

文章编号: 1674-8190(XXXX)XX-001-11

# 考虑内部损伤随机性的 SiC<sub>f</sub>/SiC 复合材料力学性能概率分析

谢学鑫, 李洪双

(南京航空航天大学 航空学院, 南京 210016)

**摘要:** 陶瓷基复合材料(CMCs)在使用过程中会产生纤维拔出、基体裂纹等内部损伤,进而对编织 CMCs 的力学性能造成影响。面向 2.5 维 SiC<sub>f</sub>/SiC 编织 CMCs,分别建立纤维束的微观有限元模型和编织 CMCs 的细观有限元模型;考虑内部损伤数量及位置的随机性,建立细观模型的力学性能参数的概率分布,研究损伤率对材料强度及杨氏模量的影响规律;通过参数方法和非参数方法同时拟合考虑内部损伤随机性的 CMCs 力学性能参数的概率分布。结果表明:随着损伤率的增加,编织 CMCs 强度的下降速率快于刚度;非参数方法获得的经向强度和杨氏模量概率密度函数曲线与样本直方图吻合较好。

**关键词:** 陶瓷基复合材料;单胞模型;随机损伤;概率分布;非参数方法

中图分类号: V232.4

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.XXXX.XX.01

## Probabilistic analysis of mechanical properties of SiC<sub>f</sub>/SiC composites considering internal damage randomness

XIE Xuexin, LI Hongshuang

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Ceramic matrix composites (CMCs) experiences internal damage such as fiber pulling out and matrix cracks during usage, which affects the mechanical properties of braided CMCs. For SiC<sub>f</sub>/SiC 2.5-dimensional braided CMCs, a microscopic finite element model of fiber bundle and a meso finite element model of braided CMCs are established respectively. Considering the randomness of internal damage quantity and location, the probability distributions of mechanical properties of braided CMCs are identified at the meso-scope level model, and the influence of damage rate on the strength and Young's modulus of the material is studied. Both parametric and non-parametric methods are used to fit the probability distribution of CMCs mechanical properties considering the internal damage randomness. The results show that, with the increase of damage rate, the strength decrease faster than Young's modulus. In addition, the probability density curves of strength and Young's modulus in warp direction obtained by the non-parametric method are in good agreement with the histograms.

**Key words:** ceramic matrix composite; cell model; random damage; probability distribution; non-parametric method

收稿日期: 2024-02-01; 修回日期: 2024-05-22

基金项目: 国家科技重大专项(Y2019-I-0018-0017)

通信作者: 李洪双(1978-), 男, 博士, 教授。E-mail: hongshuangli@nuaa.edu.cn

引用格式: 谢学鑫, 李洪双. 考虑内部损伤随机性的 SiC<sub>f</sub>/SiC 复合材料力学性能概率分析[J]. 航空工程进展, XXXX, XX(XX): 1-11.

XIE Xuexin, LI Hongshuang. Probabilistic analysis of mechanical properties of SiC<sub>f</sub>/SiC composites considering internal damage randomness[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, XXXX, XX(XX): 1-11. (in Chinese)

## 0 引言

陶瓷基复合材料 (Ceramic Matrix Composites, 简称 CMCs) 因其具有的高比强度、高比刚度、高比模量、耐高温、抗腐蚀以及材料可设计性强等优点<sup>[1-3]</sup>, 在未来工业上有着非常广阔的应用。CMCs 已于 20 世纪 90 年代初在工业上被用于制造燃气涡轮发动机叶片<sup>[4-6]</sup>。现在常用的 CMCs 由 SiC<sub>f</sub>/SiC 或 C/SiC 制成, 为了保证材料在各个方向均拥有良好的性能, CMCs 大多采用编织结构<sup>[7]</sup>。

对于编织 CMCs, 常用的多尺度力学表征方法之一是基于单胞的均匀化方法。于 20 世纪 90 年代, NASA 最早提出了通用单胞模型<sup>[8]</sup>, 通过将高阶理论用于该模型, Aboudi 等<sup>[9]</sup>提出了高保真通用单胞模型, 该模型可以更好地预测复合材料的细观应力和应变场; Gao 等<sup>[10]</sup>开发出一种有限元法, 运用 X 射线断层扫描技术, 预测编织 CMCs 和针刺 CMCs 的弹性性能; Gélébart 等<sup>[11]</sup>通过该技术建立 2D 编织 SiC<sub>f</sub>/SiC 单胞模型; 张博明等<sup>[12]</sup>建立了以子胞界面细观应力为未知量的细化单胞模型, 提高了模型的计算效率和计算精度, 使之更具普适性, 但编织复合材料结构复杂, 难以直接进行本构方程的推导。

编织复合材料本构方程推导仍然比较困难, 将单胞模型与有限元方法相结合可有效解决该困难, 但该方法对细观有限元单胞模型的建模精度具有较高要求。众多研究者对多种建模过程中的影响因素进行研究。孔春元等<sup>[13]</sup>通过提取 2.5 维 C/SiC 复合材料经纱边界曲线, 采用鲁棒最小二乘拟合得到了经纱轴向函数表达式, 对拟合后的曲线进行合理简化, 建立了参数化的 2.5 维 C/SiC 复合材料的有限元模型; Chen 等<sup>[14]</sup>提出了一种多尺度建模方法来预测二维编织 SiC<sub>f</sub>/SiC 复合材料的渐进损伤和破坏行为。

在工业应用中, 编织 CMCs 往往会出现一定程度的损伤。考虑纤维拔出损伤形式, 在单胞的基础上, 构建编织 CMCs 纤维拔出和基体开裂的力学损伤微观几何模型。研究表明<sup>[15]</sup>: 纤维与基体的粘结性能决定了纤维增强复合材料的破坏方式。研究纤维和基体间的粘结性能常用的方法是微观力学试验, 通过测试参数来评估界面粘结效果。这些试验包含纤维拔出和微滴脱粘等。其中, 纤维拔出试验开展了几十年, 是许多相关试验和理

论研究的基础。

目前 CMCs 纤维拔出研究大多以单纤维拔出模型为主。刘春俊等<sup>[16]</sup>用粘结带模型描述复合材料界面的分离行为, 运用有限元方法模拟 CMCs 纤维拔出过程; 张鸿等<sup>[17-18]</sup>探究了 CMCs 单纤维拔出的过程分析和力学分析, 建立了考虑界面摩擦滑动的复合材料单纤维拉拔力学模型。孔隙是 CMCs 重要损伤缺陷之一。孔隙的形成是由于在基体沉积的过程中包夹的气泡不能完全被排除<sup>[19]</sup>。李亚星等<sup>[20]</sup>研究了孔隙随机性对 SiC/SiC 复合材料力学性能参数的影响。

