

文章编号: 1674-8190(XXXX)XX-001-13

基于领导跟随策略的一致性编队避障控制研究

朱许¹, 王正宁¹, 章胜², 匡育衡¹, 张博涵², 黄江涛²

(1. 电子科技大学 信息与通信工程学院, 成都 611731)

(2. 中国空气动力研究与发展中心 空天技术研究所, 绵阳 621000)

摘要: 避障飞行是复杂环境中无人机集群编队飞行需要解决的重要问题。为实现无人机集群编队高效可靠的避障飞行, 基于分布式领导跟随一致性控制策略, 将无人机集群分为负责路径规划的领导者和负责编队控制的跟随者。针对包含动态障碍物的复杂环境, 提出一种改进 RRT* 路径规划算法, 为无人机集群提供实时规划路径。基于反步控制方法, 将编队一致性协议作为误差, 发展根据周围环境动态调整编队队形间距的分布式编队飞行控制律。通过构建三种不同复杂度的障碍物环境对编队避障算法进行验证, 结果表明: 本文方法能依据环境变化快速生成可行的编队飞行路径, 实现无人机集群可变间距编队飞行的精准控制, 达到无人机集群编队高效避障的目的。

关键词: 无人机集群; 编队避障; 领导跟随策略; 改进 RRT* 算法; 一致性协议; 反步法

中图分类号: V249

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.XXXX.XX.01

Obstacle avoidance control of consensus formation based on leader-following strategy

ZHU Xu¹, WANG Zhengning¹, ZHANG Sheng², KUANG Yuheng¹,

ZHANG Bohan², HUANG Jiangtao²

(1. School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

(2. Aerospace Technology Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: Obstacle avoidance flight is an important problem to be solved in cluster formation flight of UAV in complex environment. In order to achieve efficient and reliable obstacle avoidance flight, based on the distributed leader-following consensus control strategy, the UAV cluster is divided into the leader in charge of path planning and the follower responsible for formation control. An improved RRT* (rapidly-exploring random tree star) path planning algorithm is proposed to provide real-time path planning for the UAV cluster in complex environments with dynamic obstacles. Based on the backstepping control method and taking the formation consensus protocol as the error, a distributed formation flight control law is developed to dynamically adjust the formation spacing according to the environment. By constructing three kinds of obstacle environments with different complexity to validate the formation obstacle avoidance algorithm, simulation results show that the proposed approach may generate feasible formation flight paths rapidly corresponding to the environment changes, and realize the accurate control of variable spacing formation flight of UAV cluster, which achieves the goal of efficient obstacle avoidance for the cluster formation flight.

Key words: UAV cluster; formation obstacle avoidance; leader-following strategy; improved RRT* algorithm; consensus protocol; backstepping method

收稿日期: 2024-03-26; 修回日期: 2024-07-07

基金项目: 国家自然科学基金(11902332)

通信作者: 黄江涛(1982-), 男, 博士, 研究员。E-mail: hjtcyfx@163.com

引用格式: 朱许, 王正宁, 章胜, 等. 基于领导跟随策略的一致性编队避障控制研究[J]. 航空工程进展, XXXX, XX(XX): 1-13.

ZHU Xu, WANG Zhengning, ZHANG Sheng, et al. Obstacle avoidance control of consensus formation based on leader-following strategy[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, XXXX, XX(XX): 1-13. (in Chinese)

0 引言

无人机集群将一定数量的无人机有机整合,通过能力互补和行动协调,可以提高无人机整体载荷能力,避免单一无人机任务执行时容错率较差的问题,是当前无人机研究的重要方向^[1]。无人机集群编队在复杂环境中执行任务时需要根据地形地貌和周围障碍物实时动态地修正编队飞行路径并调整编队队形,因此编队避障飞行是无人机集群飞行需要解决的重要问题。

无人机集群编队避障方法一般包括模糊逻辑控制^[2]、人工势场法^[3-4]、强化学习方法^[5-6]和领导跟随策略^[7]等。其中,模糊逻辑控制中模糊规则设计缺乏统一标准,难以迁移到新环境中;人工势场法易使无人机陷入“势场”的极值点,导致无法到达目标点;强化学习对训练参数较为敏感,其收敛性不能得到保证,同时“黑箱”的强化学习模型可解释性不足,难以保证复杂环境中无人机集群避障飞行的安全。领导跟随策略将无人机集群分为负责路径规划的领导者和负责编队跟踪的跟随者,可通过分别发展高效的路径规划算法与精准的编队控制算法实现无人机集群编队的避障飞行,具有较好的工程适用性。

常见的路径规划算法包括以 RRT (Rapidly-exploring Random Tree) 算法^[8]为代表的传统路径规划算法和以遗传算法^[9]为代表的智能优化算法^[10]。传统路径规划算法可以避免智能优化算法迭代次数较多、易于陷入局部最优解的问题,其可靠性得到了广泛的验证^[11-13]。在各种传统路径规划方法中,RRT 算法因其无需建模、具有较高的计算效率而得到研究者的广泛关注^[14]。任鹏博等^[15]将 RRT 算法与 A* 算法、人工势场法进行了对比,结果显示 RRT 算法具有在高维复杂环境中快速实现路径规划的优势。为提高路径规划的效率,研究人员进一步发展了各种改进的 RRT 算法。RRT* 算法通过节点重写和路径重连手段,可以给出长度更优的规划路径; Informed-RRT* 算法在 RRT* 算法的基础上进行椭圆采样,有效提高了采样效率^[16]; 目标偏置 RRT* 算法通过加入目标偏置,使生成树朝着目标区域延展,能更快实现路径规划^[17]。但是在将 RRT 算法应用到无人机避障飞行路径规划时,存在无人机转弯约束、障碍物安全

