

文章编号: 1674-8190(2024)05-155-07

# 发动机燃油泵附件的管路动力学等效设计及实现

刘继军<sup>1</sup>, 李凯翔<sup>1</sup>, 胡文佳<sup>2</sup>

(1. 中国飞机强度研究所 强度与结构完整性全国重点实验室, 西安 710065)

(2. 中国航发贵州红林航空动力控制科技有限公司, 贵阳 550009)

**摘要:** 燃油泵附件的管路空间构型复杂, 在振动环境试验中直接模拟难以实现。为满足试验要求, 采用系统等效缩减/扩展过程(SEREP)方法对管路进行动力学等效设计, 选取管路上特定结点为主自由度, 并将原管路模型缩减至主自由度模型上, 得到缩减质量和刚度矩阵; 对子振型矩阵采用SVD分解, 使得缩减质量和刚度矩阵进一步简化, 得到低阶管路模型的新缩减质量和刚度矩阵参数; 提出“质量球—梁弹簧”结构模型, 分别用“质量球”和“梁弹簧”来映射缩减的质量和刚度矩阵, 进而确定等效设计加工参数; 通过实例验证等效设计方法的可行性。结果表明: 等效管路与原管路的第一阶频率误差大多在10%以内, 满足工程应用要求。

**关键词:** SEREP方法; 管路; 缩减模型; 等效设计; 质量—梁弹簧模型

中图分类号: V228.1

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2024.05.16

## Dynamic equivalent design and realization of the pipeline of engine fuel pump accessory

LIU Jijun<sup>1</sup>, LI Kaixiang<sup>1</sup>, HU Wenjia<sup>2</sup>

(1. National Key Laboratory of Strength and Structural Integrity, Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, China)

(2. AECC Guizhou Honglin Aero Engine Control Technology Co., Ltd., Guiyang 550009, China)

**Abstract:** The pipeline space configuration of fuel pump accessory is complex, and it is difficult to simulate directly in vibration environment test. In this paper, the system equivalent reduction expansion process (SEREP) is used for the dynamic equivalent design of the pipelines to meet the test requirements. By selecting the specific nodes on the pipeline as the main DOFs, and reducing the original pipeline model to the main DOFs model, the reduced mass and stiffness matrix are obtained. The sub-mode matrix is decomposed by SVD to further simplify the reduced mass and stiffness matrix, then the new reduced mass and stiffness matrixes of low-order pipeline model are obtained. The "mass ball-beam spring" structure model is proposed, which maps the reduced mass and stiffness matrixes using "mass ball" and "beam spring" respectively, thereby determining equivalent design and processing parameters. Finally, the implementation of the equivalent design method is verified through examples, and the first frequency error between the equivalent pipeline and the original pipeline is mostly within 10%, meeting the requirements of engineering applications.

**Key words:** SEREP method; pipeline; reduced model; equivalent design; "mass ball-beam spring" model

收稿日期: 2023-11-11; 修回日期: 2024-05-20

通信作者: 刘继军(1981-), 男, 硕士, 高级工程师。E-mail: liujijun0514@163.com

引用格式: 刘继军, 李凯翔, 胡文佳. 发动机燃油泵附件的管路动力学等效设计及实现[J]. 航空工程进展, 2024, 15(5): 155-161, 171.

LIU Jijun, LI Kaixiang, HU Wenjia. Dynamic equivalent design and realization of the pipeline of engine fuel pump accessory[J].

Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2024, 15(5): 155-161, 171. (in Chinese)

## 0 引言

振动环境设备在研发或装机前,需依据规范和标准(如 GJB 150.16A—2009)在振动台上模拟使用振动环境,进行功能或耐久性考核和评估。这种“线下”试验模拟方式要求装备在振动台上安装结构应尽量模拟真实安装结构的动力学特性,否则有可能造成设备的虚假振动环境,导致功能或耐久性考核与评估失真,该问题在发动机附件设备振动试验中非常突出。以发动机燃油泵附件为例,多个主连接点将燃油泵安装在发动机主体结构上,承接来自发动机的主要振动,但由于功能需要,燃油泵附件会延伸出多根油管管路至发动机结构或其他设备上。这些管路给燃油泵附件的振动试验带来两个问题:①从管路传递来的附加振动响应问题;②管路自身对燃油泵附件的动特性影响问题。实践和分析也表明,管路的影响不能忽略。

