文章编号:1674-8190(XXXX)XX-001-09

## 多旋翼无人机协同吊挂载荷控制方法研究

路向阳,任相龙,薛久辉

(中原工学院电子信息学院,郑州450007)

摘 要:无人机通过单机搭载载荷的方式进行运输,运载能力受限,多机融合是大势所趋,在传统的搭建旋翼 一载荷模型时,多使用Euler-Lagrange方法处理吊挂载荷的约束,需引入多个辅助变量,建模过程比较复杂。 Udwadia-Kalaba(U-K)方程处理约束条件,建模旋翼无人机协同飞行控制,以解决旋翼机协同运输载荷的问题 是一种有效的尝试。通过建立旋翼无人机的运动学模型和动力学模型,利用U-K方程处理运动约束,将载荷对 无人机的影响分为水平和垂直两个方向,并将其作为阶跃信号输入,进行求解计算;在系统的控制策略上设计 串级 PID 控制模型,保证多机协同条件下旋翼无人机具有良好的抗干扰能力和稳定性;利用 Matlab环境下使用 Simulink模型进行仿真分析。结果表明:所提出的控制方法实现了编队系统的稳定性、快速性和准确性,能够达 到优化旋翼无人机协同控制效果的目标。

关键词:四旋翼编队;载荷运输;Udwadia-Kalaba;Matlab/Simulink;PID
 中图分类号:V279<sup>+</sup>.2
 文献标识码:A
 DOI: 10.16615/j. cnki. 1674-8190.XXXX.XX.01

# Research on hanging load control method for collaborative suspension of multi-rotor UAV

LU Xiangyang, REN Xianglong, XUE jiuhui

(School of Electronic Information, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou 450007, China)

**Abstract**: The single UAV carries the load, the carrying capacity is limited, and multi-aircraft integration is the trend of The Times. Euler-Lagrange method is used in traditional rotor-load modeling. When dealing with the constraints of multi-UAV hanging load system, it is necessary to introduce multiple auxiliary variables, and the modeling process is complicated. Udwadia-Kalaba (U-K equation) is an effective attempt to solve the problem of cooperative load transport of rotorcraft by modeling the cooperative flight control of rotorcraft by treating the constraint conditions. By establishing the kinematics model and dynamics model of the rotor UAV, using the U-K equation to deal with the motion constraints, the influence of the load on the UAV is divided into horizontal and vertical directions, and the input of the step signal is used to solve and calculate, and the cascade PID control model is designed on the control strategy of the system. To ensure that the rotary-wing UAV has good anti-interference ability and stability under the condition of multi-aircraft cooperation. Simulink model was used to conduct simulation analysis in Matlab environment. The numerical simulation results show that the proposed control method achieves the stability, rapidity and accuracy of the formation system, and can achieve the goal of optimizing the cooperative control effect of the rotary-wing UAV.

Key words: quadrotor formation; load transport; Udwadia-Kalaba; Matlab/Simulink; PID

**收稿日期**: 2023-10-30; 修回日期: 2024-02-24

**基金项目:** 国家自然科学基金(61975015,62375017);河南省教育厅重点项目(21B510014);中原工学院基本科研项目;2022年第二批产 学合作协同育人项目(220902693232323);2022年度中原工学院校级教学改革研究与实践项目(2022ZGJGLX017)

通信作者:路向阳(1973-),男,博士,副教授。E-mail: luxy@zut. edu. cn

引用格式:路向阳,任相龙,薛久辉.多旋翼无人机协同吊挂载荷控制方法研究[J].航空工程进展,XXXX,XX(XX):1-9. LU Xiangyang, REN Xianglong, XUE jiuhui. Research on hanging load control method for collaborative suspension of multi-rotor UAV[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, XXXX, XX(XX): 1-9. (in Chinese)

## 0 引 言

近年来,随着无人机(UAV)技术的成熟,其应 用的广度和深度逐步深入。例如,无人机广泛应 用于军事、农林业<sup>(1)</sup>、科学研究等领域,并在侦查测 绘、管理自然灾害、监控追踪等任务中扮演着重要 角色<sup>[2]</sup>。四旋翼无人机由于其优秀的悬停能力、相 对简单的控制逻辑以及具有一定的载荷能力,备 受研究人员的青睐,成为研究的热点。

