot{\chi}_2 + \tilde{W}^T \mathbf{A}^{-1} \dot{\tilde{W}} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (\dot{\gamma}_i^T P_i \gamma_i + \gamma_i^T P_i \dot{\gamma}_i) = -\chi_1^T \kappa_1 \chi_1 - \chi_2^T \kappa_2 \chi_2 - \chi_2^T \tilde{W}^T \Phi(x_1, x_2) - \\ & \chi_2^T \tilde{D} + \tilde{W}^T \mathbf{A}^{-1} \dot{\tilde{W}} - \sum_{i=1}^3 \frac{\eta_{Di}}{2} \gamma_i^T Q \gamma_i + \sum_{i=1}^3 [\gamma_i^T P_i B \tilde{W}_i^T \Phi(x_1, x_2)] - \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{\eta_{Di}} \gamma_i^T P_i C \dot{D}_i \right) \end{aligned} \quad (26)$$

根据式(20)可得:

$$\begin{aligned} \tilde{W}^T \mathbf{A}^{-1} \dot{\tilde{W}} = & \tilde{W}^T \Phi(x_1, x_2) \chi_2 + \tilde{W}^T \Phi(x_1, x_2) \\ & \beta \tilde{x}_2 - \sigma \tilde{W}^T \tilde{W} - \sigma \tilde{W}^T W^* \end{aligned} \quad (27)$$

## 2.2 闭环系统稳定性分析

为严格证明式(19)所设计的四旋翼飞行器飞行运动姿态跟踪控制器的可行性, 进一步根据 Lyapunov 稳定理论进行闭环系统的稳定性分析。

对  $\tilde{x}_2$  和  $\tilde{D}$  关于时间  $t$  进行求导可得:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{W}^T \Phi(x_1, x_2) + \tilde{D} - \Gamma_x \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{D}} = -\Gamma_D \tilde{x}_2 - \dot{\tilde{D}} \end{cases} \quad (22)$$

定义  $\gamma_{1i} = \tilde{x}_{2i}$ ,  $\gamma_{2i} = \tilde{D}_i / \eta_{Di}$ ,  $\gamma_i = [\gamma_{1i}, \gamma_{2i}]^T$ ,  $i = 1, 2, 3$ , 其中  $\eta_{Di} > 0$  为待设计的常数。则式(22)可以描述为

$$\dot{\gamma}_i = \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_{1i} \\ \dot{\gamma}_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_{2i} \\ \dot{\tilde{D}}_i / \eta_{Di} \end{bmatrix} = \eta_{Di} A_i \begin{bmatrix} \tilde{x}_{2i} \\ \tilde{D}_i / \eta_{Di} \end{bmatrix} + B \tilde{W}_i^T \Phi(x_1, x_2) - C \frac{\dot{D}_i}{\eta_{Di}} \quad (23)$$

$$\text{式中: } A_i = \begin{bmatrix} -\frac{\Gamma_{xi}}{\eta_{Di}} & 1 \\ -\frac{\Gamma_{Di}}{\eta_{Di}^2} & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}。$$

若选取  $\Gamma_{xi} = 2\kappa_{3i}\eta_{Di}$ ,  $\Gamma_{Di} = \kappa_{3i}^2\eta_{Di}^2$ ,  $\kappa_{3i} > 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ , 则  $A_i$  是 Hurwitz 矩阵。于是, 对任意正定矩阵  $Q = Q^T$ , 存在实对称矩阵  $P_i = P_i^T$  使得:

$$A_i^T P_i + P_i A_i = -Q \quad (24)$$

为四旋翼飞行器姿态控制系统选取如下 Lyapunov 函数证明所设计的鲁棒自适应抗干扰姿态控制器的稳定性:

$$V = \frac{1}{2} \left( \chi_1^T \chi_1 + \chi_2^T \chi_2 + \tilde{W}^T \mathbf{A}^{-1} \tilde{W} + \sum_{i=1}^3 \gamma_i^T P_i \gamma_i \right) \quad (25)$$

对  $V$  关于时间  $t$  求导并结合式(14)、式(21)、式(23)和式(24)可得:

根据杨氏不等式并结合式(23)可得:

$$\tilde{W}^T \Phi(x_1, x_2) \beta \tilde{x}_2 \leq \frac{\beta}{2} M_1^2 \tilde{W}^T \tilde{W} + \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^3 \gamma_i^T \gamma_i \quad (28)$$

$$-\sigma \tilde{W}^T \tilde{W} - \sigma \tilde{W}^T W^* \leq -\frac{\sigma}{2} \tilde{W}^T \tilde{W} + \frac{\sigma}{2} \|W^*\| \quad (29)$$

$$-\chi_2^T \tilde{D} \leq \frac{1}{2} \chi_2^T \chi_2 + \frac{1}{2} \tilde{D}^T \tilde{D} \leq \frac{1}{2} \chi_2^T \chi_2 + \frac{\eta_1^2}{2} \sum_{i=1}^3 \gamma_i^T \gamma_i \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \gamma_i^T P_i B \tilde{W}_i^T \Phi(x_1, x_2) \leq & \\ & \frac{1}{2} M_2^2 \tilde{W}^T \tilde{W} + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{2} \gamma_i^T \gamma_i \right) - \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\eta_{Di}} \gamma_i^T P_i C \tilde{D}_i \leq \frac{1}{2} M_3^2 \tilde{D}^2 + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{2} \gamma_i^T \gamma_i \right) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{cases} M_1 = \max \|\Phi(x_1, x_2)\| \\ M_2 = \max \|P_i\| \|B\| \|\Phi(x_1, x_2)\| \quad (i=1, 2, 3) \\ M_3 = \max \|P_i\| \|C\| / \eta_{Di} \end{cases} \quad (32)$$

将式(27),式(28),式(29),式(30),式(31)和(32)代入式(26)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\lambda_{\min}(\kappa_1) \chi_1^T \chi_1 - \left[ \lambda_{\min}(\kappa_2) - \frac{1}{2} \right] \chi_2^T \chi_2 - \\ & \sum_{i=1}^3 \varpi \gamma_i^T P_i \gamma_i - \vartheta \tilde{W}^T \Lambda^{-1} \tilde{W} + \frac{\sigma}{2} \|W^*\| + \\ & \frac{1}{2} M_3^2 \tilde{D}^2 \leq -\nu V + \delta \end{aligned} \quad (33)$$

其中,  $\nu = \min [2\lambda_{\min}(\kappa_1), 2\lambda_{\min}(\kappa_2) - 1, 2\varpi, 2\vartheta]$ ,

$$\varpi = \left( \frac{\eta_2 \lambda_{\min}(Q) - \eta_1^2 - 1 - \beta}{2\lambda_{\max}(P_i)} \right) > 0,$$

$$\vartheta = \left( \frac{\sigma - \beta M_1^2 - M_2^2}{2\lambda_{\max}(\Lambda^{-1})} \right) > 0, \eta_1 = \max(\eta_{Di}),$$

$$\eta_2 = \min(\eta_{Di}), \delta = \frac{\sigma}{2} \|W^*\| + \frac{1}{2} M_3^2 \tilde{D}^2.$$

式(33)两边同时乘以  $e^{\nu t}$  并在  $[0, t]$  上积分可得:

$$0 \leq V \leq \frac{\delta}{\nu} + \left[ V(0) - \frac{\delta}{\nu} \right] e^{-\nu t} \quad (34)$$

由式(34)易得:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \frac{\delta}{\nu} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|\chi_1\| = \frac{2\delta}{\nu} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|\chi_2\| = \frac{2\delta}{\nu} \end{cases} \quad (35)$$

根据式(34)和式(35)可知,在所设计的姿态跟踪控制器的作用下,四旋翼飞行器飞行运动闭环姿态系统所有信号最终一致有界。

### 3 仿真试验

本文基于 MATLAB/Simulink 平台开展仿真实验以验证所提出的四旋翼飞行器鲁棒自适应抗干扰姿态控制器的有效性。四旋翼飞行器的基本结构和气动参数如表 1 所示。