这些管路在振动台上被完全模拟,存在以下问题:①各管路有多个支撑,有效长度难以确定;②管路是空间细长结构,尺寸远大于振动台面,无法固定;③没有相应的设计方法或规范。目前,振动试验中这些附属管路或是被忽略,或是以简单刚度等效原则来设计。

结构优化设计是动力学等效设计最常用的方法,依据优化设计三要素不同,可分为参数化和拓扑优化设计。唐庆等<sup>[1]</sup>模拟航空发动机附件管路安装的动力学特性,采用优化设计方法,将其视为振动夹具进行等效设计,试验和仿真一致性较好;刘冉等<sup>[2]</sup>采用保证加筋截面积相等且抗弯模量、惯性矩尽可能与原型接近的设计方法,研究了冲击载荷下加筋壁板的等效设计,取得了较好的效果,这是典型的参数化优化设计方法;姜宝石等<sup>[3]</sup>采用拓扑优化设计方法,研究了结构形态、动力特性和地震等效静载的相互反馈的结构等效设计;董小虎等<sup>[4]</sup>运用自适应成长法的拓扑优化设计方法解决板壳加筋结构在承受动载荷激励下的动态响应拓扑优化设计问题。理论上拓扑优化是非常有前景的结构等效设计方法<sup>[5]</sup>,但由于流程复杂、成本高、设计出的结构可实现难度大,工程实际应用并不多。

系统等效缩减/扩展过程(System Equivalent Reduction Expansion Process,简称 SEREP)方法也

可用于动力学等效设计。SEREP方法经过多年的发展,其应用主要集中在结构动力学模型修正/测试<sup>[6-8]</sup>、复杂动力学高效快速响应计算<sup>[9-10]</sup>、结构振动控制<sup>[11-12]</sup>等方面。该方法的主要特点包括任意选取缩减模态、缩减模型的品质不依赖主自由度位置等,有利于进行灵活的等效设计<sup>[9]</sup>。

针对管路的设计已有大量研究,多数聚焦于自身设计,如管路支架或卡箍动力学匹配设计<sup>[13-14]</sup>、布置<sup>[15-16]</sup>及相关动力学特性计算<sup>[17-18]</sup>方面,但将管路作为等效设计对象鲜有报道。

本文依据类似正向设计的思路,针对管路这种结构,首先采用 SEREP 方法获得少自由度模型的设计参数,然后设计易加工的“质量球—梁弹簧”结构模型,建立两种模型参数之间的映射关系,进行管路等效设计,并在一个发动机附件管路的工程实例中予以实现。

## 1 SEREP方法原理及形式

### 1.1 基本原理

一般  $n$  自由度无阻尼的结构动力学方程如下:

$$M\ddot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (1)$$

式中:  $M$ 、 $K$  分别为系统质量和刚度矩阵;  $\ddot{X}(t)$ 、 $X(t)$ 、 $F(t) \in R^{n \times 1}$ , 分别为物理坐标系下结构的加速度、位移响应和力激励向量。

用模态综合法,响应  $X(t)$  可表示为

$$X(t) = \Phi q(t) \quad (2)$$

式中:  $\Phi \in R^{n \times n}$  为模型的完全特征向量矩阵;  $q(t) \in R^{n \times 1}$  为模态空间下的坐标。

但在实际求解中,往往进行模态截断,即:

$$X(t) = \Phi_p q_p(t) \quad (3)$$

式中:  $\Phi_p \in R^{n \times p}$  为由  $p$  阶特征向量组成的矩阵;  $q_p(t) \in R^{p \times 1}$  为截断模态空间下的坐标。

将响应向量  $X(t)$  分为主从自由度  $X_m(t)$ 、 $X_s(t)$  两部分,即:

$$X(t) = \begin{Bmatrix} X_m(t) \\ X_s(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_{mp} \\ \Phi_{sp} \end{Bmatrix} q_p(t) \quad (4)$$

$$X_m(t) = \Phi_{mp} q_p(t) \quad (5)$$

$$X_s(t) = \Phi_{sp} q_p(t) \quad (6)$$

主自由度即为对原模型进行缩减而保留的自由度,在式(5)~式(6)中以广义坐标  $q_p(t)$  为中间

量将从自由度以主自由度表示,从而达到去除自由度的目的,这需对子模态矩阵  $\Phi_{mp}$  求逆,显然  $\Phi_{mp}$  不一定是方阵,分为以下三种情形:

1) 当  $m = p$  时

$\Phi_{mp}$  满秩,非奇异,可逆,则:

$$q_p(t) = \Phi_{mp}^{-1} X_m(t) \quad (7)$$

2) 当  $m > p$  时

求逆时,方程数量  $m$  大于未知量数量  $p$ ,可在最小二乘意义下求得,则:

$$\begin{cases} q_p(t) = \Phi_{mp}^+ X_m(t) \\ \Phi_{mp}^+ = [\Phi_{mp}^T \Phi_{mp}]^{-1} \Phi_{mp}^T \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\Phi_{mp}^+$  为  $\Phi_{mp}$  的广义逆。

3) 当  $m < p$  时

求逆时,方程数量  $m$  小于未知量数量  $p$ ,可在平均意义上求得,即结果不唯一,则:

$$\begin{cases} q_p(t) = \Phi_{mp}^+ X_m(t) \\ \Phi_{mp}^+ = \Phi_{mp}^T [\Phi_{mp} \Phi_{mp}^T]^{-1} \end{cases} \quad (9)$$

在实际工程应用中,为了在主自由度  $m$  中能观测(精确再现)被选择模态  $p$ ,要求保留自由度或主自由度数不小于模态数量,考虑常见情形,即  $m \geq p$ :

$$X_s(t) = \Phi_{sp} \Phi_{mp}^+ X_m(t) \quad (10)$$

$$X(t) = \begin{Bmatrix} X_m(t) \\ X_s(t) \end{Bmatrix} = TX_m(t) \quad (11)$$

$$T = \begin{Bmatrix} \Phi_{mp} \Phi_{mp}^+ \\ \Phi_{sp} \Phi_{mp}^+ \end{Bmatrix} = \Phi_p \Phi_{mp}^+ \quad (12)$$

式中:  $T$  为缩减变换矩阵。

利用  $T$  可将式(1)缩减为

$$M_R \ddot{X}_m(t) + K_R X_m(t) = F_R(t) \quad (13)$$

其中,

$$\begin{cases} M_R = T^T M T \\ K_R = T^T K T \\ F_R(t) = T^T F(t) \end{cases} \quad (14)$$

## 1.2 质量缩减矩阵对角化

质量缩减矩阵  $M_R$  一般不是三角阵,使得后续动力学等效设计中“质量球—梁弹簧”模型的质量球参数不能直接确定。通过对子振型矩阵  $\Phi_{mp}$  进行 SVD 分解<sup>[19]</sup>,继续对缩减质量矩阵和刚度矩阵变换,在保证缩减模型特征值不变的前提下,质量缩减矩阵实现对角化。

令  $\Phi_p$  为质量归一化正交振型矩阵,则:

$$\begin{cases} M_R = T^T M T = [\Phi_{mp}^+]^T \Phi_p^T M \Phi_p \Phi_{mp}^+ = \\ \quad [\Phi_{mp}^+]^T \Phi_{mp}^+ \\ K_R = T^T K T = [\Phi_{mp}^+]^T \Phi_p^T K \Phi_p \Phi_{mp}^+ = \\ \quad [\Phi_{mp}^+]^T \Lambda_{pp} \Phi_{mp}^+ \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $\Lambda_{pp}$  为包括前  $p$  阶模型的特征值矩阵,  $\Lambda_{pp} = \Phi_p^T K \Phi_p$ 。

在  $m \geq p$  前提下,子振型矩阵  $\Phi_{mp}$  做 SVD 分解:

$$\Phi_{mp} = U \Sigma V^T \quad (16)$$

式中:  $U \in R^{m \times m}$ 、 $V \in R^{p \times p}$  均为酉矩阵。

则秩为  $p$  奇异值矩阵  $\Sigma \in R^{m \times p}$  可表示为

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{pp} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

子振型矩阵的  $\Phi_{mp}$  广义逆  $\Phi_{mp}^+$  可表示为

$$\Phi_{mp}^+ = V \Sigma^+ U^T \quad (18)$$

其中,

$$\Sigma^+ = [\sigma_{pp}^{-1} \quad 0] \quad (19)$$

将式(17)~式(18)代入式(15):

$$\begin{cases} M_R = U [(\Sigma^+)^T \Sigma^+] U^T = U M_R^0 U^T \\ K_R = U [(\Sigma^+)^T V^T \Lambda_{pp} V \Sigma^+] U^T = U K_R^0 U^T \end{cases} \quad (20)$$