本文在微观层面同时考虑 CMCs 各组分的损伤, 并将其作为随机因素在细观层面进行研究。将力学损伤与不确定性分析相结合, 分别建立微观尺度上的纤维束单胞模型和细观尺度上的 CMCs 单胞模型; 通过计算微观模型得到纤维束损伤后的力学性能, 并在细观模型中考虑损伤发生位置和数量的机性, 得到 CMCs 的力学性能参数的概率分布, 以及其随损伤率增加的下降规律; 利用材料级试验数据验证仿真分析结果。

## 1 纤维束力学损伤微观模型

### 1.1 微观几何模型

本文的研究对象为涡轮叶片使用的 SiC<sub>f</sub>/SiC 编织 CMCs。经过编织、沉积等工艺后制备了用于拉伸试验的 2.5D 编织 CMCs 试样。对该材料的微观尺度研究主要集中在纤维束。在微观尺度下的 2.5D 编织 CMCs 由 SiC 制备而成的纤维、基体, 如图 1 所示, PyC 制备而成的界面层。纤维在纤维束中的排列分布、直径大小、截面形状都具有随机性。每根纤维的外表面都附着界面层。基体则沉积在纤维之外, 填补纤维之间的空隙并且固定纤维。

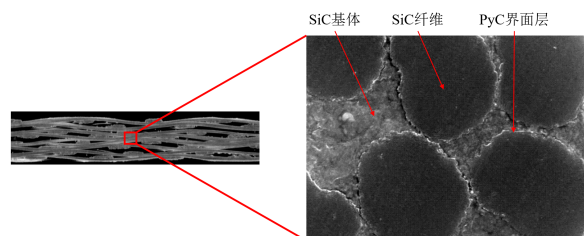


图1 2.5维编织 CMCs 微观组分  
Fig. 1 2.5-dimensional braided CMCs microscopic components

为了分析纤维束的力学性能,建立纤维束有限元单胞模型如图 2 所示,纤维和基体均使用 C3D8R 单元网格划分,界面层则是通过 COH3D8 P 单元网格划分。共划分 71 200 个单元,其中含 62 400 个 C3D8R 单元及 8 800 个 C3D8R 单元。

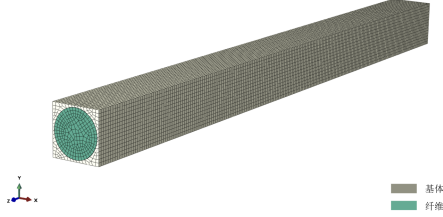


图 2 纤维束微观有限元模型

Fig. 2 Microscopic finite element model of fiber bundle

具体微观尺度各组分材料参数如表 1 所示。

表 1 组分材料参数  
Table 1 Mechanical properties of constituents

材料参数	数值
纤维弹性模量 $E_f$ /GPa	270
纤维泊松比 $\nu_f$	0.13
纤维半径 $R_f$ /μm	7
基体弹性模量 $E_m$ /GPa	350
基体泊松比 $\nu_m$	0.25
界面层法向弹性模量 $E'_n$ /GPa	35
界面层切向弹性模量 $E'_t$ /GPa	14
界面层厚度 $t_i$ /nm	100

## 1.2 边界条件

含周期性单胞结构的材料的周期性位移场可表示为

$$u_i = \bar{\varepsilon}_{ik} x_k + u_i^* \quad (1)$$

式中:  $\bar{\varepsilon}_{ik}$  为整个单胞的平均应变;  $x_k$  为单胞内任意点的坐标;  $u_i^*$  为周期性的位移修正量。

编织复合材料的单胞模型大多是含有平行成对的边界面。一对边界面上的周期性位移场为

$$\begin{cases} u_i^{j+} = \bar{\varepsilon}_{ik} x_k^{j+} + u_i^* \\ u_i^{j-} = \bar{\varepsilon}_{ik} x_k^{j-} + u_i^* \end{cases} \quad (2)$$

式中: 上标  $j+$  和  $j-$  分别未  $X_j$  的正负方向。

由于  $u_i^*$  在单胞的一对边界面上相同, 则可得:

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = \bar{\varepsilon}_{ik} (x_k^{j+} - x_k^{j-}) = \bar{\varepsilon}_{ik} \Delta x_k^j \quad (3)$$

单胞模型中的每组平行相对面的  $\Delta x_k^j$  为一常

数。即给定  $\bar{\varepsilon}_{ik}$  后式(3)等号右侧为一常值。由此, 式(3)可改写为

$$u_i^{j+}(x, y, z) - u_i^{j-}(x, y, z) = c_i^j \quad (4)$$

式(4)中并不含  $u_i^*$ , 可在有限元分析中通过施加多点约束方程来实现。

在有限元软件中, 周期性位移场的边界条件可通过施加对应点的位移约束实现。为避免节点过约束, 节点位移约束需分为刚体位移约束、面上节点位移约束、棱边节点位移约束与顶点节点位移约束四种情况<sup>[20]</sup>。

根据均匀化理论, 可获得各个尺度下单胞的等效力学性能参数。考虑结合有限元方法, 可将体积均匀化方程写作:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{n=1}^N \sigma_{ij}^n V^n & (i, j = 1, 2, 3) \\ \bar{\varepsilon}_{kl} = \frac{1}{V} \sum_{n=1}^N \varepsilon_{kl}^n V^n & (k, l = 1, 2, 3) \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\bar{\sigma}_{ij}$  为第  $n$  个单元内的应力分量;  $\bar{\varepsilon}_{kl}$  为第  $n$  个单元内的应变分量;  $V^n$  为第  $n$  个单元的体积。

本文使用有限元计算, 通过求解线性方程组的方式获得复合材料的等效弹性参数。复合材料的等效均匀化的本构关系为

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{C}_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{kl} \quad (6)$$

式(6)可得等效的柔度矩阵为

$$\bar{S}_{ijkl} = \bar{\varepsilon}_{kl} [\bar{\sigma}_{ij}]^{-1} \quad (7)$$

有限元软件计算后, 根据式(7)求解线性方程组, 最终得到单胞的等效弹性参数。

本文认为纤维束可作一种横观各向同性材料处理。计算所得未损伤纤维束材料参数如表 2 所示。

表 2 纤维束材料参数  
Table 2 Mechanical properties of fiber bundles

材料参数	数值
纤维束 1 方向弹性模量 $E_{11}$ /GPa	295.2
纤维束 2 方向弹性模量 $E_{22}$ /GPa	265.5
纤维束 3 方向弹性模量 $E_{33}$ /GPa	265.5
纤维束 12 方向泊松比 $\nu_{12}$	0.156
纤维束 13 方向泊松比 $\nu_{13}$	0.156
纤维束 23 方向泊松比 $\nu_{23}$	0.156
纤维束 12 方向剪切模量 $G_{12}$ /GPa	115.9
纤维束 13 方向剪切模量 $G_{13}$ /GPa	115.9
纤维束 23 方向剪切模量 $G_{23}$ /GPa	112.4