表 1 四旋翼飞行器基本参数  
Table 1 The model parameters of quadrotor

参数	数值
质量 $G/\text{kg}$	1.3
旋转子与质心距离 $b/\text{m}$	0.26
升力系数 $C_m/[\text{N} \cdot (\text{min} \cdot \text{r}^{-1})^2]$	$8.13 \times 10^{-5}$
反扭矩系数 $C_n/[\text{N} \cdot \text{m} \cdot (\text{min} \cdot \text{r}^{-1})^2]$	$3.8 \times 10^{-6}$
转动惯量 $J_x/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$1.70 \times 10^{-2}$
转动惯量 $J_y/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$1.70 \times 10^{-2}$
转动惯量 $J_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$3.17 \times 10^{-2}$

为验证在不确定性和外部动态干扰下本文设计的鲁棒自适应抗干扰控制器的有效性,仿真时,假设系统的不确定性和外部干扰分别为

$$\begin{cases} \Delta F(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} 0.02 \sin \phi \\ 0.02 \sin \theta \\ 0.02 \sin \psi \end{bmatrix} \\ d(t) = \begin{bmatrix} 0.5 \cos(1.26t + 45^\circ) \\ 0.3 \sin(1.2t + 30^\circ) \\ 0.2 \cos(1.5t + 60^\circ) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (36)$$

四旋翼飞行器期望的姿态角选取为

$$y_d = \begin{bmatrix} \phi_d \\ \theta_d \\ \psi_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \sin(0.6t) \\ 4 \sin(0.3t) \\ 3 \sin(0.4t) \end{bmatrix} \quad (37)$$

四旋翼飞行器的姿态角和角速率的初始值为  $x_1(0) = [0, 0, 0]^T$ ,  $x_2(0) = [0, 0, 0]^T$ 。RBFNN 的隐含层节点数为  $7 \times 7 \times 7$ , 高斯基函数中心点的坐标向量  $c$  和高斯基函数的宽度  $a_j$  分别为

$$\begin{cases} c = \begin{bmatrix} -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \\ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \\ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \end{bmatrix} \\ a_j = 0.2 \quad (j=1, 2, \dots, 7) \end{cases} \quad (38)$$

在满足式(33)的参数约束调节下,仿真时控制器具体参数选取为  $\kappa_1 = \text{diag}[100, 100, 108]$ ,  $\kappa_2 = \text{diag}[5, 5, 5]$ ,  $\Gamma_x = \text{diag}[1, 1, 1]$ ,  $\Gamma_D = \text{diag}[100, 100, 100]$ ,  $\pi = \text{diag}[1, 1, 1]$ ,  $\Lambda = \text{diag}[5, 5, 5]$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\eta_{D1} = 1$ ,  $\eta_{D2} = 2$ ,  $\eta_{D3} = 4$ ,  $\kappa_{31} = 4$ ,  $\kappa_{32} = 2$ ,  $\kappa_{33} = 1$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $Q = \text{diag}[2, 2]$ 。根据式(24)可以计算出:

$$\begin{cases} P_1 = \begin{bmatrix} 2.125 & -1 \\ -1 & 0.6328 \end{bmatrix} \\ P_2 = \begin{bmatrix} 1.25 & -1 \\ -1 & 1.3125 \end{bmatrix} \\ P_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