则式(13)的特征值方程可写为

$$U (K_R^0 - \lambda M_R^0) U^T \varphi_m = 0 \quad (21)$$

这种形式的缩减矩阵  $M_R^0 = [\Sigma^+]^T \Sigma^+$  为对角阵,有利于动力学等效设计参数确定。

## 2 等效设计工程化实现方法

### 2.1 主自由度和模态选择

SEREP 方法的缩减模型的品质不依赖主自由度位置选择,但针对本文管路的可实现等效设计,则须对主自由度选择进行限制。

为了设计方便,将管路视为 Euler-Bernoulli 梁<sup>[20]</sup>,且只考虑管路一个方向的横向振动。

管路模型 SEREP 缩减过程如图 1 所示,细长的管路梁等效设计后,等效梁在空间梁方向上长度会变短,故在 SEREP 缩减过程中主自由度只能选择在管路缩减模型与原管路模型重叠区域,即缩减质量和缩减刚度在靠近主结构端的自由度上体现。模型缩减后,以主自由度对应的缩减质量

矩阵和刚度矩阵求解的模式与全模型的模式精确对应,但这些模式是参与 SEREP 缩减过程的模式,且模式数量不大于主节点数量。

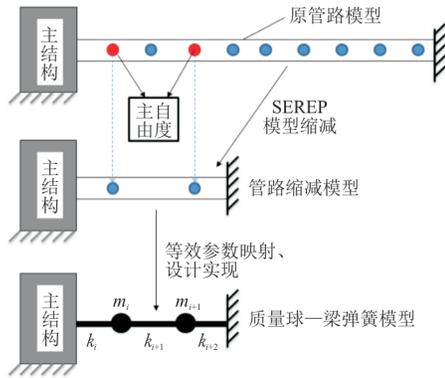


图 1 管路模型 SEREP 缩减过程

Fig. 1 SEREP reduction process of pipeline model

SEREP 方法在缩减模型中可任意选取模式,但工程实际应用中,由于参与缩减的模式数量有限,应选择缩减自由度方向对应的参与因子较高的模式,从而总体上更好地体现缩减模型对原模型的动力学等效。

## 2.2 “质量球—梁弹簧”模型

有限元离散化是将实物梁结构参数(材料密度、弹性模量、长度、截面)离散化为质量矩阵和刚度矩阵。本文等效设计实现类似上述有限元离散过程的逆过程,即已知质量矩阵和刚度矩阵转换为实物梁的结构参数。有限元离散化过程已有成熟标准化方法,而其逆过程则不成熟甚至不存在,特别是缩减模型的质量和刚度矩阵的上述逆过程设计更难实现。为了使得动力学等效可实物化,对设计出的实物模型做必要的假设和约束。根据管路梁结构和等效实物结构加工、安装环境等要求,提出“质量球—梁弹簧”实物结构模型。该模型将质量矩阵和刚度矩阵分别独立设计,用“质量球”的质量特性,独立反映质量矩阵;而“梁弹簧”则指梁的横向刚度,独立反映刚度矩阵。梁忽略剪切变形和转动惯量的影响,即 Euler-Bernoulli 梁,梁上各点的运动只需用梁轴线的横向位移表示,且只考虑质点单个横向振动方向等效。

## 2.3 等效设计参数映射

细长管路动特性模型缩减后,即可通过式(15)得到缩减质量矩阵  $M_R$ 、缩减刚度矩阵  $K_R$ 。一

般情况下,  $M_R$ 、 $K_R$  都不是对角阵,不能直接作为设计参数将其映射至“质量球—梁弹簧”结构模型,工程应用难以实现。通过式(20)对  $M_R$  和  $K_R$  做对角化处理,得到新的缩减质量矩阵  $M_R^0$  和缩减刚度矩阵  $K_R^0$ ,其中  $M_R^0$  为对角阵;  $K_R^0$  为对称阵,但一般不是对角阵。

等效设计参数映射时,  $M_R^0$  的对角元素就对应着“质量球—梁弹簧”结构模型的刚性质量球质量参数  $m_i$ ,如式(22)所示。

$$\begin{cases} M_R^0 = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{ii} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{(i+1)(i+1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \\ m_i = M_{ii} \end{cases} \quad (22)$$