距离以及环境的动态变化等问题,需要针对性的开展研究。

按通信拓扑结构,无人机集群编队控制可分为分散式、集中式和分布式三种,相比于分散式编队^[18]和集中式编队^[19],分布式编队通过设计一致性协议使具有某种通信拓扑的无人机集群位速状态趋于一致^[20],能有效减轻通信和计算压力,实现编队一致性收敛。常见的编队控制方法有领导跟随策略^[21]、虚拟结构法^[22]和基于行为法^[23]等方法,在这些方法中,领导跟随策略原理清晰、易于实现^[24]。郭凌^[25]基于 Lyapunov 稳定性理论,推导了连通通信拓扑结构下领导跟随一致性的充分条件; Zhu Xu 等^[26]、马超^[27]和张佳龙等^[28]将领导跟随策略与现代控制方法结合,发展了相应的分布飞行控制律。复杂环境中的编队避障飞行尤其需要考察编队可变间距的精准控制,要求飞行控制律能保证编队飞行的队形收敛,避免编队与外界障碍物发生碰撞。

针对包含动态障碍物复杂环境中无人机集群的编队避障飞行,本文基于领导跟随策略,将无人机集群实时路径规划与编队可变间距队形精准控制相结合,考虑无人机自身运动特性和环境障碍物约束,结合 Informed-RRT* 算法和目标偏置 RRT* 算法的优点,针对负责编队领航的领导者提出一种高效的改进 RRT* 路径规划算法,为无人机集群快速规划一条优化的飞行路径; 针对负责轨迹跟踪的跟随者,将编队跟踪位置和速度误差采用一致性协议进行表征,基于反步法发展分布式编队飞行控制律,根据周围环境变化动态调整编队队形间距,确保编队避障飞行的安全可靠。

1 数学模型

由于编队飞行主要是进行航迹控制,因此本文采用固定翼飞行器三自由度运动模型进行研究。首先定义相关坐标系,如图 1 所示,地面坐标系 O_g 固定于地面某点, $O_g X_g$ 轴指向正东方向, $O_g Y_g$ 轴指向正北方向, $O_g Z_g$ 轴垂直地面指向天空。编队位置参考坐标系原点 O_r 固联于集群编队中某飞行器质心, $O_r X_r$ 轴指向该机速度方向, $O_r Z_r$ 位于包含 $O_r X_r$ 轴的铅垂面内,指向下方, $O_r Y_r$ 通过右手定则确定。

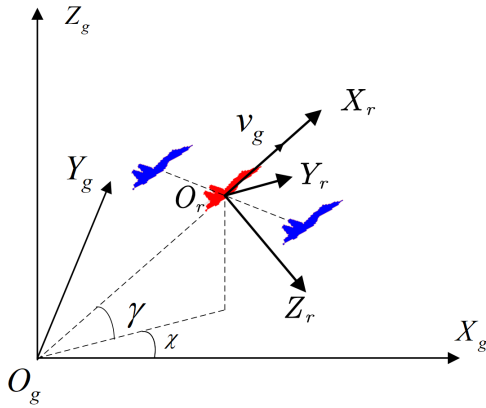


图1 无人机集群飞行示意图

Fig. 1 Illustration of the UAV cluster flight

假设无人机在地面坐标系下的位置为 $r = [r_x, r_y, r_z]^T$, 速度为 $v = [v_x, v_y, v_z]^T$, 二阶一致性控制输入为 $u = [u_x, u_y, u_z]^T$, 则无人机二阶一致性运动方程为

$$\begin{cases} \dot{r}_x = v_x, \dot{v}_x = u_x \\ \dot{r}_y = v_y, \dot{v}_y = u_y \\ \dot{r}_z = v_z, \dot{v}_z = u_z \end{cases} \quad (1)$$

根据飞行器运动学的几何关系, 速度矢量 $v = [v_x, v_y, v_z]^T$ 可表示为

$$\begin{cases} v_x = v_g \cos \gamma \cos \chi \\ v_y = v_g \cos \gamma \sin \chi \\ v_z = v_g \sin \gamma \end{cases} \quad (2)$$

式中: $v_g = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ 为速度幅值; γ 为航迹倾角; χ 为航迹方位角。

参考文献[25], 取无人机航迹层反馈控制模型为

$$\begin{cases} \dot{v}_g = c_1(v_g^c - v_g) \\ \dot{\gamma} = c_2(\gamma^c - \gamma) \\ \dot{\chi} = c_3(\chi^c - \chi) \end{cases} \quad (3)$$

式中: v_g^c, γ^c 和 χ^c 分别为无人机航迹速度指令、航迹倾角指令和航迹方位角指令; c_1, c_2 和 c_3 为一定的时间常数。

避障飞行控制即为集群无人机确定相应的编队制导指令 v_g^c, γ^c, χ^c , 引导无人机实现期望的轨迹跟踪和可变间距队形调整, 达到高效避障飞行的目的。

2 编队避障策略

为实现无人机集群编队的高效避障, 本文发展了一种基于领导跟随策略的无人机集群编队避障控制方法, 将无人机集群分成负责编队领航的领导者与跟踪设定轨迹的跟随者, 原理框图如图2所示。针对领导者在三维复杂环境中的在线路径规划, 提出了一种改进的RRT*算法实时为无人机集群编队规划可行路径, 使其满足固定翼无人机飞行的动力学约束要求, 同时保证跟随者在避免与障碍物发生碰撞的编队安全半径内飞行。针对编队飞行过程中移动障碍物带来的安全距离变化问题, 本文考虑编队可变间距飞行, 发展基于反步法的领导跟随一致性分布式编队控制, 通过不断调整编队队形中无人机之间的间隔距离, 实现无人机集群的编队避障。在无人机集群通信拓扑图具有连通性条件下, 该编队避障策略可适用于不同规模的无人机集群编队避障飞行。