仿真时,将传统的 NN 控制器和本文所设计的 NN+ESO 控制器进行对比,分析说明所设计的 NN+ESO 控制器的有效性。仿真结果如图 3~图 10 所示。

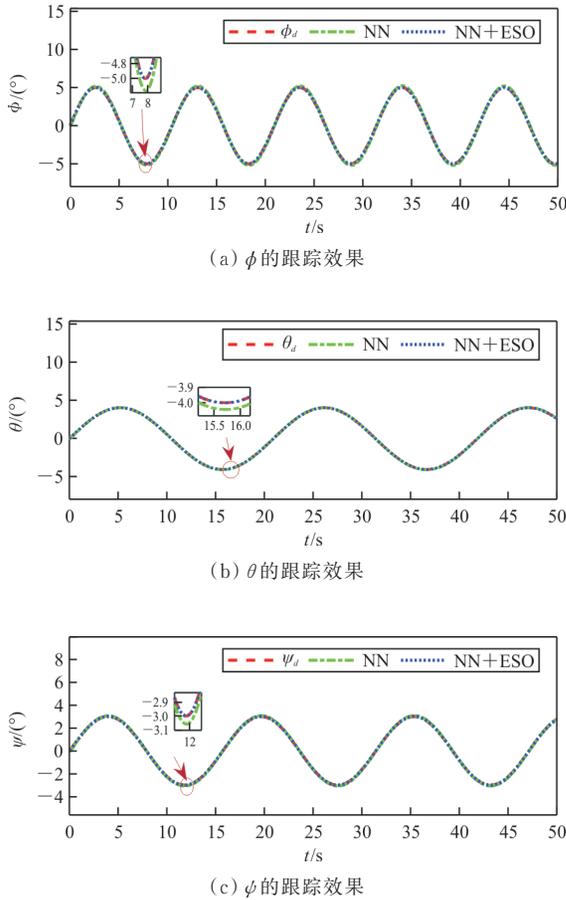


图 3 姿态角  $\phi, \theta, \psi$  的跟踪效果  
Fig. 3 The tracking performance of  $\phi, \theta$  and  $\psi$

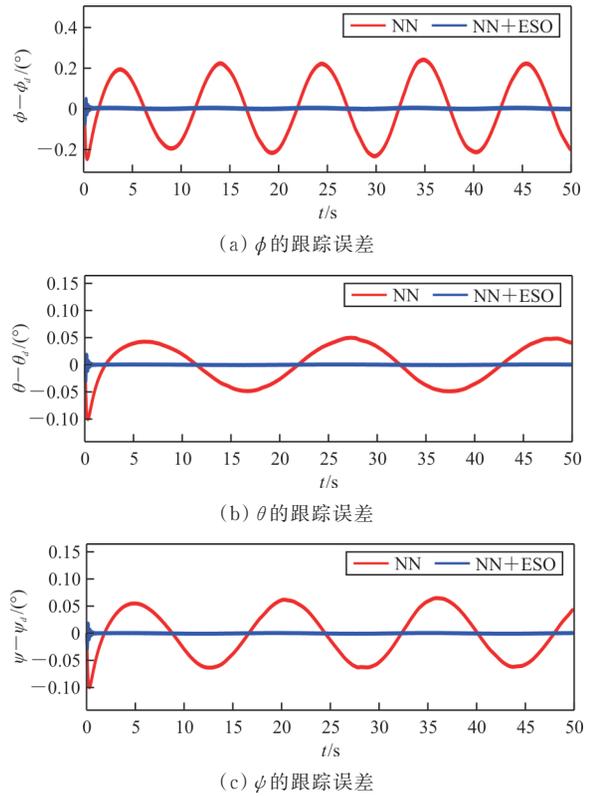


图 4 姿态角  $\phi, \theta, \psi$  的跟踪误差  
Fig. 4 The tracking errors of  $\phi, \theta$  and  $\psi$