传统的无人机应用仅仅只能通过单机搭载载 荷的方式进行运输,运载能力受限<sup>[3]</sup>。通过设计实 现一种多旋翼无人机协同吊挂载荷的系统,能够 大幅提高无人机的运载能力,从而适应更多的应 用场景;并且这种设计可使旋翼无人机具备更加 多样化的作业能力,例如悬挂安装各种较大型设 备和仪器、进行救援物资的投放等;更重要的是多 机融合可以减少人工操作,从而减轻工作人员的 劳动强度,提高作业效率,具有非常重要的意义。

无人机是近年来发展起来的行业,多旋翼无 人机组合协同研究比较少,在国外,许多研究人员 对基于多四旋翼或其他类型无人机的系统建模与 控制进行深入的研究<sup>[4]</sup>。例如,YuGan等<sup>[5]</sup>分析了 四旋翼吊挂载荷系统对可变质量的自适应问题; Gajbhiye等<sup>[6]</sup>提出了一种四旋翼飞行器悬吊载荷 运输的几何有限时间内外环控制策略;Roy等<sup>[7]</sup>研 究了载荷无人机在系统非线性、输入耦合、气动不 确定性和外部风干扰下的鲁棒位置和姿态跟踪控 制问题,提出了非线性动态反演的方法抑制集总 扰动;Arab等<sup>[8]</sup>采用基于不变性和浸入式自适应控 制的估计算法估计载荷的未知物理参数,并使用 U-K方法处理约束力,设计了对于携带非均匀棒 和立方载荷的2个和4个智能体有效的算法。

相比之下,我国在多无人机协同运输与控制 方面的研究起步较晚,相关研究成果较少,多为单 无人机有效载荷运输与控制<sup>[9]</sup>及多无人机协同飞 行算法的研究。例如,徐雪松等<sup>[10]</sup>设计出基于自 适应变载荷补偿的模糊自抗扰控制系统,以解决 四旋翼无人机(UAV)在实际飞行中易受负载系统 的质量、质心、转动惯量等不确定性影响飞行稳定 性的问题;为了克服重负荷对多旋翼植保无人机 喷涂作业的不利影响,谭丹丹<sup>[11]</sup>设计了自抗扰鲁 棒控制算法,实现了多旋翼植保无人机重负荷的 精确鲁棒控制。

对于具有载荷约束条件的刚体建模,常用的 方法多为牛顿一欧拉方程或拉格朗日方法,这两 个方法对于自由度较少的刚体比较好,对复杂模 型,难以获得动力学方程的显式解。本文使用U- K方程来处理约束,进一步探讨多旋翼无人机协同 吊挂载荷的系统设计与控制方法,并在国内外研 究成果的基础上,设计一种基于旋翼一载荷模型 的串级 PID 控制器,以实现多旋翼无人机编队运输 系统的协同控制。

## 1 空间坐标模型

## 1.1 旋翼无人机机型选择

四旋翼机架结构分为 X 型和十字型两种<sup>[12]</sup>。 X 型机架的四个电机和螺旋桨形成一个"X"型 的布局。这种布局使得飞行器的重心位于机架的 中心,提供了较好的平衡和稳定性;十字机架的四 个电机和螺旋桨形成一个"+"型的布局。这 种布局使得机架的重心位于电机的交叉点,使得 机架更为稳定。图 1(a)所示的 X 型四旋翼机架为 例进行设计,并选取坐标系方向使其满足右手定 则,如图 1(b)所示。