理想的“质量球—梁弹簧”结构模型是解耦的,质量球  $m_i$  和两端梁弹簧刚度之和  $(k_i + k_{i+1})$  组成一个独立的质量—弹簧系统,因此不再考虑  $K_R^0$  非对角元素及其物理意义了,而通过  $K_R^0$  对角元素组成的对角阵  $\hat{K}_R^0$  确定梁弹簧刚度参数  $k_i$ ,如式(23)所示。

$$\begin{cases} \hat{K}_R^0 = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{ii} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{(i+1)(i+1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \\ k_i + k_{i+1} = K_{ii} \\ k_{i+1} + k_{i+2} = K_{(i+1)(i+1)} \end{cases} \quad (23)$$

这样梁弹簧数量始终比质量球的数量多 1,即梁弹簧刚度参数数量比  $\hat{K}_R^0$  对角元素数多 1,故式(23)无法唯一确定参数  $k_i$ ,还缺少一个限制条件。一个显而易见的限制条件为

$$k_{i+1} < \min(K_{ii}, K_{(i+1)(i+1)}) \quad (24)$$

最简单的选取方式如下:

$$\begin{cases} k_{i+1} = \frac{K_{ii}}{2} \\ \text{或 } k_{i+1} = \frac{K_{(i+1)(i+1)}}{2} \end{cases} \quad (25)$$

显然,由于参数  $k_i$  限制条件不完全,增加了  $k_i$  参数设计的灵活性,通过更加合理的  $k_i$  参数分配,还应使得设计结构满足强度要求。

确定了质量参数  $m_i$  和刚度参数  $k_i$  后,就可设计“质量球—梁弹簧”结构模型的加工参数。假定质量球以完全球体计算,梁弹簧截面选为圆形,梁弹簧长度(质量球之间距离)仍以缩减模型主自由

度之间、主自由度与边界的距离进行设计, 则具体计算公式如下:

$$m_i = \rho V = \rho \left( \frac{4}{3} \pi R_i^3 \right) \quad (26)$$

$$\begin{cases} k_i = \frac{48EI}{L_i^3} \\ I = \frac{1}{4} \pi r_i^4 \end{cases} \quad (27)$$

式中:  $\rho$  为结构材料密度;  $E$  为结构材料弹性模量;  $L_i$  为梁弹簧长度;  $R_i$  为质量球半径;  $r_i$  为梁弹簧圆截面半径。

### 2.4 等效设计实现流程

通过 2.3 节, 将缩减质量矩阵和刚度矩阵转换为实际可加工结构的设计参数, 实现动力学等效设计, 总结实现流程如图 2 所示。

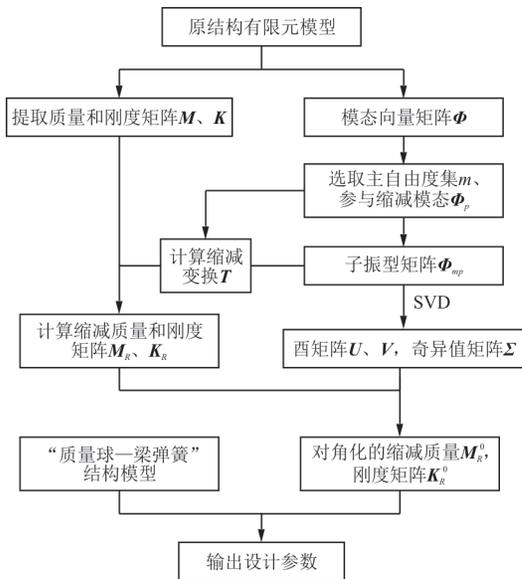


图 2 动力学等效设计实现流程图

Fig. 2 Flow chart of dynamic equivalent design

### 3 工程应用

发动机燃油泵附件管路如图 3 所示, 在振动耐久试验时, 按照正常的振动夹具或支持结构的设计无法实施, 因为附件延伸出 12 根长短粗细不一的油液管路, 呈空间分布, 超过振动台面限制尺寸。管路附加的刚度和质量不可忽略, 对附件的振动性能影响不可忽视。按照前述管路等效设计方法和流程分别对 12 根附件管路进行动力学等效设计。