### 1.3 微观模型的强度准则与刚度退化方式

由于纤维自身会存在缺陷,这些缺陷的存在会影响纤维本身的强度,导致每根纤维的强度不会完全一致,因此引入 Weibull 分布来描述纤维的强度分布<sup>[21]</sup>。本文采用一种改良的 Weibull 分布<sup>[22]</sup>。该模型认为纤维的拉伸强度服从 Weibull 分布,且该 Weibull 分布的比例参数  $\sigma_0^i$  也服从 Weibull 分布

$$P_f = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{V_c}{V_0} \right) \left( \frac{\sigma}{\sigma_0^i} \right)^\rho \right] \quad (8)$$

$$P_{\sigma_0^i} = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_0^i}{\bar{\sigma}_0} \right)^\rho \right] \quad (9)$$

式中:  $V_c$  为单元的体积;  $\sigma_0^i$  为比例参数;  $\rho$  为形状参数。纤维相关的概率分布参数如表 3 所示。

表 3 纤维束分布参数<sup>[23-26]</sup>

Table 3 Distributional parameters of fiber bundles<sup>[23-26]</sup>

材料参数	数值
纤维特征拉伸强度 $\bar{\sigma}_0$ /MPa	22
Weibull 分布的形状参数 $\rho$	7.42
纤维标定体积 $V_0$ /m <sup>3</sup>	1

采用最大主应力准则判断纤维失效。

$$\begin{cases} e_{ft} = \frac{\sigma_1}{T_f} \\ e_{fc} = \frac{|\sigma_3|}{C_f} \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $e$  为失效判定参数;  $\sigma$  为纤维的主应力 (MPa), 下标 1、3 为纤维的轴向和径向;  $T_f$  为纤维的拉伸强度 (MPa);  $C_f$  为纤维的压缩强度 (MPa)。

若纤维单元的  $e_{ft}$  或  $e_{fc}$  不小于 1 时, 则认为该单元失效。失效后的弹性模量折减为初始弹性模量的 0.1%<sup>[23]</sup>。

采用 Mohr (摩尔) 强度准则判断基体失效。

$$e_m = \frac{\sigma_1}{T_m} - \frac{\sigma_3}{C_m} \quad (11)$$

式中:  $\sigma$  为基体的主应力, 下标 1、3 为 SiC 纤维的轴向和径向;  $T_m$  为 SiC 基体的拉伸强度;  $C_m$  为 SiC 基体的压缩强度。

与纤维类似, 失效后的基体弹性模量会折减为初始弹性模量的 0.1%<sup>[23]</sup>。

对于 PyC 界面层, 本文采用内聚力模型理论<sup>[27]</sup>来进行该组分的仿真模拟。在通用有限元软件 ABAQUS 软件中, 粘聚力单元 (COH3D8P 单元) 是基于内聚力模型理论而产生的特殊类型单元。该单元的本构模型如式 (12) 所示。

$$\begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & K_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{Bmatrix} \quad (12)$$

式中:  $t_i$  为单元所受应力 (MPa);  $\delta_i$  为三个方向的应变;  $K_{ii}$  为单元的刚度矩阵 (MPa)。

本构模型如图 3 所示, 将初始刚度设为  $K$ 。当外部载荷加载至峰值点 ( $\delta_n^0, t_n^0$ ) 时, 界面的单元应力达到最大, 单元满足初始损伤准则, 此时界面开始发生损伤, 界面的刚度发生折减, 但是并未发生脱粘, 设刚度的折减率为  $D$ , 则折减后的刚度为  $(1-D)K$ 。随后界面的刚度不断折减接近于 0, 则即  $D \approx 0.99$  时, 纤维和基体之间没有黏聚力的作用, 两者完全脱黏。

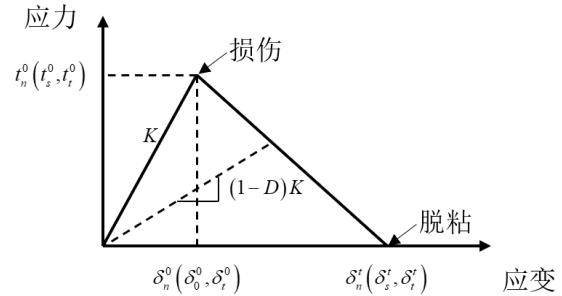


图 3 黏聚力单元本构模型

Fig. 3 Constitutive model of cohesive element

针对 ABAQUS 中 COH3D8P 单元的失效准则, 本文中 choice 使用最大应力准则, 如式 (13) 所示:

$$\max \left\{ \frac{\langle t_n \rangle}{t_n^0}, \frac{t_s}{t_s^0}, \frac{t_t}{t_t^0} \right\} = 1 \quad (13)$$

式中:  $t_i^0$  为牵引应力强度。

对界面的单元进行刚度折减时, 采用如式 (14) 所示的折减方法:

$$\left\{ \frac{G_n}{G_n^C} \right\}^\beta + \left\{ \frac{G_s}{G_s^C} \right\}^\beta + \left\{ \frac{G_t}{G_t^C} \right\}^\beta = 1 \quad (14)$$

式中:  $G_i^C$  为界面各方向的临界断裂能;  $\beta$  为基于能量的损伤演化准则的幂指数。

PyC 界面层的相关材料参数如表 4 所示。

表 4 PyC 界面层材料参数  
Table 3 Mechanical properties of PyC interface

材料参数	数值
轴向 n 弹性模量 $E_m$ /MPa	35000
径向 s 弹性模量 $E_{ss}$ /MPa	14228
轴向 n 强度 $t_n^0$ /MPa	50
径向 s 强度 $t_s^0$ /MPa	35
轴向 n 断裂能 $G_n^C$ /(J/m <sup>2</sup> )	1.2
径向 s 断裂能 $G_s^C$ /(J/m <sup>2</sup> )	1.2

## 1.4 有限元分析结果

计算得到轴向和横向拉伸的应力-应变曲线(如图 4~图 5 所示)。纤维束单胞模型的轴向拉伸强度为 2 183 MPa,完全损伤时的拉伸应变约为 1.18%。失效前的轴向拉伸的应力-应变曲线总体呈现出线性关系,但当应变到达轴向拉伸破坏应变后,应力水平迅速下降。