Fig. 1 Frame and coordinate system

## 1.2 旋转矩阵

为了实现机体坐标系与空间坐标系之间的转换,需要使用旋转矩阵 R<sub>b</sub><sup>[13]</sup>。R<sub>b</sub><sup>\*</sup>描述了机体坐标 系相对于空间坐标系的旋转变换关系。在四旋翼 飞行中,任意姿态可以被看作四旋翼绕某一点进 行有限次旋转的合成。旋转矩阵的选择与旋转顺 序密切相关。规定了以下三种运动顺序:偏航、俯 仰和滚转,可得到

$$\mathbf{R}_{b}^{*} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\psi s\theta s\varphi - s\psi c\varphi & c\psi s\theta c\varphi + s\psi s\varphi \\ c\theta s\psi & s\varphi s\theta s\varphi + c\psi c\varphi & s\psi s\theta c\varphi - c\psi s\varphi \\ -s\theta & s\varphi c\theta & c\varphi c\theta \end{bmatrix}$$
(1)

式中:ψ为偏航角;θ为俯仰角;φ为滚转角;下标b 和e分别代表机体坐标系和空间坐标系。

## 1.3 四旋翼模型

多旋翼无人机的建模包含三个主要部分,分 别是动力单元模型、控制效率模型以及多旋翼的 刚体模型。多旋翼的刚体模型包括动力学模型和 运动学模型。其中,动力学模型输出的是加速度 信息,供运动学模型使用。换句话说,建模过程包 含多个模型,其中多旋翼的刚体模型由动力学模 型和运动学模型组成,动力学模型输出加速度信 息,这些信息被运动学模型所利用。各个模型之 间的关系如图2所示。



Fig. 2 Model relation diagram of UAV

## 1.3.1 四旋翼的刚体模型

四旋翼刚体模型包括运动模型和动力模型, 在运动学模型中又可分为位置运动学和姿态运动 学两个部分。建模中P。表示四旋翼在空间坐标系 中的位置,V。来表示其在空间坐标系下的速度。 在刚体模型中其满足

$$\dot{\mathbf{P}}_{\mathbf{e}} = \mathbf{V}_{\mathbf{e}} \tag{2}$$

在姿态动力学中,通过将欧拉角的变化率投

影到机体坐标系得到机体坐标系下的角速度。随 后,对这些角速度进行整理,有

$$\dot{\mathbf{\Theta}} = \mathbf{W} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{h}} \tag{3}$$

式中: Θ。为空间坐标系下的欧拉角; W 为参数矩 阵; ω, 为机体系下的角速度。

在动力学模型中亦可分为位置动力学和姿态 动力学。由牛顿第二定律可知

$$mV_e = mg - f_e \tag{4}$$

式中:f。为空间坐标系下四旋翼的升力,该力无法 直接得到,需要通过机体坐标系下的升力f。来求 解,二者满足

$$\mathbf{f}_{e} = \mathbf{R}_{b}^{e} \mathbf{f}_{b} \tag{5}$$

将式(5)带入式(4)可得

$$\dot{\mathbf{V}}_{e} = \mathbf{g} - \mathbf{R}_{b}^{e} \frac{\mathbf{f}_{b}}{m} \tag{6}$$

在无人机飞行过程中,螺旋桨所产生的拉力 将对机体坐标系的三个轴产生力矩,同时对于旋 转的物体还会产生陀螺力矩。以下是姿态动力学 方程:

$$G_a + \tau = J\dot{\omega}^b + \omega^b \times J\omega^b$$

为了便于控制器设计,需要对非线性模型进行适当的简化和线性化处理。其中转动惯量数量 级较小和以及陀螺力矩对模型控制影响不大<sup>[14]</sup>,因此可将模型进行简化

$$\tau = J\dot{\omega}^{b} \tag{7}$$

1.3.2 控制效率模型

控制效率模型反映了转速T与机体系的升力 f<sub>e</sub>以及作用在机体上的力矩 τ 的关系。即

$$\begin{bmatrix} f_b \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T \\ \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T \\ c_M & c_M & -c_M & -c_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1^2 \\ T_2^2 \\ T_3^2 \\ T_4^2 \end{bmatrix}$$
(8)

式中:输入转速的单位为弧度每秒(rad/s);d为机 身半径; $c_{T}$ 与 $c_{M}$ 分别为螺旋桨拉力系数和螺旋桨 力矩系数。动力单元模型是电机的模型,其根据 电调所接受的 PWM 波指令的大小生成相应的 转速。