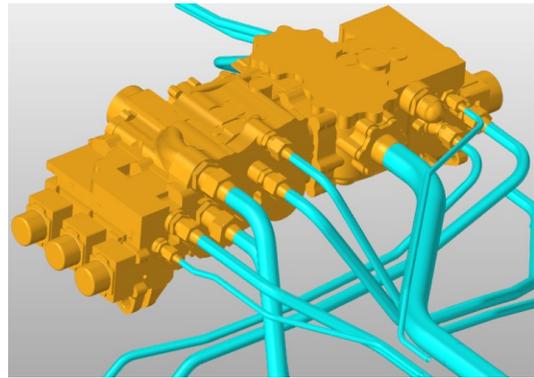


图 3 发动机燃油泵附件管路

Fig. 3 Engine fuel pump accessory pipeline

原管路模型的 Euler-Bernoulli 梁单元有限元模型如图 4 所示, 每个结点都有 3 个自由度, 即 2 个横向自由度和 1 个转动自由度。为了设计简单, 在模型缩减过程中, 主自由度只选取与垂直于振动台面方向相同的梁横向自由度, 参与缩减的模式只选取相应方向上的一弯、二弯模式。

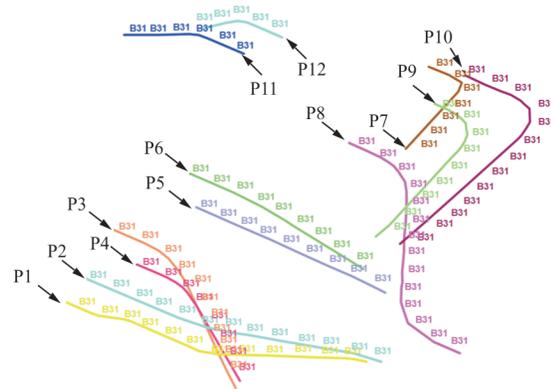


图 4 管路有限元模型

Fig. 4 Pipeline finite element model

选择管路等效“质量球—梁弹簧”结构模型的空间形式依原管路分布, 最终等效管路结构形式如图 5(a) 所示。显然该等效结构是空间曲梁形式的, 设计难度大, 特别是“质量球”与“梁弹簧”连接的设计比较繁琐复杂; 等效结构加工分段实施, 然后焊接而成, 振动强度难保障, 另外在振动台上安装复杂, 初始安装预应力不可控。考虑到等效设计的核心是将缩减质量和刚度矩阵参数映射至等效结构上, 而且仅是动特性的等效, 因此等效管路没有必要设计成曲梁空间形式, 完全可以采用直梁形式, 如图 5(b) 所示, 从而更好地解决加工工艺、安装及其引起的强度问题。

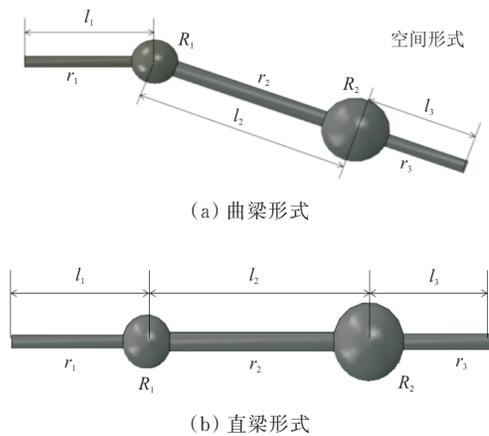


图5 “质量球—梁弹簧”结构模型示意图  
Fig. 5 "Mass ball-beam spring" model diagram

选取铝材和钢材对质量球和梁弹簧进行结构设计。发动机燃油泵附件12根管路的等效设计采用直梁形式,具体参数如表1所示,在振动台上安装如图6所示。

表1 管路等效设计参数  
Table 1 Equivalent design parameters of pipeline

名称	材料	$L_1/\text{mm}$	$L_2/\text{mm}$	$R_1/\text{mm}$	$R_2/\text{mm}$	$r_1/\text{mm}$	$r_2/\text{mm}$
P1	钢	100.0	162.8	10.2		4.43	8.30
P2	铝合金	85.0	94.5	14.2		2.20	3.30
P3	铝合金	76.7	92.5	11.0		5.80	5.60
P4	铝合金	81.9	97.9	12.0		3.50	5.20
P5	钢	82.2	105.8	15.0		6.50	6.30
P6	钢	59.4	88.6	19.0		5.90	7.00
P7	铝合金	162.0	100.4	12.0		5.80	3.85
P8	铝合金	153.8	96.2	6.8		4.60	2.40
P9	铝合金	52.5	253.2	16.0		3.80	4.60
P10	铝合金	53.7	119.4	17.6		4.70	6.90
P11	铝合金	148.2	123.3	15.0	24.4	12.70	7.90
P12	铝合金	78.7	98.0	10.8		4.60	5.40