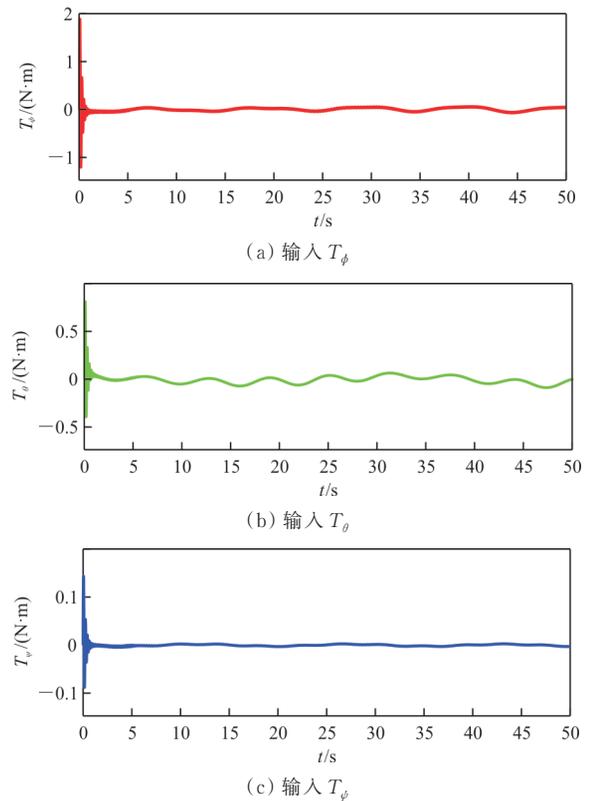
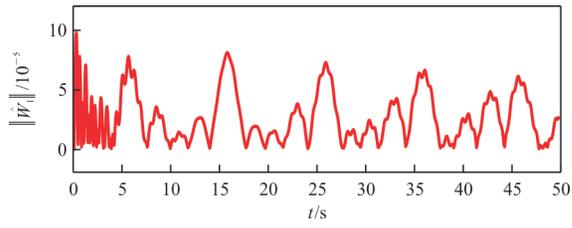
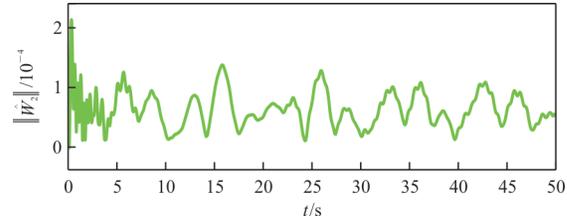