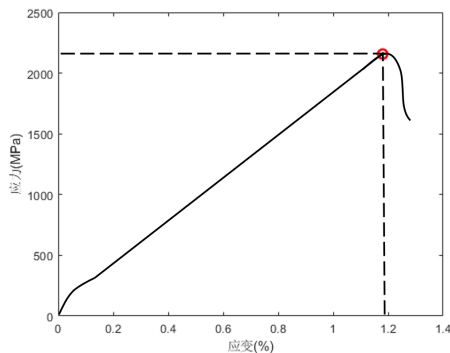


图 4 纤维束轴向拉伸应力-应变曲线

Fig. 4 Axial tensile stress-strain curve of fiber bundle

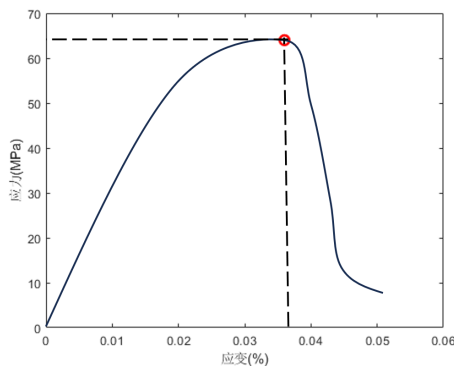


图 5 纤维束横向拉伸应力-应变曲线

Fig. 5 Transverse tensile stress-strain curve of fiber bundle

纤维束单胞模型的横向力学性能远远不如轴向力学性能。横向拉伸的应力-应变曲线分为第一段线性段和第二段非线性段。线性段的应变在

0~0.02% 之间,该阶段的最大应力为 55 MPa 左右。第二段的非线性段曲线的斜率逐渐降低,意味着纤维束的刚度逐渐降低,最终发生横向拉伸破坏的最大应力为 64.5 MPa,完全损伤时的应变约为 0.037%。

轴向和横向上的拉伸强度以及断裂应变数值。应力符号与应变符号如表 5 所示。

表 5 纤维束强度及断裂应变  
Table 5 Strength and fracture strain of fiber bundle

材料参数	符号	数值
轴向拉伸强度 $X_T$ /MPa		2 183
横向拉伸强度 $Y_T$ /MPa		64.5
轴向拉伸断裂应变 $\epsilon_X^T$ /MPa		1.18
横向拉伸断裂应变 $\epsilon_Y^T$ /%		0.037

有限元计算结果与文献[23]做对比,可知计算结果基本一致。在建立的微观几何模型中,轴向拉伸的力学损伤破坏都表现出复合材料的脆性断裂形式,当达到等效轴向拉伸强度时,应力会迅速下降。这种破坏是由 SiC 纤维的断裂和 SiC 基体的大量损伤破坏所导致的。而横向拉伸的应力-应变则具有很强的非线性,非线性段主要是由于 PyC 界面层单元的刚度退化所引起的。微观模型中,横向主要为基体破坏;轴向则主要为纤维破坏。此外,微观模型的横向强度和断裂应变均小于轴向。

## 2 力学损伤微观模型

### 2.1 有限元微观模型

本文采用 XCT 技术获取编织 CMCs 的内部微观结构,并对 XCT 切片进行图像识别,如图 6 所示。

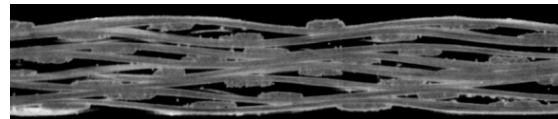


图 6 编织 CMCs XCT 切片图  
Fig. 6 Braided CMCs XCT slice

根据图 6 扫描结果,本文在进行有限元建模时,将经纬纱的横截面都简化为矩形,用正弦曲线拟合经纱轴向,用直线拟合纬纱轴向,且忽略纱线之间、纱线与基体之间的孔隙。经纬纱线的横截

面尺寸可直接在 XCT 切片里测量出来,测量后得经纬纱的横截面宽度为 1.74 mm,厚度为 0.20 mm,确定纱线尺寸和排列之后,再用基体填充,得到一个单胞模型如图 7 所示,该模型为长、宽和高分别为 10.00 mm、3.48 mm 和 0.48 mm 的立方体。

由于编织 CMCs 的单胞模型细观结构复杂,为了实现相邻面共节点和共网格,建模时采用四面体网格,纤维和基体的单元类型均设置为 C3D4,以 0.2 mm 的种子间隔布局,单胞模型一共被划分成 25 671 个单元,5 474 个节点。

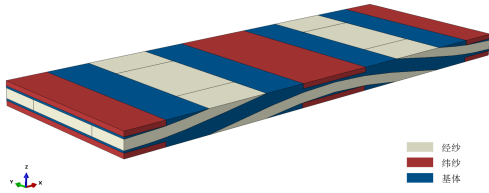


图 7 2.5D 编织 CMCs 单胞模型

Fig. 7 2.5-dimensional braided CMCs cell

细观尺度上,本文对纤维束采用 Hashin 失效准则<sup>[28]</sup>,该准则认为复合材料的失效模式包含了四种模式,分别为:

1) 纤维主导的拉伸失效( $\sigma_1 \geq 0$ )

$$e_{ft}^2 = \left( \frac{\sigma_1}{C_{11}\epsilon_X^T} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}}{G_{12}\gamma_{12}^{\max}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{13}}{G_{12}\gamma_{12}^{\max}} \right)^2 \quad (15)$$

2) 纤维主导的压缩失效( $\sigma_1 \leq 0$ )

$$e_{fc}^2 = \left( \frac{\sigma_1}{C_{11}\epsilon_X^C} \right)^2 \quad (16)$$

3) 基体主导的拉伸失效( $\sigma_2 + \sigma_3 \geq 0$ )

$$e_{mt}^2 = \left( \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{C_{22}\epsilon_Y^T} \right)^2 + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3}{(G_{23}\gamma_{23}^{\max})^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{(G_{12}\gamma_{12}^{\max})^2} \quad (17)$$

4) 基体主导的压缩失效( $\sigma_2 + \sigma_3 < 0$ )

$$e_{mc}^2 = \left[ \left( \frac{C_{22}\epsilon_Y^C}{2G_{23}\gamma_{23}^{\max}} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{C_{22}\epsilon_Y^C} + \left( \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2G_{23}\gamma_{23}^{\max}} \right)^2 + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3}{(G_{23}\gamma_{23}^{\max})^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{(G_{12}\gamma_{12}^{\max})^2} \quad (18)$$