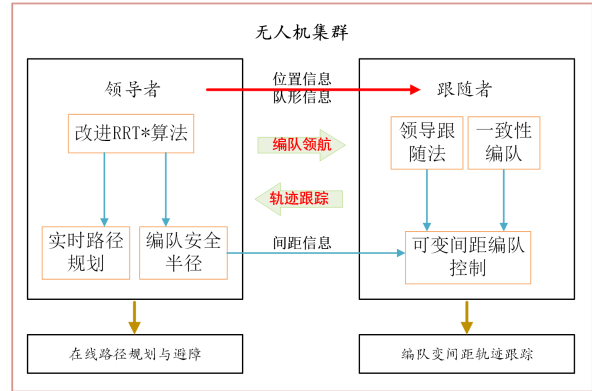


图2 分布式领导跟随一致性编队避障策略框图

Fig. 2 Block diagram of obstacle avoidance strategy of distributed leaders following consistent formation

3 基于改进RRT*的路径规划

RRT算法以样本点重构环境, 将可行样本点添加为扩展随机树 T 的叶子节点, 直到终点也被添加到 T 中, 进而回溯得到可行路径。RRT*算法在RRT算法基础上考虑了规划路径的长度代价, 通过重新布线和父节点重选, 缩短了路径长度。Informed-RRT*在三维空间中获取可行路径之后, 将采样空间限制在一个椭球形区域中, 并且随着路径长度的不断缩短, 逐渐缩小该椭球区域, 直到获得较优路径。由于椭球外的样本点不能达到缩短路径长度的目的, 通过减少对此类采样点的

必要采样可缩短路径规划时间,其路径长度也较短。目标偏置RRT*算法在采样过程中,通过对采样点方向和目标点方向分配不同权重^[14],对随机树路径规划进行启发式引导,克服了新节点扩展的盲目性。新节点 X_{New} 的表达式为

$$X_{New} = X_{Nearest} + \epsilon^* \left(\omega \frac{X_{End} - X_{Nearest}}{\|X_{End} - X_{Nearest}\|} + (1 - \omega) \frac{X_{Rand} - X_{Nearest}}{\|X_{Rand} - X_{Nearest}\|} \right) \quad (4)$$

式中: X_{End} 为终点节点; $X_{Nearest}$ 为生成随机树中距离随机采样点 X_{Rand} 最近的可行节点; $\omega \in [0, 1]$ 为目标偏置权重; ϵ 为扩展步长。

在无人机集群编队任务场景中,除了考虑地形因素,还应避开一些禁飞区域(以下统称障碍物),为无人机编队规划出一条从起点到终点的无障碍可行路径。假设编队领导者提前获取并知悉障碍物的位置信息和覆盖范围,其可根据这些信息实时为集群编队规划一条无障碍路径。如图3所示,领导者规划的路径需满足在最大编队安全半径内的无人机集群均能安全通过障碍物区域,其中最小编队安全半径 r_{safe} 需保证跟随者不与领导者碰撞,最大编队安全半径 R_{safe} 需保证跟随者不与环境障碍物碰撞。考虑无人机自身尺寸,编队参考间距 d_{FR1} 介于 r_{safe} 和 R_{safe} 之间,使得跟随者与领导者和环境障碍物保持合适的间隔距离。

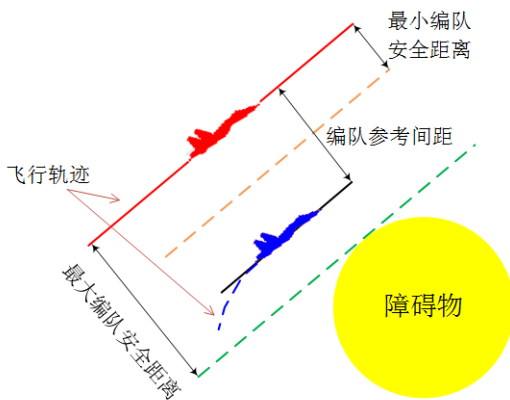


图3 编队安全距离示意图

Fig. 3 Illustration of formation safety distance

为了快速规划出一条可行路径,RRT*算法采样的次数不宜过多,而Informed-RRT*算法的椭

圆采样范围仍有些过大,目标偏置RRT*算法采样又容易出现多个较长的路径分叉。因此本文在RRT*算法基础上,结合Informed-RRT*算法和目标偏置RRT*算法的优点,提出改进的RRT*算法,通过优化采样方式提高采样效率,缩短无障碍路径长度,实现无人机路径快速规划。改进RRT*算法采样过程如图4所示,生成树包含起始节点 X_{Start} 和路径节点 $X_1 \sim X_6$,选择新加入生成随机树的 m 个节点计算出中心位置 X_{Center} (图4中取 $m=5$,注意初始阶段当生成树的节点数 $n < m$ 时,则利用该 n 个节点计算 X_{Center}),然后以 X_{Center} 为球心、 r 为半径,随机采样一个样本点 X_{Random} ,最后进行目标偏置,向 X_{End} 移动距离 l 得到新节点 X_{New} ,其中 $l \leq L_0$, L_0 为最大偏置距离, X_{New} 需在以 X_{Start} 和 X_{End} 为焦点的椭圆范围内。该算法可大概率保证 X_{New} 添加到生成随机树中,使生成树朝着终点节点 X_{End} 生长。

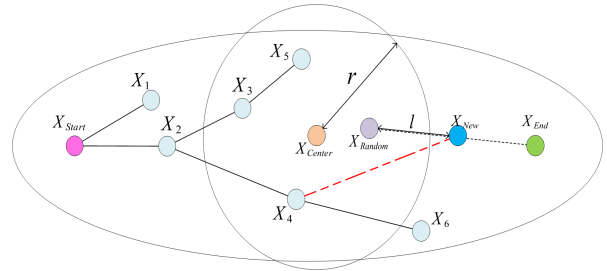


图4 改进RRT*算法采样过程

Fig. 4 Sampling process of improved RRT* algorithm

领导者在做路径规划时,除了考虑路径长度外,还应当考虑规划路径转角约束和至障碍物安全距离等因素。设无人机领导者规划的路径由 M 个路径点(不含 X_{Start} 和 X_{End})组成,则有 $M+1$ 个路径线段。设无人机路径规划的总代价为 f ,第 i 段路径的代价 f_i 由距离代价 f_{i1} 、转角代价 f_{i2} 和障碍物威胁代价 f_{i3} 三部分组成,则生成树中路径规划问题可转化为如式(5)所示的优化问题,该式给出了 X_{New} 与生成树中众多备选节点的最优连接方式,其目的是使得新添加到生成树的 X_{New} 的代价最小,即 X_{New} 到备选节点的连接代价与备选节点到起始节点的代价之和最小。

$$\begin{aligned} \min \quad & f = \sum_{i=1}^{M+1} f_i \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} f_i = \omega_1 * f_{i1} + \omega_2 * f_{i2} + \omega_3 * f_{i3} \\ f_{i1} = l_i / L_{se} \\ f_{i2} = \theta_i / \theta_{max} \\ f_{i3} = \max(1 - d_i' / d_0, 0) \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