## 2 基于U-K方程的旋翼—载荷模型

## 2.1 U-K方程

在直角坐标系中,维数为n的独立系统可被描

述为[15]

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_{u}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{q}_{u}, \dot{\mathbf{q}}_{u}, t)$$
(9)

式中:M为对称的正定广义质量矩阵;q<sub>a</sub>为系统的 无约束广义坐标;F为应用于系统的广义力。即

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1^{\mathrm{T}} & \mathbf{F}_2^{\mathrm{T}} & \cdots & \mathbf{F}_n^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$
(10)

$$\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{u}1} & \ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{u}2} & \cdots & \ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{u}n} \end{bmatrix}$$
(11)

式中:Fi和qui沿x、y和z轴有三个分量。

假设系统受到m个平滑的约束

$$\Theta(q(t), \dot{q}(t), t) = 0$$
 (i = 1, 2, ..., m) (12)

ÿ为受约束的广义坐标。当约束足够平滑,对 约束方程微分一次或两次,可得到

$$\mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$$
(13)

其中V与W为U-K方程参数。

U-K建模方法就是将无约束系统(9)转换为 到一个受到(12)约束的系统,可用下式描述

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{c} \tag{14}$$

F。为约束力。UK方法可将F。显式表达

 $F_{e} = M^{1/2} (VM^{-1/2})^{+} (W - V\ddot{q}_{u})$  (15) 式中(+)表示 Moore-Penrose 伪逆。然后得到了 受约束的系统加速度

 $\ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}_{u} + \mathbf{M}^{-1/2} (\mathbf{V} \mathbf{M}^{-1/2})^{+} (\mathbf{W} - \mathbf{V} \ddot{\mathbf{q}}_{u})$  (16)

## 2.2 四旋翼一载荷模型

假设悬挂载荷通过n根绳索连接到n个四旋 翼。那么负载和每个四旋翼之间的距离就受到了 绳索长度的限制,即绳索给系统增加了n个约束。 为了模拟悬挂在多个四旋翼上的载荷,做出如下 假设:

1) 绳索的质量为0,并且它们不拉伸;

2) 载荷是一个刚体;

3) 绳索连接在四旋翼的质心上。

首先,定义向量

 $L_i = \eta_i - \eta_1 = [x_i - x_1 y_i - y_1 z_i - z_1]^T$ 

其中,x、y和z是受约束系统的广义坐标。其中,下标i用于第i个四旋翼,l用于负载,向量η,和η,分别为四旋翼i和负载的位置。把约束选择为

$$g = \|L_i\|^2 - d_i^2$$
 (17)

其中di是绳子i的长度。设广义加速度向量为

 $\ddot{\mathbf{q}}_{u} = [\mathbf{u}_{x_{1}} \ \mathbf{u}_{y_{1}} \ \mathbf{u}_{z_{1}} \ \cdots \ \mathbf{u}_{x_{n}} \ \mathbf{u}_{y_{n}} \ \mathbf{u}_{z_{n}} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{g} \ ]^{\mathrm{T}}$ 

 $\ddot{\mathbf{q}} = [ \ \ddot{\eta}_1^{\mathrm{T}} \ \ddot{\eta}_2^{\mathrm{T}} \ \cdots \ \ddot{\eta}_n^{\mathrm{T}} \ \ddot{\eta}_1^{\mathrm{T}} ]^{\mathrm{T}}$ 

其中, q 和 q 分别为旋翼机受约束和无约束加速度

$$\mathbf{V}_{\mathbf{j}_{1\times\mathbf{3}(n+1)}} = 2\mathbf{L}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times\mathbf{3}(j-1)} & \mathbf{I} & \mathbf{0}_{3\times\mathbf{3}(n-j)} - \mathbf{I} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{W}_{\mathbf{j}_{1\times\mathbf{1}}} = -2\dot{\mathbf{L}}_{j}^{\mathsf{T}}\dot{\mathbf{L}}_{j}$$