式中: $\sigma_i$ 为各主方向上的应力分量; $\tau_{ij}$ 为各方向上的切应力分量; $C_{ij}$ 为纤维束在各方向上的刚度参数。其中*i*和*j*为1、2、3,表征为纤维束的各个主方向。

根据计算结果,可知纤维束在基体及纤维的主导下失效,其力学性能参数的刚度退化方式(如表 6 所示)。

表 6 纤维束刚度退化方式

Table 6 Degradation mode of fiber bundle stiffness

基体主导的破坏	纤维主导的破坏
$0.4E_{22}^0$	$0.001E_{11}^0$
$0.4E_{33}^0$	$0.001G_{12}^0$
$0.5G_{12}^0$	$0.001G_{13}^0$
$0.5G_{13}^0$	—
$0.5G_{23}^0$	—

细观模型中基体的强度准则采取最大应力准则,刚度退化方式为失效弹性模量折减为初始弹性模量的 0.1%<sup>[20,23]</sup>。

## 2.2 细观随机损伤模型

建立如 1.3 节中所描述的损伤微观几何模型后,考虑损伤的位置的随机分布,研究 CMCs 在经向拉伸载荷下的力学性能。依据工程经验,本文选择 0%、5%、10%、17.5%、20% 损伤率以研究 CMCs 损伤对其力学性能的影响,并在某一确定损伤率的前提下,进行 30 次位置上的进行随机均匀抽样,从而研究损伤位置对 CMCs 的力学性能的影响。

以 5% 损伤率的细观模型为例,进行 30 次不同损伤位置的抽样,在施加经向拉伸载荷下,5% 损伤率下的有限元仿真结果如图 8 所示。

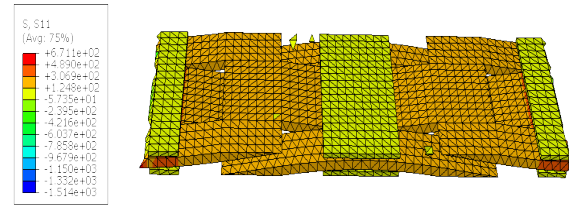


图 8 经向拉伸应力云图

Fig. 8 Stress contours in longitudinal tension

计算得到 30 次抽样结果的应力—应变曲线(如图 9 所示,图中 30 条曲线为 30 次不同损伤位置的抽样结果的应力—应变曲线):在加载中,经向与纬向纤维束之间的基体易产生应力集中现象,迅速失效并破坏。之后整个单胞内部各组分的受力情况进行再分配,此时的应力—应变曲线出现

了较多的波动,之后剩余的基体继续破坏直至不  
承担载荷。此时经向纤维束为主要受力部分,纬  
向纤维束也承担少量载荷,进入该阶段后应力—  
应变曲线变得光滑。纬向纤维束在经向载荷下  
达到横向拉伸强度后破坏。此时 CMCs 仅靠经  
向的纤维束受力,直至其达到轴向拉伸强度。  
当经向纤维束完全损伤后,CMCs 出现脆断,  
应力迅速下降。

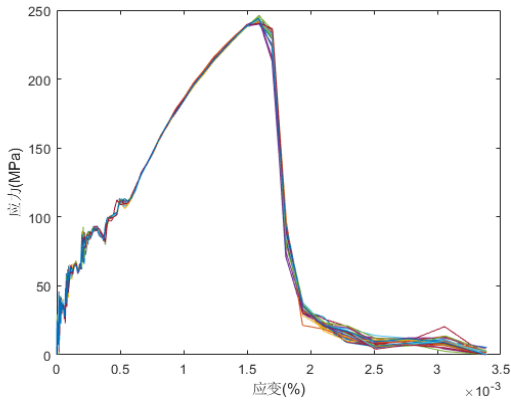


图9 经向拉伸应力—应变曲线  
Fig. 9 Stress-strain curve in longitudinal tension

从图9可以看出:在某一损伤率下,损伤发生  
在不同位置时的经向拉伸强度及弹性阶段杨氏模  
量也会有所不同。经向拉伸10次仿真结果如表7  
所示。

表7 经向拉伸10次仿真结果  
Table 7 10 simulation results in longitudinal tension

编号	强度/MPa	杨氏模量/GPa
1	241.676 2	132.694 7
2	242.756 8	133.346 4
3	240.196 4	132.433 1
4	242.798 1	133.889 0
5	246.356 6	133.383 0
6	242.694 6	133.087 1
7	241.500 8	131.923 7
8	240.343 6	136.445 0
9	241.161 4	132.705 0
10	241.131 5	134.370 5

对30组计算结果进行 Anderson-Darling 检验  
(简称 AD 检验)<sup>[29]</sup>。30组经向拉伸样本的经向拉  
伸强度及弹性阶段杨氏模量通过 AD 检验对应各  
概率分布的观测性显著水平(Observation Signifi-  
cance Level,简称 OSL)值如表8所示。

表8 经向拉伸力学性能参数概率分布模型 OSL 值  
Table 8 OSL value of probability distribution model for  
longitudinal tensile mechanical property parameters

概率分布模型	强度	杨氏模量
正态分布	0.348 66	0.132 67
对数正态分布	0.342 86	0.126 01
威布尔分布	拒绝符合	拒绝符合
指数分布	拒绝符合	拒绝符合

从表8可以看出:经向拉伸强度及杨氏模量均  
接受服从正态分布。图10和图11分别为经向拉  
伸强度及杨氏模量的拟合概率密度函数与样本直  
方图。

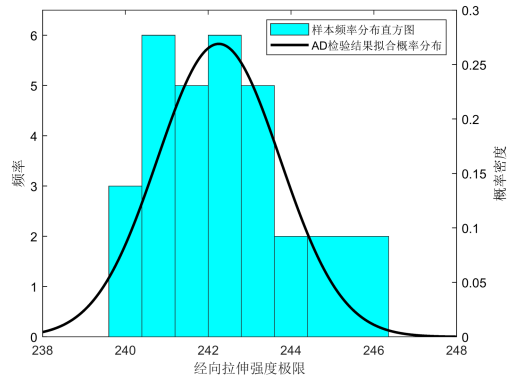


图10 经向拉伸强度概率分布  
Fig. 10 Probability distribution of the  
longitudinal tensile strength