式中: ω_1 、 ω_2 、 ω_3 分别为距离代价、转角代价和障碍物威胁代价的权重; l_i 为第*i*段路径的长度, L_{se} 为 X_{Start} 和 X_{End} 的直线距离; θ_i 为第*i*段路径与其上一段路径的转角,特别地,记 $\theta_1 = 0$, θ_{max} 为无人机可允许最大转角,当采样点和生成树中所有路径节点连线与其上一段连线夹角均大于 θ_{max} 时,则采样失败; d_i' 为最近障碍物外表面到第*i*段路径的最短距离, d_0 为障碍物向外辐射的圆环区域半径。当 X_{New} 添加到生成树后,随即判断 X_{End} 与 X_{New} 的连线是否与障碍物保持安全距离,判断该连线与前一段连线的夹角是否转角要求,若满足,则将 X_{End} 添加到生成树中,此时优化终止,通过路径回溯找到本次规划路径。

结合 Informed-RRT*算法,在椭球区域进行采样,得到新的较短规划路径后,重新构造一个更为扁平的椭球继续采样,通过不断地迭代寻优,可获得代价最小的路径。本文旨在复杂环境中快速规划一条无障碍可行路径,而过多次数迭代对规划路径性能的提升效果并不显著,反而会增加时间成本,故文章折中选择单轮路径规划进行*k*次迭代,在保证规划路径代价较小的前提下快速得到可行路径。

在障碍物环境中,在以 X_{Center} 为球心的球形区域内均匀随机采样有时会造成不必要的时间消耗,不利于快速得到可行路径;而其邻域内的两障碍物中心点 $X_{Midpoint}$ 引导无人机编队在满足最小编队安全半径 r_{safe} 条件下尽可能从障碍物之间穿插而过。因此,文章在椭球内以一定概率进行启发式采样,获取可行的 $X_{Midpoint}$,令 $X_{New} = X_{Midpoint}$,从而提高路径探索效率,缩短规划时间。此外还设置快速扩展随机树的最大容量 v_m 来限制其节点个数,防止其“野蛮”生长,必要时舍弃当前生长较差的超容量扩展随机树,避免进行繁重的计算。改进RRT*算法伪代码如算法1所示。

算法1:改进RRT*算法

输入:起始节点 X_{Start} ,终点节点 X_{End} ,障碍物列表 O ,单轮路径迭代次数*k*,启发式采样概率 p_0 ,无人机可允许最大转角 θ_{max} ,最小编队安全半径 r_{safe} ,最大编队安全半径 R_{safe} ,扩展随机树 T 的最大容量 v_m 。

输出:最短路径序列 P ,编队安全半径序列 R

1. for $m \leftarrow 1$ to k do
 2. 初始化 T ,将 X_{Start} 添加到 T 的根节点处,此时 T 的容量 $v = 1$;若 $m = 1$,记初始路径长度为 $L = 1.5 \| X_{End} - X_{Start} \|$ 。
 3. while $X_{End} \notin T$ do
 4. 以 X_{start} 和 X_{end} 为焦点构造椭球,使得椭球面上的点到两焦点的距离和为 L ,然后在椭球内进行采样,采样方式由随机数 p 确定,若 $p \leq p_0$,则进行启发式采样得到 X_{New} ;否则按图4所示方法得到 X_{New} 。
 5. 将 X_{New} 与 T 中的所有节点相连,判断连线后转角 θ 是否满足 $\theta \leq \theta_{max}$,以及连线后路径离障碍物列表 O 中最近障碍物的距离 d_i 是否满足 $d_i \geq r_{safe}$ 。记录满足上述条件的节点为备选节点 $X_i (i = 1, \dots, v)$;若所有节点均不满足,则采样失败,转至步骤4重新采样。
 6. 按公式(5)计算 X_{New} 到备选节点 $X_i (i = 1, \dots, v)$ 的路径代价 $f_{i-new} (i = 1, \dots, v)$ 与 $X_i (i = 1, \dots, v)$ 到 X_{Start} 的代价 $f_{start-i} (i = 1, \dots, v)$ 之和和 $f_{start-i-new} (i = 1, \dots, v)$,在 T 中将 X_{New} 添加到代价最小的节点 X_i 的叶子节点处,此时 T 容量 $v = v + 1$,并更新 X_{New} 到 X_{Start} 的代价 $f_{start-new} = \min_{i=1, \dots, N} f_{start-i-new}$ 。若该段路径离障碍物的最近距离 d_i 大于 R_{safe} ,则令 $d_i = R_{safe}$,并在编队安全半径列表 R_m 中添加该段路径离障碍物的最近距离 d_i 。
 7. 对 T 中节点进行重新布线和父节点重选,修正 T 中每个节点的代价 $f_{start-i} (i = 1, \dots, v)$ 。
 8. 将 X_{End} 与 X_{New} 相连,判断连线后转角 θ 是否满足 $\theta \leq \theta_{max}$,以及连线后线段离障碍物列表 O 中障碍物的最近距离 d_i 是否满足 $d_i \geq r_{safe}$,若不满足,转步骤8,否则转步骤9。
 9. 判断 T 的容量 v 是否达到最大容量 v_m 。若达到,则舍弃当前 T 中的样本点,重新开始本次路径规划;若未达到,则转至步骤4开启新的采样。
 10. 在 T 中将 X_{End} 添加到 X_{New} 的叶子节点处,并通过路径回溯得到第*m*次路径规划的路径序列 P_m 和编队安全半径序列 R_m 。
 11. 若 $m \neq k$,则计算当前路径序列 P_m 所记录的路径长度,将其更新为 L ;若 $m = k$,则记最短路径序列 $P = P_k$,编队安全半径序列 $R = R_k$ 。
 12. end while
 13. end for
-