图6 振动试验中的管路等效结构  
Fig. 6 Equivalent structure of pipeline in vibration test

在图6中,等效管路一端连接燃油泵,另一端用两个深孔M10螺栓夹持在“刚性支座”上,保证有较大的夹持刚度,同时“刚性支座”设计固有频率远大于对应等效管路固有频率,从而降低夹持端对等效管路动特性的影响;另外使得夹持孔中心线通过等效管路对称轴,与振动台面平行,避免初始安装应力。等效管路为旋转对称结构,适合整体数控加工,避免“质量球”与“梁弹簧”之间焊接,大幅提高了等效管路的振动耐振性。

本文用数值分析结果对管路等效设计进行验证,即分别提取原管路有限元模型和等效设计管路的有限元模型的第1阶固有频率进行对比验证,结果如表2所示。

表2 原管路与等效管路频率(第1阶)对比  
Table 2 Comparison of original and equivalent pipeline frequency (1st order)

名称	原管路频率/Hz	等效管路频率/Hz	误差/%
P1	271.2	285.8	5.4
P2	396.5	420.9	6.2
P3	789.7	835.1	5.7
P4	1 358.2	1 470.0	8.2
P5	750.1	807.6	7.7
P6	587.7	613.8	4.4
P7	320.6	342.2	6.7
P8	281.4	307.7	9.3
P9	991.5	1 093.7	10.3
P10	483.3	503.9	4.3
P11	1 351.9	1 476.6	9.2
P12	1 512.5	1 657.8	9.6

从表2可以看出:设计的等效管路频率都高于对应的原管路的频率,大多数误差都不超过10%，“质量球—梁弹簧”的结构模型的设计值偏大,但从工程应用角度看该误差也是可接受的。

## 4 结 论

1) 提出“质量球—梁弹簧”结构模型,使得将缩减质量和刚度矩阵的映射设计分别独立进行。用“质量球”的质量特性独立映射质量矩阵,用“梁弹簧”的横向刚度独立映射刚度矩阵。

2) 在管路模型缩减过程中,制定了选取主自由度和参与缩减模态的原则,主自由度空间坐标是设计结构模型“质量球”的位置,它们之间的空间连接是设计结构模型“梁弹簧”的位置。

3) 在 SEREP 方法得到了缩减质量和刚度矩阵的基础上,通过对子振型矩阵用 SVD 分解,使得缩减质量和刚度矩阵进一步简化,特别是使缩减质量实现对角化,进而使得缩减质量参数直接映射至“质量球”模型上。