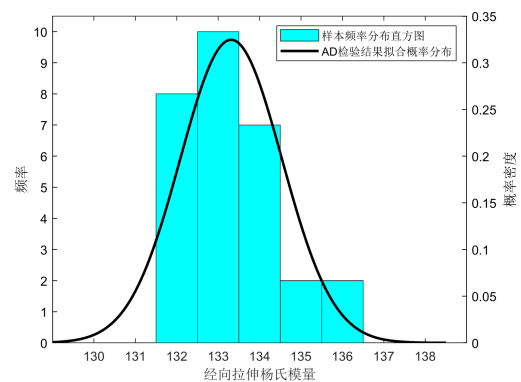


图11 经向拉伸杨氏模量概率分布  
Fig. 11 Probability distribution of the longitudinal  
tensile Young's modulus

除标准概率分布外,本文同时采用核密度估  
计法<sup>[30-31]</sup>来拟合样本数据的概率分布模型。核密  
度估计法拟合经向拉伸强度及杨氏模量的概率分  
布函数与样本直方图如图12~图13所示。

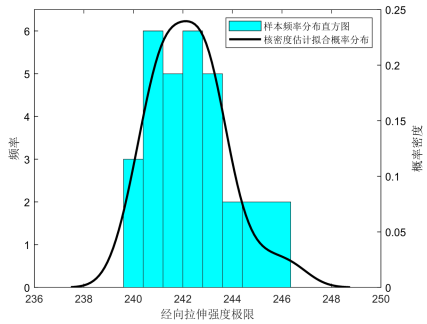


图 12 纵向拉伸强度概率分布(非参数方法)  
Fig. 12 Probability distribution of the longitudinal tensile strength(non-parametric method)

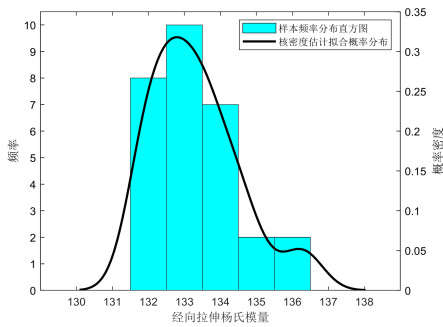


图 13 拟合纵向拉伸杨氏模量概率分布(非参数方法)  
Fig. 13 Probability distribution of the longitudinal tensile Young's modulus(non-parametric method)

在经向拉伸的载荷下,无损伤 CMCs 在弹性阶段的杨氏模量为 142.650 0 GPa,经向拉伸强度为 301.706 4 MPa。本文采用不同损伤位置下 30 次抽样结果的均值表征该损伤率下的力学性能参数。为研究损伤数量的影响,定义下降率  $\mu_\alpha$  表征不同损伤率对力学性能参数的影响,如式(19)所示。

$$\mu_\alpha = \frac{x_0 - x_\alpha}{x_0} \quad (19)$$

式中: $\alpha$ 为损伤率; $x_\alpha$ 为材料在损伤率  $\alpha$  下的某种力学性能参数(杨氏模量、拉伸强度),下标 0 为无损伤时的力学性能参数。

计算不同损伤率下的力学参数,结果如表 9 所示。

表 9 不同损伤率的经向拉伸力学性能及下降率  
Table 9 Mechanical property parameters and scale of decrease for longitudinal tensile at all damage rates

损伤率/%	强度/MPa	拉伸强度下降率/%	杨氏模量/GPa	杨氏模量下降率/%
0	301.706 4	0	142.650 0	0
5	242.568 3	17.60	133.891 3	6.14
10	202.776 9	32.79	125.118 3	12.29
17.5	176.528 4	41.49	111.980 3	21.50
20	162.710 3	46.07	107.600 9	24.57

### 3 拉伸试验验证

#### 3.1 试验件制备

依据 ASTM C1275 标准<sup>[32]</sup>以及 ASTM C1359 标准<sup>[33]</sup>,设计和加工试验件(如图 14 所示)。试件由试验段、过渡段以及夹持段组成。试验段处于整个试验件的中间部分,该段用于布置引伸计或者应变片等测量工具。本文采用阶梯形过渡段,避免应力集中现象。共计有 5 根试验件,试验件的相关尺寸参数如表 10 所示。

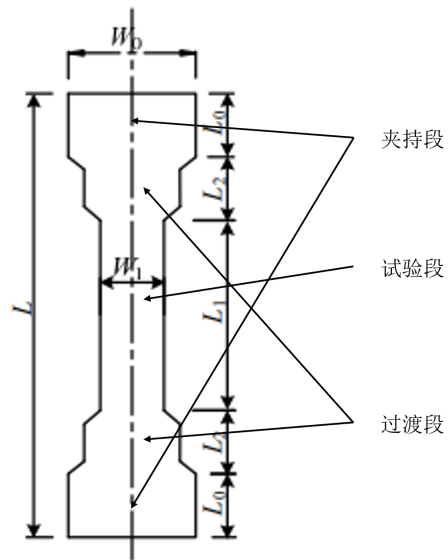


图 14 拉伸试验件模型  
Fig. 14 Tensile test piece model

表 10 拉伸试验件尺寸  
Table 10 Dimensions of specimen

试验件编号	整体尺寸/mm	试验段尺寸/mm
01	200.10 × 12.20 × 3.06	74.07 × 6.50 × 3.06
02	200.16 × 12.25 × 3.16	72.81 × 6.18 × 3.16
03	200.01 × 12.10 × 3.12	72.87 × 6.17 × 3.12
04	200.10 × 12.08 × 3.14	75.76 × 6.36 × 3.14
05	200.40 × 12.36 × 3.11	70.73 × 6.26 × 3.11

#### 3.2 拉伸试验

本次拉伸试验的试验机为 10 t 原位疲劳加载系统(如图 15 所示)。



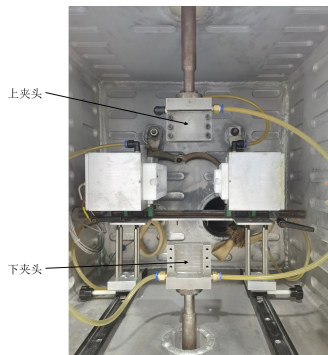


图 15 试验机  
Fig. 15 Testing machine

该试验设备上夹头固定,下夹头通过一个球形关节固定,球形关节可以在上下夹头方向上移动(具有 6 个自由度),可以根据试验件的形状尺寸不同自由的调整位置和夹持方向。试验过程中,试验机的上夹头固定,下夹头以 0.1 mm/min 速率开始拉伸试验件,设置最大拉伸时间为 10 min。试验件 01~05 的试验结果如图 16 所示。