其中,I是适当维数的单位矩阵。然后,用下式计 算约束加速度

$$\ddot{q} = \ddot{q}_u + M^{-1/2} (VM^{-1/2})^+ (W - V\ddot{q}_u) \quad (18)$$
其中

$$\begin{split} \mathbf{V}_{n\times 3(n+1)} \! = \! [ \ \mathbf{V}_1 \ \cdots \ \mathbf{V}_j \ \cdots \ \mathbf{V}_n \ ]^T \\ \mathbf{W}_{n\times 1} \! = \! [ \ \mathbf{W}_1 \ \cdots \ \mathbf{W}_j \ \cdots \ \mathbf{W}_n \ ]^T \end{split}$$

 $M = diag(m_1, m_2, ..., m_n, m_1)$ 

式中: $m_1$ 、···、 $m_n$ 为四旋翼的质量; $m_1$ 为载荷的 质量。

### 2.3 载荷等效

由U-K方法可知,可将约束力进行横向和纵 向分解。在进行模块搭建时只考虑载荷对四旋翼 编队的影响,该影响在某一时刻作为一个阶跃信 号输入。载荷对编队的影响主要是如图3所示的 起飞时因绳子紧绷导致的无人机垂直力的突变, 以及因水平力的影响使无人机向编队中心移动。



图 3 载荷的影响 Fig. 3 Effect of load

在水平方向可根据图 3 列方程如下:

$$\begin{cases} f_T \cos\beta = (m + \frac{1}{4}m_I)g \\ f_T \sin\beta = \frac{1}{4}m_Ig \end{cases}$$
(19)

其中 f<sub>T</sub>为加入载荷后四旋翼螺旋桨所提供的升 力。因此载荷对于水平方向的影响可以等效为在 某一时刻提供了一个负的俯仰角或滚转角(与无 人机在编队位置有关)。

## 3 控制器的设计与编队

四旋翼无人机是一个典型的欠驱动系统(输入的数目小于输出的数目),其输入的变量为总拉力f和三轴的力矩 r,输出为3个转动自由度(姿态) 以及三个平动自由度(位置)。故无人机最多能跟踪四个期望指令,剩余的变量则由期望位置和期 望偏航角来计算。其飞行控制结构如图4所示。



图 4 四旋翼控制结构 Fig. 4 Quadrotor control structure

## 3.1 姿态控制器

姿态控制器是位置控制器的基础,采用串级 PID控制。其外环调节角度,内环调节角速度,从 而达到抑制超调和改善动态响应的效果。其框图 如图5所示。



Fig. 5 Cascade PID

角速度环输出为期望的三轴力矩,有

$$au_{d} = K_{\omega p} e_{\omega} + K_{\omega i} \int e_{\omega} + K_{\omega d} \dot{e}_{\omega}$$

式中:K<sub>wp</sub>、K<sub>wi</sub>与K<sub>wd</sub>分别为比例、积分与微分 常数。

## 3.2 位置控制器

#### 3.2.1 水平通道

水平通道的输入为期望的位置(x,y),输出为 期望滚转角φ与俯仰角θ。与姿态控制相同,在位 置环采用比例控制,速度环采用PID控制,并有

$$\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{h}} = - \, \mathrm{g}^{-1} \mathrm{A}_{\phi}^{-1} \dot{\mathrm{V}}_{\mathrm{h}} \tag{20}$$

其中

$$\mathbf{A}_{\boldsymbol{\psi}} = \begin{bmatrix} \sin \boldsymbol{\psi} & \cos \boldsymbol{\psi} \\ -\cos \boldsymbol{\psi} & \sin \boldsymbol{\psi} \end{bmatrix}$$

3.2.2 高度通道

对于高度控制器输入的是期望高度与实际高度,输出的为四旋翼的期望拉力f。满足

$$\mathrm{m}\dot{\mathrm{V}}_{z} = -\mathrm{f}_{\mathrm{b}} + \mathrm{mg} \tag{21}$$

且.

$$\dot{\mathbf{V}}_{z} = \mathbf{K}_{pz}\mathbf{e}_{z} + \mathbf{K}_{iz} \int \mathbf{e}_{z} + \mathbf{K}_{dz} \dot{\mathbf{e}}_{z} \qquad (22)$$