在无人机编队飞行过程中,当环境障碍物发生改变时,领导者需要检查当前路径能否保证集群编队顺利通行,由此判断是否需要重新进行路径规划。领导者在线路径规划流程如图5所示,注

意路径重规划时应记录领导者当前的飞行状态,用于保证前后两次规划的路径衔接。需要指出的是本文方法主要针对山野环境,对于长方形迷宫形状区域建模的城市高楼环境,当空间中障碍物密度过高时,文章方法可能失效,需要发展新的启发式采样策略。

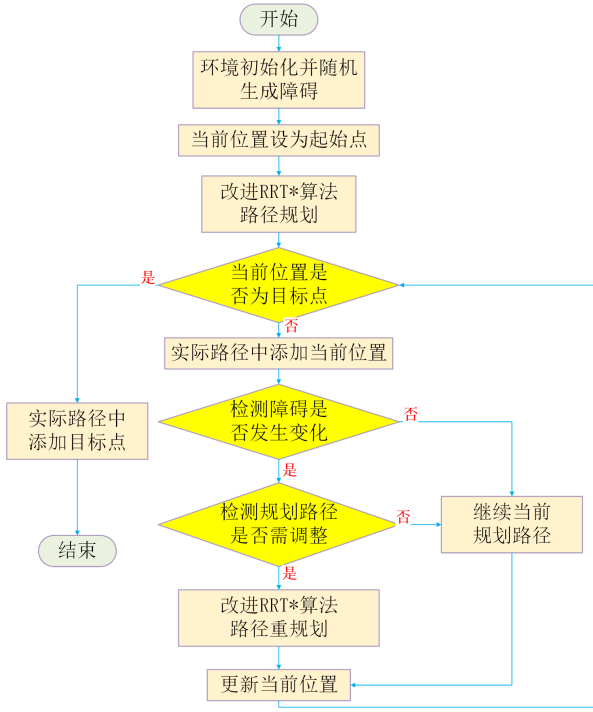


图5 在线路径规划流程图

Fig. 5 Flow chart of online path planning

4 可变间距一致性编队控制

可变间距一致性编队控制律设计原理框图如

$$\begin{cases} e_{xi} = \sum_{i,j=1}^N a_{ij} [(r_{xj} - \delta_{xj}) - (r_{xi} - \delta_{xi})] + k_i (r_x^d + \delta_{xi} - r_{xi}) \\ e_{yi} = \sum_{i,j=1}^N a_{ij} [(r_{yj} - \delta_{yj}) - (r_{yi} - \delta_{yi})] + k_i (r_y^d + \delta_{yi} - r_{yi}) \\ e_{zi} = \sum_{i,j=1}^N a_{ij} [(r_{zj} - \delta_{zj}) - (r_{zi} - \delta_{zi})] + k_i (r_z^d + \delta_{zi} - r_{zi}) \end{cases} \quad (6)$$

编队速度误差采用式(7)所示的速度一致性控制协议定义为

$$\begin{cases} e_{v_{xi}} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (v_{xj} - v_{xi}) + k_i (v_{xi}^d - v_{xi}) \\ e_{v_{yi}} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (v_{yj} - v_{yi}) + k_i (v_{yi}^d - v_{yi}) \\ e_{v_{zi}} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (v_{zj} - v_{zi}) + k_i (v_{zi}^d - v_{zi}) \end{cases} \quad (7)$$

图6所示,领导者无人机提供自身位置信息、编队队形信息和编队间距信息,跟随者无人机根据这些信息进行编队跟踪飞行,实现期望的运动轨迹。其中,编队控制律设计分为轨迹跟踪模块、可变间距模块、反步法编队指令解算模块和航迹层编队指令转换模块。轨迹跟踪模块、可变间距模块将领导者提供的信息进行预处理,其决定着编队飞行的最终效果。反步法编队指令解算模块将领导跟随一致性二阶系统分解为位置和速度两个一阶子系统,考虑编队轨迹跟踪与可变间距,通过设计的编队飞行控制律使得编队误差收敛于0,从而保证编队的精准控制。航迹层编队指令转换模块将地面坐标系下的反步法编队控制指令转换为 v_g^c 、 γ^c 和 χ^c 制导指令,实现跟随者无人机的轨迹跟踪与可变间距编队飞行控制。

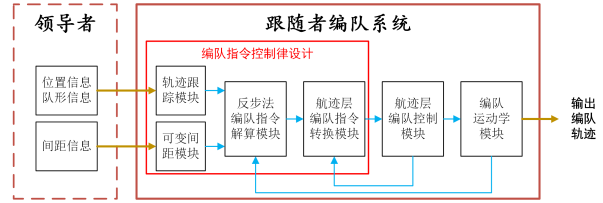


图6 可变间距一致性编队控制律设计图

Fig. 6 Design drawing of variable spacing consensus formation control law

4.1 基于反步法的二阶一致性编队控制

对于集群编队中 N 架无人机跟随者中的任意一架无人机,其编队位置误差采用式(6)所示的位置一致性控制协议定义为

式中 $i, j = 1, 2, \dots, N$; $k_i \in K$ 为领导者与跟随者通信矩阵元素, $a_{ij} \in A$ 为跟随者之间的通信拓扑邻接矩阵元素,记通信为1,不通信为0,在设计集群通信拓扑时,需满足领导者和所有跟随者具有信息可达关系; e_{xi}, e_{yi}, e_{zi} 分别表示无人机在三轴方向上的位置误差,其由等式右边两项组成,分别为跟随者编队位置协同误差、跟随者与领导者编队位置追踪误差。 $e_{v_{xi}}, e_{v_{yi}}, e_{v_{zi}}$ 分别表示无人机在空间三轴