试验件 01~05 的应力—应变曲线如图 17 所示,试验件 01~05 的强度与杨氏模量如表 11 所示。

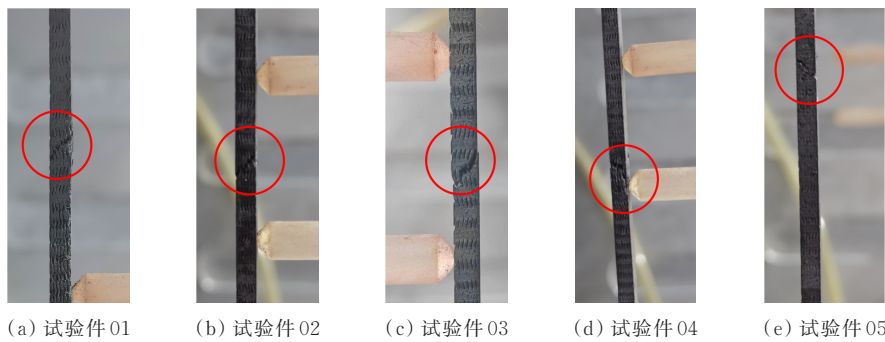


图 16 试验结果  
Fig. 16 Testing results

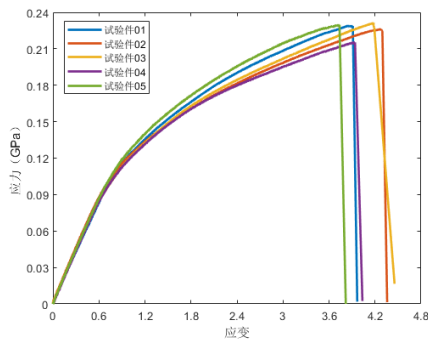


图 17 试验件 01~05 应力—应变曲线  
Fig. 17 Stress-strain curves of specimens

表 11 试验件拉伸强度与杨氏模量  
Table 11 Strength and Young's modulus of specimens

试验件编号	拉伸强度/MPa	杨氏模量/GPa
01	229.02	136.937 5
02	226.20	139.875 8
03	231.36	134.138 8
04	215.52	134.485 7
05	229.82	140.409 6

试验件的经向拉伸强度及弹性阶段的杨氏模量通过 AD 检验对应于正态分布、对数正态分布、

指数分布和双参数威布尔分布的 OSL 值如表 12 所示,可以看出:试验件的强度与杨氏模量均接受服从正态分布。这与前文中的有限元仿真结果一致。且由于二者均服从正态分布,试验件的拉伸强度均值为 232.38 MPa,杨氏模量均值为 139.169 5 GPa,引入式(20)计算试验计算结果与仿真结果的误差。

表 12 试验件力学性能参数概率分布模型 OSL 值  
Table 12 OSL value of the probability distribution model of mechanical property parameters of specimen

概率分布模型	强度	杨氏模量
正态分布	0.302 93	0.559 81
对数正态分布	0.288 92	0.520 57
威布尔分布	0.243 01	0.2585 1
指数分布	拒绝符合	拒绝符合

$$e = \frac{|x_{test} - x_{simulation}|}{x_{test}} \times 100\% \quad (20)$$

计算可得常温拉伸下拉伸强度的试验结果与仿真结果的误差为 4.38%,杨氏模量的试验结果与仿真结果的误差为 3.79%。与前文中 5% 损伤

率下 CMCs 有限元模型的计算结果误差在 5% 以内,符合工程要求。

## 4 结 论

1) 编织 CMCs 在经向拉伸载荷下,考虑损伤位置随机性,杨氏模量及拉伸强度都表现出一定的正态性,且概率分布有左偏趋势,使用参数方法和 AD 检验后可认为二者均服从正态分布,并根据样本计算得到概率分布函数曲线。

2) 考虑损伤的随机性,随着损伤量增加,杨氏模量的下降率小于拉伸强度的下降率,相同幅度的损伤数量变化对杨氏模量的影响小于对拉伸强度的影响。

3) 与样本的频率分布直方图相比较可知核密度估计法可以更好的拟合样本的实际分布情况。并与试验结果相比较,试验结果与仿真结果的 AD 检验结果一致,杨氏模量与拉伸强度试验值与仿真值的误差在 5% 以内。

### 参 考 文 献

- [1] 张盛. 编织陶瓷基复合材料力学行为的多尺度分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.  
ZHANG Sheng. Multi-scale analysis of the mechanical behavior for braided ceramic matrix composites[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018. (in Chinese)
- [2] 刘聪, 熊一峰, 汪文虎, 等. SiCf/SiC 复合材料铣磨表面质量评价方法试验研究[J]. 航空工程进展, 2022, 13(6): 10.  
LIU Cong, XIONG Yifeng, WANG Wenhui. Experimental investigation on evaluation method of milling-grinding surface quality for SiCF/SiC composite[J]. Advances In Aeronautical Science And Engineering, 2022, 13(6): 10. (in Chinese)
- [3] 宋迎东. 航空发动机陶瓷基复合材料结构分析与设计[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2022.  
SONG Yingdong. Structural analysis and design of ceramic matrix composites for aircraft engines[M]. Beijing: Beijing University Press, 2022. (in Chinese)
- [4] MISRA A K, GREENBAUER-SENG L A. Aerospace propulsion and power materials and structures research at NASA glenn research center[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2013, 26(2): 459-490.
- [5] NASLAIN R. Design, preparation and properties of non-oxide CMCs for application in engines and nuclear reactors: an overview[J]. Composites Science and Technology, 2004, 64(2): 155-170.
- [6] 白国栋, 童小燕, 姚磊江. 材料初始缺陷对平纹编织 C/SiC 复合材料热残余应力的影响研究[J]. 航空工程进展, 2020, 11(3): 332-337.  
BAI Guodong, TONG Xiaoyan, YAO Leijiang. Study on the influence of initial defects on thermal residual stress of plain weave C/SiC composites[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2020, 11(3): 332-337. (in Chinese)
- [7] 查旭, 杨胜春, 黄光启, 等. 陶瓷基复合材料损伤失效机理和模型研究进展[J]. 纤维复合材料, 2023, 40(3): 31-34.  
ZHA Xu, YANG Shengchun, HUANG Guangqi. Progress on damage failure mechanism and model of ceramic matrix composite[J]. Fiber Composites, 2023, 40(3): 31-34. (in Chinese)
- [8] PALEY M, ABOUDI J. Micromechanical analysis of composites by the generalized cells model[J]. Mechanics of Materials, 1992, 14(2): 127-139.
- [9] ABOUDI J, PINDER M J, ARNOLD S M. Higher-order theory for functionally graded materials[J]. Composites Part B: Engineering, 1999, 30(8): 777-832.
- [10] GAO X, LUO P, YU G, et al. Micro-XCT-based finite element method for prediction of elastic modulus of plane woven carbon fiber-reinforced ceramic matrix composites [J]. Journal of Composite Materials, 2015, 49(27): 3373-3385.
- [11] GÉLÉBART L, CHATEAU C, BORNERT M, et al. X-Ray tomographic characterization of the macroscopic porosity of chemical vapor infiltration SiC/SiC composites: effects on the elastic behavior[J]. International Journal of Applied Ceramic Technology, 2010, 7(3): 348-360.
- [12] 张博明, 唐占文, 赵琳. 考虑单向复合材料复杂微观结构的细化单胞模型[J]. 工程力学, 2012, 29(11): 46-52.  
ZHANG Boming, TANG Zhanwen, ZHAO Lin. Refined generalized method of cells with complex micro-structure of unidirectional composites[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(11): 46-52. (in Chinese)
- [13] 孔春元, 孙志刚, 高希光, 等. 2.5 维 C/SiC 复合材料单胞模型及刚度预测[J]. 航空动力学报, 2011, 26(11): 2459-2467.  
KONG Chunyuan, SUN Zhigang, GAO Xiguang, et al. Unit cell of 2.5 dimension C/SiC and its stiffness prediction [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(11): 2459-2467. (in Chinese).
- [14] CHEN Mingming, LIU Qinghui. Multi-scale modelling of progressive damage and failure behaviour of 2D woven SiC/SiC composites[J]. Ceramics International, 2021, 47(20): 28821-28836.
- [15] FAVRE J P. Characterization of fibre/resin bonding in composites using a pull-out test[J]. International Journal of Adhesion and Adhesives, 1981, 1: 234-241.
- [16] 刘春俊, 张跃, 张大海, 等. 陶瓷基复合材料纤维拔出有限元研究[J]. 稀有金属材料与工程, 2007, 36(S1): 766-