4) 本文研究为机载设备的动力学边界等效模拟提供了设计方法和设计依据。

### 参考文献

- [1] 唐庆,单金光,黄森,等. 航空发动机附件振动夹具等效优化设计[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2021, 34(3): 43-48.  
TANG Qing, SHAN Jinguang, HUANG Sen, et al. Equivalent optimization design of aero-engine accessories vibrating fixture[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2021, 34(3): 43-48. (in Chinese)
- [2] 刘冉,陈长海,程远胜. 内爆载荷作用下船舶加筋板结构等效设计方法研究[J]. 中国造船, 2023(5): 53-66.  
LIU Ran, CHEN Changhai, CHENG Yuansheng. Research on equivalent design method of dynamic response of ship stiffened plate structures subjected to internal explosion[J]. Shipbuilding of China, 2023(5): 53-66. (in Chinese)
- [3] 姜宝石,崔昌禹. 兼顾静动荷载的结构拓扑优化方法[J]. 计算力学学报, 2023, 40(1): 7-13.  
JIANG Baoshi, CUI Changyu. Structural topology optimization combining static and dynamic loads[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2023, 40(1): 7-13. (in Chinese)
- [4] 董小虎,丁晓红. 动载荷激励下板壳结构加筋自适应成长方法[J]. 振动与冲击, 2020, 39(14): 194-200.  
DONG Xiaohu, DING Xiaohong. Optimal stiffener layout design for plate and shell structures under dynamic load based on the adaptive growth method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(14): 194-200. (in Chinese)
- [5] 王军润,付春艳,王辉. 面向3D打印的某航空液压壳体管路造型优化[J]. 航空工程进展, 2022, 13(1): 135-143.  
WANG Junrun, FU Chunyan, WANG Hui. Modeling optimization of an aviation hydraulic shell pipeline for 3D printing[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2022, 13(1): 135-143. (in Chinese)
- [6] NGUYEN V V, LI J, ERKMEN E, et al. FRF sensitivity-based damage identification using linkage modeling for limited sensor arrays[J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2018, 18(8): 1-10.
- [7] TARP M, NABUCO B, GEORGAKIS C, et al. Expansion of experimental mode shape from operational modal analysis and virtual sensing for fatigue analysis using the modal expansion method[J]. International Journal of Fatigue, 2020, 130: 105280.
- [8] 李建红宇,庞贺伟. 改进的 SEREP 缩减法在航天器结构动力学模型修正中的应用[J]. 航天器环境工程, 2021, 38(1): 17-24.  
LI Jianhongyu, PANG Hewei. Application of improved SEREP model reduction in dynamic model updating for spacecraft structural analysis[J]. Spacecraft Environment Engineering, 2021, 38(1): 17-24. (in Chinese)
- [9] LAL H P, JITH J, GUPTA S, et al. Reduced order modelling in stochastically parametered acousto-elastic system using arbitrary PCE based SEREP[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2018, 52: 1-14.
- [10] GANGULY K, ROY H. SEREP-based reduced model of higher order viscoelastic propeller shaft considering various asymmetries[J]. Engineering with Computers, 2021, 37: 3237-3249.
- [11] CHEN Y C, PETER A, JOCOB D. Data consistency assessment function (DCAF)[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 141: 106688.
- [12] PATEL H, KUMAR R, ALI S F. SEREP integrated control of flexible structures[C]// 6th Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems (ACODS). Chennai, India: IFAC, 2020: 2405-2432.
- [13] 李枫,刘伟,韦顺超,等. 航空液压管道卡箍等效刚度及其影响因素研究[J]. 机械科学与技术, 2017(9): 1472-1476.  
LI Feng, LIU Wei, WEI Shunchao, et al. Research on equivalent stiffness and influence factors of aero-clamps for aircraft hydraulic pipe lines[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2017(9): 1472-1476. (in Chinese)
- [14] 吕金华,臧朝平,张让威,等. 基于测试数据的卡箍非线性等效建模方法[J]. 航空动力学报, 2019(9): 1944-1952  
LYU Jinhua, ZANG Chaoping, ZHANG Rangwei, et al. Nonlinear equivalent modeling method for clamp based on test data[J]. Journal of Aerospace Power, 2019(9): 1944-1952. (in Chinese)
- [15] 崔向敏,潘冬,彭楠,等. 航空发动机外部管路支架断裂分析及优化[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2020, 33(4): 46-52.  
CUI Xiangmin, PAN Dong, PENG Nan, et al. Fracture analysis and optimization of aero-engine external pipe line bracket[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2020, 33(4): 46-52. (in Chinese)
- [16] 李信良,夏鹤鸣,汤振宇. 民用飞机机翼液压管路的布置研究[J]. 机械设计与制造工程, 2017(5): 68-70.  
LI Xinliang, XIA Heming, TANG Zhenyu. Research on the layout of hydraulic tubing in civil aircraft wing[J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2017(5): 68-70. (in Chinese)
- [17] 韩涛,刘伟,张子骏,等. 基于直曲组集算法的复杂液压管路固有频率分析[J]. 振动与冲击, 2018(7): 13-22.  
HAN Tao, LIU Wei, ZHANG Zijun, et al. Natural frequency analysis of complex hydraulic pipelines based on straight-curved pipeline assembly algorithm[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018(7): 13-22. (in Chinese)
- [18] 汪博,高培鑫,马辉,等. 航空发动机管路系统动力学特性综述[J]. 航空学报, 2022, 45(2): 139-162.  
WANG Bo, GAO Peixin, MA Hui, et al. Dynamic characteristics of aero-engine pipeline system: review[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 45(2): 139-162. (in Chinese)