方向的速度误差,包含跟随者编队速度协同误差、跟随者实际速度 v_{xi}, v_{yi}, v_{zi} 与理想速度 $v_{xi}^d, v_{yi}^d, v_{zi}^d$ 之间的追踪误差这两项。 $r_{xi}, r_{yi}, r_{zi}; r_{xj}, r_{yj}, r_{zj}$ 分别为第 i 架和第 j 架无人机跟随者地面坐标系下的三轴位置, $\delta_{xi}, \delta_{yi}, \delta_{zi}; \delta_{xj}, \delta_{yj}, \delta_{zj}$ 分别表示第 i 架和第 j 架无人机跟随者与领导者之间地面坐标系下的三轴间隔距离,可由编队位置参考坐标系和地面坐标系间关系转换得到; r_x^d, r_y^d, r_z^d 分别表示领导者无人机在地面坐标系下的三轴位置。将所有无人机的位置、速度误差统一表示,式(6)和式(7)可以改写为

$$\begin{cases} e_x = -(L + K)(r_x - r_x^d I_N - \delta_x) \\ e_y = -(L + K)(r_y - r_y^d I_N - \delta_y) \\ e_z = -(L + K)(r_z - r_z^d I_N - \delta_z) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} e_{v_x} = -(L + K)(v_x - v_x^d) \\ e_{v_y} = -(L + K)(v_y - v_y^d) \\ e_{v_z} = -(L + K)(v_z - v_z^d) \end{cases} \quad (9)$$

式中: L 为跟随者之间的拉普拉斯矩阵; K 为领导者与跟随者的通信矩阵; I_N 为 N 维全1列向量。

对式(8)和式(9)求导,可进一步简化得到位置误差运动学模型为

$$\begin{cases} \dot{e}_x = -(L + K)(\dot{r}_x - \dot{r}_x^d I_N - \dot{\delta}_x) \\ \dot{e}_y = -(L + K)(\dot{r}_y - \dot{r}_y^d I_N - \dot{\delta}_y) \\ \dot{e}_z = -(L + K)(\dot{r}_z - \dot{r}_z^d I_N - \dot{\delta}_z) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_{v_x} = -(L + K)(u_x - \dot{v}_x^d) \\ \dot{e}_{v_y} = -(L + K)(u_y - \dot{v}_y^d) \\ \dot{e}_{v_z} = -(L + K)(u_z - \dot{v}_z^d) \end{cases} \quad (11)$$

根据反步法控制原理,取

$$\begin{cases} \dot{e}_x = -\lambda_x e_x, & \dot{e}_{v_x} = -\lambda_{v_x} e_{v_x} \\ \dot{e}_y = -\lambda_y e_y, & \dot{e}_{v_y} = -\lambda_{v_y} e_{v_y} \\ \dot{e}_z = -\lambda_z e_z, & \dot{e}_{v_z} = -\lambda_{v_z} e_{v_z} \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z, \lambda_{v_x}, \lambda_{v_y}, \lambda_{v_z}$ 均为大于0的常数。

综上,本文设计地面坐标系下三轴方向的两阶一致性编队控制律如下:

$$\begin{cases} u_x = (L + K)^{-1}(e_x + \lambda_{v_x} e_{v_x}) + \dot{v}_x^d \\ u_y = (L + K)^{-1}(e_y + \lambda_{v_y} e_{v_y}) + \dot{v}_y^d \\ u_z = (L + K)^{-1}(e_z + \lambda_{v_z} e_{v_z}) + \dot{v}_z^d \end{cases} \quad (13)$$

式中: v_x^d, v_y^d, v_z^d 为无人机期望速度控制指令,它们是反步法设计过程中虚拟控制量 v_x, v_y, v_z 的期望值。

$$\begin{cases} \dot{v}_x^d = -\lambda_x(r_x - r_x^d I_N - \delta_x) + \dot{r}_x^d I_N + \dot{\delta}_x \\ \dot{v}_y^d = -\lambda_y(r_y - r_y^d I_N - \delta_y) + \dot{r}_y^d I_N + \dot{\delta}_y \\ \dot{v}_z^d = -\lambda_z(r_z - r_z^d I_N - \delta_z) + \dot{r}_z^d I_N + \dot{\delta}_z \end{cases} \quad (14)$$

其导数可相应计算为

$$\begin{cases} \ddot{v}_x^d = -\lambda_x(v_x - \dot{r}_x^d I_N - \dot{\delta}_x) + \ddot{r}_x^d I_N + \ddot{\delta}_x \\ \ddot{v}_y^d = -\lambda_y(v_y - \dot{r}_y^d I_N - \dot{\delta}_y) + \ddot{r}_y^d I_N + \ddot{\delta}_y \\ \ddot{v}_z^d = -\lambda_z(v_z - \dot{r}_z^d I_N - \dot{\delta}_z) + \ddot{r}_z^d I_N + \ddot{\delta}_z \end{cases} \quad (15)$$

式中: $\dot{r}_x^d, \dot{r}_y^d, \dot{r}_z^d; \ddot{r}_x^d, \ddot{r}_y^d, \ddot{r}_z^d$ 分别为领导者无人机三轴速度和三轴加速度; $\dot{\delta}_x, \dot{\delta}_y, \dot{\delta}_z; \ddot{\delta}_x, \ddot{\delta}_y, \ddot{\delta}_z$ 分别为跟随者与领导者的间距变化速度和间距变化加速度。