- 769.
- LIU Chunjun, ZHANG Yue, ZHANG Dahai, et al. Finite element study on fiber pulling out of ceramic matrix composites [J]. *Rare Metal Materials and Engineering*, 2007, 36 (S1): 766-769. (in Chinese)
- [17] 张鸿, 宋迎东. 陶瓷基复合材料单纤维拔出过程分析[J]. *材料科学与工程学报*, 2008, 26(6): 837-842, 873. ZHANG Hong, SONG Yingdong. Analysis of single fiber pull-out process on ceramic matrix composites [J]. *Journal of Materials Science and Engineering*, 2008, 26(6): 837-842, 873. (in Chinese)
- [18] 张鸿, 宋迎东. 陶瓷基复合材料单纤维拔出力学分析[J]. *航空动力学报*, 2007, 22(11): 1886-1892. ZHANG Hong, SONG Yingdong. Mechanical analysis of single fiber pull-out on ceramic matrix composites [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2007, 22(11): 1886-1892. (in Chinese)
- [19] 于洪明, 游慧鹏, 陈江平, 等. 纤维增强树脂基复合材料孔隙的研究[J]. *材料科学*, 2017, 7(1): 25-31. YU Hongming, YOU Huipeng, CHEN Jiangping, et al. Research on voids of fiber reinforced polymer composite [J]. *Scientific Journal of Materials Science*, 2017, 7(1): 25-31. (in Chinese)
- [20] 李亚星, 李洪双, 陈普会. 考虑孔隙随机性的 SiC/SiC 复合材料力学性能参数概率分析[J/OL]. *应用力学学报*, 2024: 1-12(2023-05-23) [2024-05-21]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1112.O3.20230522.1429.010.html>. LI Yaxing, LI Hongshuang, CHEN Puhui. Probabilistic analysis of mechanical properties of SiC/SiC composites considering pore randomness [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2024: 1-12 (2023-05-23) [2024-05-21]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1112.O3.20230522.1429.010.html>. (in Chinese)
- [21] R'MILI M, GODIN N, LAMON J. Flaw strength distributions and statistical parameters for ceramic fibers: the normal distribution [J]. *Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2012, 85(5): 051106.
- [22] CURTIN W A. Tensile strength of fiber-reinforced composites: III. beyond the traditional weibull model for fiber strengths [J]. *Journal of Composite Materials*, 2000, 34 (15): 1301-1332.
- [23] 周琪琛. 二维编织陶瓷基复合材料的多尺度力学性能研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020. ZHOU Qichen. Research on mechanical properties of 2d woven ceramic matrix composites based on multi-scale method [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020. (in Chinese)
- [24] ZHOU Lichuan, CHEN Mingwei, LIU Chuang, et al. A multi-scale stochastic fracture model for characterizing the tensile behavior of 2D woven composites [J]. *Composite Structures*, 2018, 204: 536-547.
- [25] R'MILI M, Godin N, Lamon Luc J. Flaw strength distributions and statistical parameters for ceramic fibers: the normal distribution [J]. *Physical Review E*, 2012, 85(5): 051106.
- [26] OKABE T, TAKEDA N. Size effect on tensile strength of unidirectional CFRP composites-experiment and simulation [J]. *Composites Science and Technology*, 2002, 62(15): 2053-2064.
- [27] HAO J, ZHIHONG W, CHEN Z. Parameter inversion analysis of rubber-mortar cohesive zone model in rubberized concrete [J]. *Construction and Building Materials*, 2023, 409: 133996.
- [28] HASHIN Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1980, 47(2): 329-334.
- [29] STEPHENS M A, SCHOLZ F W. K-Sample anderson-darling tests [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1987, 82(399): 918-924.
- [30] 南航. 考虑时空变异性的可靠性评估研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020. HangNAN. Research on reliability evaluation considering temporal and spatial variations [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020. (in Chinese)
- [31] 王宇, 李洪双. 最大熵准则识别材料疲劳寿命分布 [J]. *航空工程进展*, 2015, 6(3): 297-305. WANG Yu, LI Hongshuang. Maximum entropy principle for identifying the fatigue life distribution of material [J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2015, 6 (3): 297-305. (in Chinese)
- [32] The American Society for Testing and Materials. Standard test method for monotonic tensile behavior of continuous fiber-reinforced advanced ceramics with solid rectangular cross-section test specimens at ambient temperature: C 1275-00 [S]. West Conshohocken: ASTM, 2018.
- [33] The American Society for Testing and Materials. Standard test method for monotonic tensile strength testing of continuous fiber-reinforced advanced ceramics with solid rectangular cross-section specimens at ambient temperatures: C 1359-96 [S]. West Conshohocken: ASTM, 2000.

(编辑:丛艳娟)