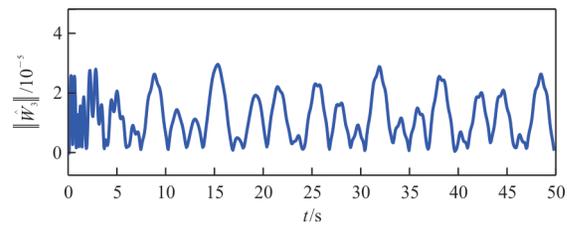
图 5 控制输入  
Fig. 5 Control Input



(a) 范数  $\|\hat{W}_1\|$

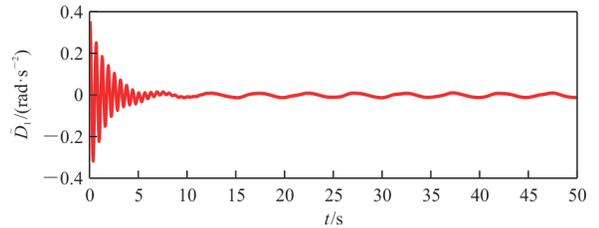


(b) 范数  $\|\hat{W}_2\|$

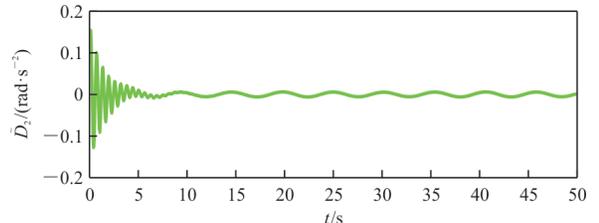


(c) 范数  $\|\hat{W}_3\|$

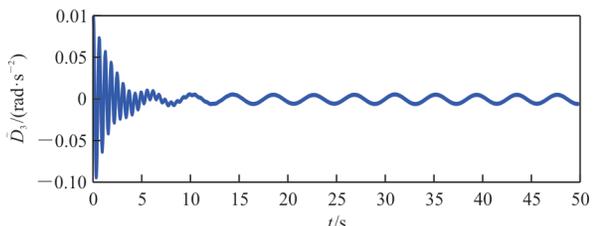
图 6 NN 权值范数  
Fig. 6 NN weight norm



(a) 误差  $\hat{D}_1$

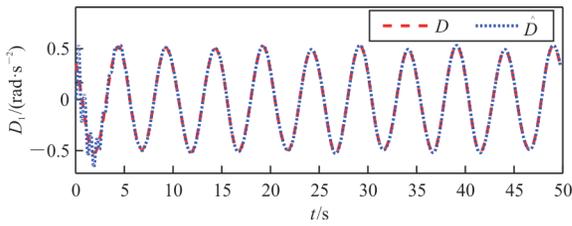


(b) 误差  $\hat{D}_2$

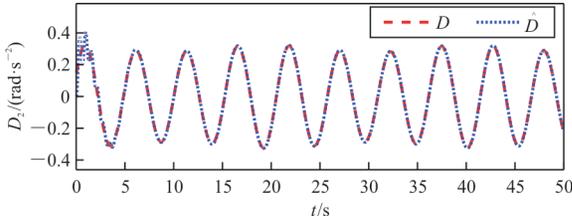


(c) 误差  $\hat{D}_3$

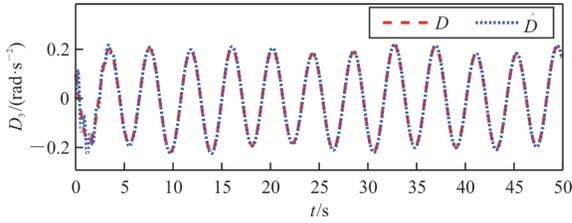
图 8 ESO 估计误差  
Fig. 8 The estimate errors of ESO



(a) 估计值  $D_1$

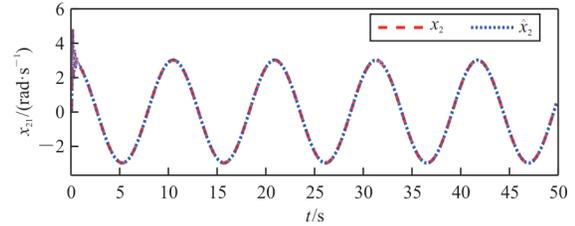


(b) 估计值  $D_2$

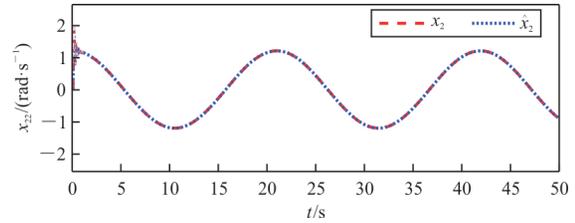


(c) 估计值  $D_3$

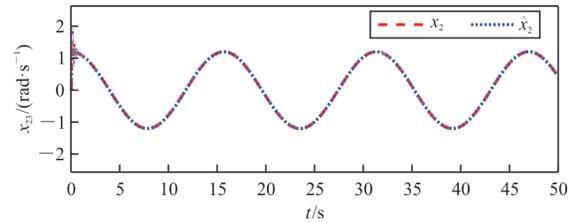
图 7 ESO 估计效果  
Fig. 7 The estimate performance of ESO