4.2 稳定性分析

定理 1 针对无人机集群编队飞行控制,采用式(13)给出的分布式一致性控制律,集群编队队形可以实现稳定收敛。

证明: 通过编队位置误差 e_x, e_y, e_z 和编队速度误差 $e_{v_x}, e_{v_y}, e_{v_z}$ 满足 Lyapunov 稳定性进行证明。构造 Lyapunov 函数

$$V(e_x, e_y, e_z, e_{v_x}, e_{v_y}, e_{v_z}) =$$

$$\frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 + e_{v_x}^2 + e_{v_y}^2 + e_{v_z}^2)$$

当误差 $e_x, e_y, e_z, e_{v_x}, e_{v_y}, e_{v_z} \rightarrow \infty$ 时,

$V(e_x, e_y, e_z, e_{v_x}, e_{v_y}, e_{v_z}) \rightarrow \infty$, 对其求导可得

$\dot{V}(e_x, e_y, e_z, e_{v_x}, e_{v_y}, e_{v_z}) = e_x^T \dot{e}_x + e_y^T \dot{e}_y + e_z^T \dot{e}_z + e_{v_x}^T \dot{e}_{v_x} + e_{v_y}^T \dot{e}_{v_y} + e_{v_z}^T \dot{e}_{v_z}$ 由于三轴误差的稳定性分析方法相同且计算过程相互独立,下面分析仅用 x 轴方向证明, y, z 轴方向证明同理。

$$\dot{V}_x(e_x, e_{v_x}) = e_x^T \dot{e}_x + e_{v_x}^T \dot{e}_{v_x} = e_x^T \dot{e}_x +$$

$$e_{v_x}^T [-(L + K)(u_x - \dot{v}_x^d)] = e_x^T \dot{e}_x +$$

$$e_{v_x}^T [-(L + K)((L + K)^{-1}$$

$$(e_x + \lambda_{v_x} e_{v_x}) + \dot{v}_x^d - \dot{v}_x^d)] = e_x^T \dot{e}_x - e_{v_x}^T e_x - \lambda_{v_x} e_{v_x}^2 =$$

$$e_x^T [-(L + K)(v_x - \dot{r}_x^d I_N - \dot{\delta}_x) - e_{v_x}] - \lambda_{v_x} e_{v_x}^2 =$$

$$e_x^T [-(L + K)(v_x - \dot{r}_x^d I_N - \dot{\delta}_x) +$$

$$(L + K)(v_x - v_x^d)] - \lambda_{v_x} e_{v_x}^2 =$$

$$e_x^T [-(L + K)(-\dot{r}_x^d I_N - \dot{\delta}_x + v_x^d)] - \lambda_{v_x} e_{v_x}^2 =$$

$$e_x^T [(L + K)\lambda_x(r_x - r_x^d I_N - \delta_x)] - \lambda_{v_x} e_{v_x}^2 = -\lambda_x e_x^2 -$$

$$\lambda_{v_x} e_{v_x}^2 < 0$$

(16)

由于 $\dot{V}_x(e_x, e_{v_x})$ 负定, 则 x 轴方向位置误差和速度误差均收敛于 0, 同理可证 $\dot{V}_y(e_y, e_{v_y})$ 和 $\dot{V}_z(e_z, e_{v_z})$ 负定, 因此 $\dot{V}(e_x, e_y, e_z, e_{v_x}, e_{v_y}, e_{v_z}) < 0$, 故式(13)给出的二阶一致性编队控制律满足 Lyapunov 稳定性, 能使编队位置、速度误差均最终收敛于 0, 从而保证了无人机集群编队飞行的队形收敛。

4.3 航迹层编队指令计算

将式(13)所示的地面坐标系下的控制指令转化为制导指令, 再通过式(3)给出的航迹层编队反馈控制使得编队收敛。对于第 i 架无人机, 有

$$\begin{cases} v_{xi} = v_{gi} \cos \gamma_i \cos \chi_i \\ v_{yi} = v_{gi} \cos \gamma_i \sin \chi_i \\ v_{zi} = v_{gi} \sin \gamma_i \end{cases} \quad (17)$$

令 $U_i = [u_{xi}, u_{yi}, u_{zi}]^T$, $V_i = [v_{gi}, \gamma_i, \chi_i]^T$, 式(17)对时间求导可得

$$\dot{U}_i = W_i \dot{V}_i \quad (18)$$

其中, $W_i = \begin{bmatrix} \cos \gamma_i \cos \chi_i & -v_{gi} \sin \gamma_i \cos \chi_i & -v_{gi} \cos \gamma_i \sin \chi_i \\ \cos \gamma_i \sin \chi_i & -v_{gi} \sin \gamma_i \sin \chi_i & v_{gi} \cos \gamma_i \cos \chi_i \\ \sin \gamma_i & v_{gi} \cos \gamma_i & 0 \end{bmatrix}$ 。

令 $C_i = \begin{bmatrix} c_{1i} & 0 & 0 \\ 0 & c_{2i} & 0 \\ 0 & 0 & c_{3i} \end{bmatrix}$, $V_i^c = [v_{gi}^c, \gamma_i^c, \chi_i^c]^T$, 根据

式(3), 可得

$$\dot{V}_i = -C_i V_i + C_i V_i^c \quad (19)$$

将式(19)代入式(18), 有

$$\dot{U}_i = W_i C_i (-V_i + V_i^c) \quad (20)$$

从而可解得第 i 架无人机航迹层制导指令为

$$V_i^c = C_i^{-1} W_i^{-1} U_i + V_i \quad (21)$$

5 仿真实验

为了验证分布式领导跟随一致性编队避障控制效果, 本文无人机集群设定 1 个领导者和 4 个跟随者, 各无人机的通信拓扑关系如图 7 所示, 其中 UAV0 为领导者, UAV1-4 为跟随者。无人机初始状态如表 1 所示。