式中:K<sub>pz</sub>、K<sub>iz</sub>和K<sub>dz</sub>分别为比例、积分与微分系数。

## 3.3 编队

#### 3.3.1 队形

当编队对称时,无人机与载荷所受的力基本 保持不变。故选用正方形编队进行运输,其中四 个四旋翼分别分布在正方形的四个顶点上,载荷 位于正方形中心(如图6所示)。因此对于无领航 的编队系统来说,当编队队形在飞行过程中保持 不变时,即能稳定运输。



图6 编队队形 Fig.6 Formation

为了保持编队队形不变化,不妨固定悬挂载 荷绳子的长度。绳子长度不变则可保证在稳定飞 行过程中载荷与四旋翼平面组成的夹角α不变,夹 角不变则受力不变。为了后续建模与分析简便, 不妨先设α为固定值,然后反求绳子长度1。其 满足

$$1\tan\alpha = \Delta x = \Delta y \tag{23}$$

3.3.2 领航点

领航点将四架毫无关联的四旋翼无人机联系 在一起,并且为该编队生成所需的速度或位置信 息。为了建立有效的领航该系统,选取了一个虚 拟点作为领航点,即四旋翼编队平面的中心。在 后续模型的搭建中需搭建分配模块,将输入的领 航点终点按队形生成各个四旋翼的终点并进行 分配。

## 3.4 稳定性分析

假设系统的状态方程为 $\left\langle \dot{X} = AX + BU \right\rangle_{Y} = CX + DU$ ,其

中,X为状态向量,选择为

 $\mathbf{X} = \left(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, x, y, z, \dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \varphi, \theta, \psi, g\right)^{T}$ 

U为输入向量,即

$$\mathbf{U} = \left(f_b, \tau_x, \tau_y, \tau_z\right)^T$$

ABCD 为参数矩阵。因此,可得无人机的传 递函数 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ 

在垂直起降以及低速飞行、悬停状态下,俯仰 角 $\theta$ 和滚转角 $\varphi$ 变化很小,为了简化模型,可以认 为 $\theta \approx \varphi \approx 0^{[16]}$ 。将数据带入G(s)并串联上电机 模型,并串联上电机模型,高度通道上的控制函 数为

$$G_f(s) = \frac{1.19}{s^2(0.02s+1)}$$

将其放入串级 PID 的控制模型中,得到

$$(s) = \frac{3.78s^2 + 21.4s + 24..2}{0.02s^4 + s^3 + 5.67s^2 + 32.1s + 37.8}$$

对此,绘制劳斯表如图7所示,劳斯表第一列 符号没有变化,可知在高度通道是稳定的,其他三 个通道同理可证。

> $s^4$  0.02 5.67 37.8  $s^3$  1 32.1  $s^2$  5.028 37.8  $s^1$  24.58  $s^0$  37.8 图 7 劳斯表 Fig. 7 Routh array

## 4 仿真分析

 $\Phi_f$ 

选取编队中心作为原点(0,0,0),由图6可知 四架无人机的初始位置分别为(0.5,0,0)、(0, 0.5,0)、(0,-0.5,0)和(-0.5,0,0)。设领航点终 点为(5,5,5),为了保证运输过程中能够更稳定, 在给系统输入终点坐标时,先输入z轴坐标,然后 延时一段时间,保证四旋翼能够有充足的时间消 除在起飞过程中载荷对于无人机的干扰。 轨迹一般使用n阶多项式表示,即

$$p(t) = p_0 + p_1 t + p_2 t^2 \dots + p_n t^n \qquad (24)$$

其中*p*<sub>0</sub>、*p*<sub>1</sub>、*p*<sub>2</sub>、…*p*<sub>n</sub>为轨迹参数。如果轨迹过于复杂,一条多项式通常难以表示。一般根据时间将 其分为多条轨迹,即

$$p(t) = \begin{cases} [1, t, t^{2}, \dots, t^{n}] \cdot p_{1} \ t_{0} \leqslant t < t_{1} \\ [1, t, t^{2}, \dots, t^{n}] \cdot p_{2} \ t_{1} \leqslant t < t_{2} \\ \dots \\ [1, t, t^{2}, \dots, t^{n}] \cdot p_{k} \ t_{k-1} \leqslant t < t_{k} \end{cases}$$
(25)