(a) 估计值  $x_{21}$



(b) 估计值  $x_{22}$



(c) 估计值  $x_{23}$

图 9  $x_2$  的估计效果  
Fig. 9 The estimate performance of  $x_2$

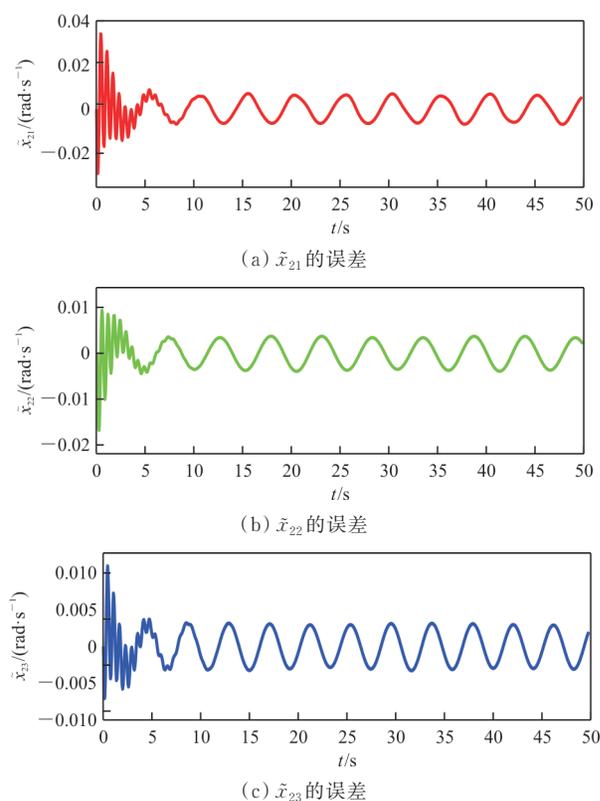


图 10 ESO 的模型辨识误差

Fig. 10 The model identification error of ESO

从图 3 可以看出:在两种控制器作用下四旋翼飞行器均能较好地跟踪期望姿态角;从图 4 可以看出:与传统 NN 控制器相比,在本文所设计的 NN+ESO 控制器的作用下,四旋翼飞行器姿态跟踪误差的收敛速度更快,稳态误差更小;从图 5 可以看出:本文所设计的 NN+ESO 控制器输出信号变化较为平缓,便于工程实现;从图 6 可以看出:神经网络的权值信号是收敛且有界的;从图 7~图 8 可以看出:本文所设计的 ESO 可以很好地逼近系统的复合扰动;从图 9~图 10 可以看出:RBFNN 和 ESO 的逼近和估计效果好。

## 4 结 论

1) RBFNN 和 ESO 的耦合设计,可以有效抑制四旋翼飞行器飞行运动中模型不确定性和外界动态干扰对四旋翼飞行器飞行运动闭环姿态系统稳定性的影响。

2) 改进传统的仅以跟踪误差为决策变量,设计 RBFNN 的权值调整策略的不足,在神经网络的权值更新策略的设计中引入模型辨识误差提升了 NN 逼近的准确性、透明性和可解释性。

3) 为 DSC 设计辅助系统并将其引入四旋翼飞行器姿态控制器设计之中,有效抑制了 DSC 的滤波误差对系统控制精度的影响。

4) 基于 Lyapunov 的理论分析和实验仿真验证了本文设计的四旋翼飞行器鲁棒自适应抗干扰姿态控制器的可行性和有效性。

## 参 考 文 献

- [1] BITHAS P S, NIKOLAIDIS V, KANATAS A G, et al. UAV-to-ground communications: channel modeling and UAV selection [J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(8): 5135-5144.
- [2] 邵士凯, 王姝, 赵渊洁. 四旋翼无人机固定时间姿态输出反馈控制[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(4): 1502-1509. SHAO Shikai, WANG Shu, ZHAO Yuanjie. Fixed time attitude output feedback control for quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Science Technology and Engineering, 2022, 22(4): 1502-1509. (in Chinese)
- [3] KARTAL Y, KOLARIC P, LOPEZ V, et al. Backstepping approach for design of PID controller with guaranteed performance for micro-air UAV [J]. Control Theory and Technology, 2020, 18: 19-33.
- [4] 李一波, 陈超, 张晓林. 改进 LQR 技术的飞翼式无人机控制算法研究[J]. 控制工程, 2014, 21(5): 628-633. LI Yibo, CHEN Chao, ZHANG Xiaolin. Research on control algorithm for flying wing UAV based on improved LQR technology [J]. Control Engineering of China, 2014, 21(5): 628-633. (in Chinese)
- [5] 陈志翔, 高钦和. 不确定非仿射系统的引入动态逆的自抗扰控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2365-2382. CHEN Zhixiang, GAO Qinhe. Active disturbance rejection controller for uncertain nonaffine systems by dynamic inversion [J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(11): 2365-2382. (in Chinese)
- [6] WANG J, HAN L, DONG X, et al. Distributed sliding mode control for time-varying formation tracking of multi-UAV system with a dynamic leader[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 111: 106549.
- [7] LIU K, WANG R, WANG X, et al. Anti-saturation adaptive finite-time neural network based fault-tolerant tracking control for a quadrotor UAV with external disturbances[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 115: 1-23.
- [8] 杨成顺, 杨忠, 葛乐, 等. 基于 RBFNN 和反馈递推的新型多旋翼飞行器控制[J]. 应用科学学报, 2014, 32(3): 301-310. YANG Chengshun, YANG Zhong, GE Le, et al. Control of a new type multi-rotor aircraft with RBFNN and backstepping [J]. Journal of Applied Sciences Electronics and Information Engineering, 2014, 32(3): 301-310. (in Chinese)