当无人机高度稳定过后,平面轨迹采用MS (Minimum Snap)轨迹规划方法<sup>[17]</sup>生成领航点轨 迹。选取(2,2),(4,4)作为中间路径点,起始速度 和加速度、终点速度加速度皆为0,总时间为10 s。 生成的轨迹图如图8所示。



将生成的平面轨迹给到系统,其仿真效果如 图9所示。

四架无人机在空间中位置的变化如图9所示, 可以看出:无人机从初始位置先上升到期望高度, 然后保持正方形的队形飞向终点,10s内即可完成 任务。



Fig. 9 Quadrotor trajectory

四旋翼速度变化如图 10 所示, 欧拉角变化如 图 11 所示, 可以看出: 四架四旋翼速度最终收敛到 0, 平稳悬停在期望位置。由于载荷的影响, 无人 机的姿态角也发生了变化, UAV1的俯仰角由 0 收 敛到-10°左右, 通过俯仰角的变化使螺旋桨升力 在编队平面产生一个水平力用以抵消载荷的干 扰; 由于队形, 其余无人机的姿态变化各不相同, 例 UAV2最终横滚角稳在 10°, UAV3横滚角稳在 -10°等。







图 11 四旋翼欧拉角变化 Fig. 11 Euler angle variation of quadrotor

国内使用U-K方程来处理多机协同调运载荷的相关研究较少,但伊朗教授 Behzad Shirani 曾使用U-K方程和LQR控制器使无人机在15s左右达到稳定<sup>[18]</sup>,并进行了仿真验证。本文通过U-K方程和串级 PID将无人机稳在10 s左右,在保证系统稳定性的同时增强了其快速性。

## 5 结 论

1)本文建立旋翼无人机姿态模型、刚体模型 和控制效率模型,引入Udwadia-Kalaba方程分解 约束条件,为模型求解提供解析解方法。

2)搭建了控制器模型,设计了串级 PID 控制 器对四旋翼速度和加速度进行控制,保证了飞行 过程中的稳定性。在编队与载荷运输方面,固定 了四旋翼的初始位置与载荷的长度,以保证运输 过程中编队的队形一致性;对编队施加的载荷分 解为对无人机在垂直与水平方向上的影响来等效 实际载荷的作用。

3) 仿真结果验证了设计的模型具有良好的一 致性,能够完成协同运输的任务,实现对旋翼机良 好的控制。在设计模型的过程中,为了更好的计 算分析,许多地方进行了等效与简化,如省略了陀 螺力矩的姿态运动学模型、绳子与四旋翼平面能 够一直保持固定角度和对滚转角与俯仰角的线性 化等等。

后续的研究中,将模型进一步细化处理,加入 更加复杂受力情况及其他因素对场景的影响,在 编队控制方面引入一致性理论<sup>[19]</sup>模型以增强系统 的稳定性和鲁棒性,提高模型的实际效果。由于 实验条件的限制,后期筹备实验环境进行实物测 试并予以验证,在编队控制中,将目前主流的控制 算法应用到本实验的控制中,提高控制效果。

## 参考文献

- [1] FU Rui, REN Xiaojun, LI Ye, et al. Machine learningbased UAV assisted agricultural information security architecture and intrusion detection[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2023, 1123: 1–15.
- [2] JOHANSEN K, DUNNE A F, TU Y H, et al. Monitoring coastal water flow dynamics using sub-daily high-resolution SkySat satellite and UAV-based imagery[J]. Water Research, 2022, 219: 118531.
- [3] ESFAHLANI S S. Mixed reality and remote sensing application of unmanned aerial vehicle in fire and smoke detection
   [J]. Journal of Industrial Information Integration, 2019, 15: 42-49.
- [4] CHAI Runqi, TSOURDOS A, GAO Huijun, et al. Attitude tracking control for reentry vehicles using centralised robust model predictive control[J]. Automatica, 2022, 145: 110561.
- [5] YU Gan, XIE Wei, CABECINHAS D, et al. Adaptive control with unknown mass estimation for a quadrotor-slungload system[J]. ISA transactions, 2023, 133: 412-423.
- [6] GAJBHIYE S, CABECINHAS D, SILVESTRE C, et al. Geometric finite-time inner-outer loop trajectory tracking control strategy for quadrotor slung-load transportation [J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 107(3); 2291–2308.
- [7] ROY K R, WAGHMARE L M, PATRE B M. Dynamic modeling and displacement control for differential flatness of quadrotor UAV slung-load system[J]. International Journal of Dynamics and Control, 2023, 11(2): 637-655.
- [8] ARAB F, SHIRAZI F A, YAZDI M R H. Cooperative parameter estimation of a nonuniform payload by multiple quadrotors[J]. Robotica, 2022, 40(5): 1587-1606.
- [9] 吕宗阳.吊挂负载多旋翼无人机系统建模与控制研究[D]. 大连:大连理工大学,2021.
   ZongyangLYU. Research on modeling and control of multirotor UAVs with suspended loads[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2021. (in Chinese)
- [10] 徐雪松,吴仪政,倪赟. 变载荷四旋翼无人机的自适应模 糊自抗扰控制[J]. 传感器与微系统,2022,41(7):101-105,109.

XU Xuesong, WU Yizheng, NI Yun. Adaptive fuzzy active Disturbance Rejection Control for Variable Load four-rotor UAV[J]. Sensors and Microsystems, 2022, 41(7): 101-105,109. (in Chinese)

[11] 谭丹丹.重载荷多旋翼植保无人机自抗扰鲁棒控制算法

[J]. 江苏农业科学, 2022, 50(1): 163-169.

TAN Dandan. Active disturbance rejection robust control algorithm for heavy load multi-rotor plant protection UAV [J]. Jiangsu Agricultural Sciences, 2022, 50(1): 163-169. (in Chinese)

- [12] 黄奕,陈璟汝,徐琳. 基于 PID 的四旋翼飞行器控制系统 研究[J]. 现代信息科技, 2023, 7(9): 78-81.
  HUANG Yi, CHEN Jingru, XU Lin. Research on control system of quadrotor aircraft based on PID[J]. Modern Information Technology, 2023, 7(9): 78-81. (in Chinese)
- [13] 袁琨.四旋翼飞行器建模与控制器设计研究[J].中国设备 工程,2023,520(6):114-116.
  YUAN Kun. Research on modeling and controller design of quadrotor aircraft[J]. China Equipment Engineering, 2023, 520(6):114-116.(in Chinese)
- [14] 全权. 多旋翼飞行器设计与控制[M]. 北京:电子工业出版 社,2018:202-275.
  QUAN Quan. Design and control of multi-rotor aircraft
  [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2018: 202-275. (in Chinese)
- [15] 张小龙.基于Udwadia-Kalaba的不确定性机械臂轨迹跟踪 控制研究[D].南昌:南昌大学,2020.
   ZHANG Xiaolong. Research on trajectory tracking control of Uncertain Robotic arm based on Udwadia-Kalaba[D].

Nanchang: Nanchang University, 2020. (in Chinese)

[16] 赵永亮,周超英,谢鹏.多旋翼飞行器动力学建模与控制 系统设计[J].机电产品开发与创新,2015,28(4):102-104.

ZHAO Yongliang, ZHOU Chaoying, XIE Peng. Dynamic modeling and control system design of multi-rotor aircraft [J]. Electromechanical product development and innovation, 2015, 28(4): 102–104. (in Chinese)

- [17] MELLINGER D, KUMAR V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors[C]// 2011 IEEE international conference on robotics and automation. USA: IEEE, 2011: 2520-2525.
- [18] SHIRANI B, NAJAFI M, IZADI I. Cooperative load transportation using multiple UAVs[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 84: 158–169.
- [19] 周志博,基于一致性理论的无人机编队控制研究与实验
  [D].重庆:重庆邮电大学,2022.
  ZHOU Zhibo. Research and experiment of UAV formation control based on consistency theory [D]. Chongqing: Chongqing University of Posts and Telecommunications, 2022. (in Chinese)

(编辑:马文静)