- [9] DIERKS T, JAGANNATHAN S. Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2009, 21(1): 50-66.
- [10] WANG H, LI N, WANG Y, et al. Backstepping sliding mode trajectory tracking via extended state observer for quadrotors with wind disturbance[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2021, 19(10): 3273-3284.
- [11] ZHU B, CHEN M, LI T. Prescribed performance-based tracking control for quadrotor UAV under input delays and input saturations[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2022, 44(10): 2049-2062.
- [12] 魏青铜, 陈谋, 吴庆宪. 输入饱和与姿态受限的四旋翼无人机反步姿态控制[J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(10): 1361-1369.  
WEI Qingtong, CHEN Mou, WU Qingxian. Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and attitude constraints[J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1361-1369. (in Chinese)
- [13] TONG N, HE S, LIN X, et al. RBFNN-based adaptive crowbar protection scheme designed for the doubly fed induction generator in large-scale wind farms[J]. *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, 2015, 10(6): 644-652.
- [14] 于靖, 陈谋, 姜长生. 基于干扰观测器的非线性不确定系统自适应滑模控制[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(8): 993-999.  
YU Jing, CHEN Mou, JIANG Changsheng. Adaptive sliding mode control for nonlinear uncertain systems based on disturbance observer[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(8): 993-999. (in Chinese)
- [15] 吴琛, 苏剑波. 四旋翼飞行器的轨迹跟踪抗干扰控制[J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(11): 1422-1430.  
WU Chen, SU Jianbo. Trajectory tracking of quadrotor based on disturbance rejection control[J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(11): 1422-1430. (in Chinese)
- [16] DOU L Q, LU F. Trajectory tracking control for underactuated quadrotor UAV based on ESO and backstepping[J]. *Journal of Tianjin University*, 2017, 50(5): 500-506.
- [17] LOTUFO M A, COLANGELO L, NOVARA C. Control design for UAV quadrotors via embedded model control[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, 28(5): 1741-1756.
- [18] HUANG Z, BAI W, LI T, et al. Adaptive reinforcement learning optimal tracking control for strict-feedback nonlinear systems with prescribed performance [J]. *Information Sciences*, 2023, 621: 407-423.
- [19] 沈智鹏, 曹晓明. 输入受限四旋翼飞行器的模糊自适应动态面轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2019, 34(7): 1401-1408.  
SHEN Zhipeng, CAO Xiaoming. Fuzzy adaptive dynamic surface trajectory tracking control for quadrotor UAV with input constraints [J]. *Control and Decision*, 2019, 34(7): 1401-1408. (in Chinese)
- [20] 张广昱, 袁昌盛. 基于自抗扰理论的小型四旋翼飞行器姿态控制[J]. *航空工程进展*, 2014, 5(3): 338-342.  
ZHANG Guangyu, YUAN Changsheng. Attitude control of small quad-rotor based on active disturbance rejection control theory[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2014, 5(3): 338-342. (in Chinese)
- [21] 陈龙胜, 杨辉. 多约束纯反馈非线性系统鲁棒自适应抗干扰控制[J]. *中国科学: 信息科学*, 2021, 51(4): 633-647.  
CHEN Longsheng, YANG Hui. Adaptive robust anti-disturbance control for pure feedback nonlinear systems with multiple constraints [J]. *Scientia Sinica Informationis*, 2021, 51(4): 633-647. (in Chinese)
- [22] 石童昕, 陈龙胜, 李统帅, 等. 基于智能体的电力系统分布式自适应抗干扰控制[J]. *北京航空航天大学学报*, 2024, 50(5): 1685-1692.  
SHI Tongxin, CHEN Longsheng, LI Tongshuai, et al. Distributed adaptive anti-disturbance control for power systems based on multi-agents[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2024, 50(5): 1685-1692. (in Chinese)

(编辑:丛艳娟)