从图 7 可以看出: 跟随者邻接矩阵 A 、领导者与跟随者通信矩阵 K 如下, 该通信拓扑具有连通性, 满足领导者到所有跟随者的通信可达要求。

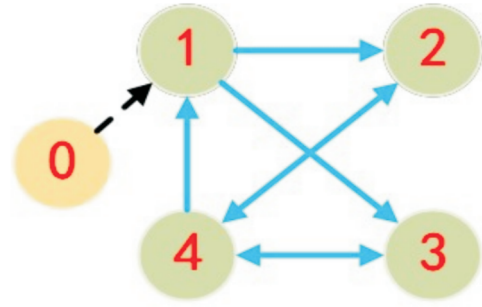


图 7 无人机集群通信拓扑图

Fig. 7 Topology diagram of UAV cluster communication

表 1 无人机集群初始状态表
Table 1 Initial state table of UAV cluster

无人机	位置/m	速度/(m·s ⁻¹)	倾角/rad	方位角/rad
UAV0	(50, 50, 150)	100	0	0
UAV1	(30, 40, 130)	80	0	0.2
UAV2	(60, 20, 130)	90	0.01	0.3
UAV3	(50, 30, 140)	110	-0.02	0.15
UAV4	(10, 50, 110)	100	0.05	-0.2

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

假设无人机集群在存在圆锥山峰和球形障碍物的山野环境下进行避障任务。仿真环境设置如下: 在含有 8 座山峰的 2 500 m × 2 500 m × 800 m 的长方体空间内随机均匀初始化 10、15、20 个半径为 200 m 的黑色球形障碍物区域, 分别对应简单环境、一般环境和复杂环境三种障碍物环境状态, 其球形障碍物空间占比分别为 6.70%、10.05%、13.40%。设置障碍物改变随机因子 σ , 当 $\sigma < \sigma_0 = 0.05$ 时, 障碍物位置重新初始化, 需确保重新初始化的障碍物不与飞行过程中的无人机集群发生碰撞; 设定无人机集群的打击目标为以坐标 (2 400 m, 2 400 m, 250 m) 为球心、半径为 100 m 的黄色球形目标区域, 领导者需根据全部障碍物信息从其当前位置快速规划一条无碰撞路径, 跟随者需在以领导者位置为球心、半径为 $r_{UAV} = 100$ m 的范围内进行菱形编队飞行。设定集群中每架无人机的时间常数 $c_{1i} = c_{2i} = c_{3i} = 10$, $i = 1, 2, 3, 4$, 路径规划时代价权重 $w_1 = w_2 = w_3 = \frac{1}{3}$, 无人机允许最

大转角为 $\theta_{max} = 25^\circ$, 障碍物向外辐射的圆环区域半径 $d_0 = 100$ m, 最小编队安全半径 $r_{safe} = 50$ m, 最大编队安全半径 R_{safe} 需要大于最小编队安全半径 r_{safe} , 又由于最大编队安全半径 R_{safe} 不可能无限远, 导致编队过于分散, 因此设置最大编队安全半径的上限为 $R_{safe} \leq R'_{safe} = 200$ m, 令编队参考间距 $d_{FRI} = \frac{R_{safe}}{2}$, 则跟随者在距领导者 50 m~100 m 位置处飞行, 此时最近的障碍物距领导者至少有 200 m, 距离跟随者至少有 100 m, 足以保证编队飞行的安全性。无人机三轴间隔距离 $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ 可由编队参考间距 d_{FRI} 和编队队形解算得到。设置启发式采样概率为 $p_0 = 0.05$, 扩展随机树 T 的最大容量为 $v_m = 500$ 。

在 Informed-RRT* 算法和改进 RRT* 算法路径规划第 $k=1$ 次采样中, 定义椭球范围为其椭球面上的点到起点和目标点的距离和等于 1.5 倍起点到目标点距离, 通过 $k=3$ 次迭代优化, 压缩椭球采样范围获得较短路径。领导者在复杂环境中的初始路径规划三维图如图 8~图 10 所示, 相应的二维投影图如图 11~图 13 所示。Informed-RRT* 算法由于是在椭球范围内采样, 快速生成树节点十分密集, 其采样过程有一定的盲目性; 目标偏置 RRT* 算法的采样点虽在向终点靠近, 但由于是在整个空间内采样, 易产生不必要的路径分支; 本文采用的改进 RRT* 算法将采样范围限定在以 X_{Center} 为球心的邻域范围内, 可添加较少节点实现路径规划。

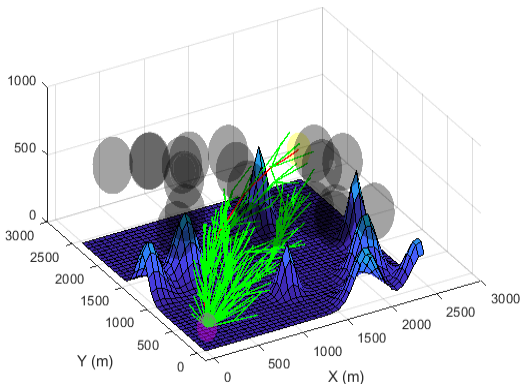


图 8 领导者路径规划三维图——Informed-RRT*
Fig. 8 Three-dimensional diagram of leader path planning (Informed-RRT*)

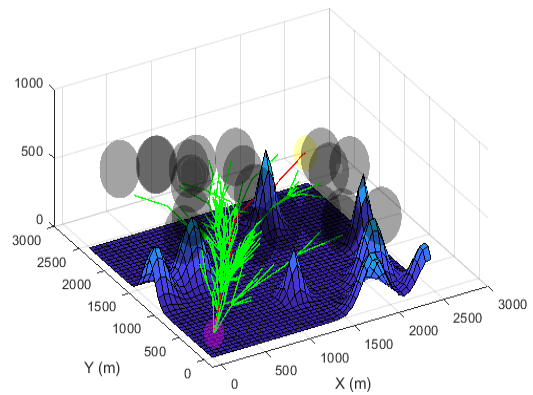


图 9 领导者路径规划三维图——目标偏置 RRT*
Fig. 9 Three-dimensional diagram of leader path planning (Target bias RRT*)

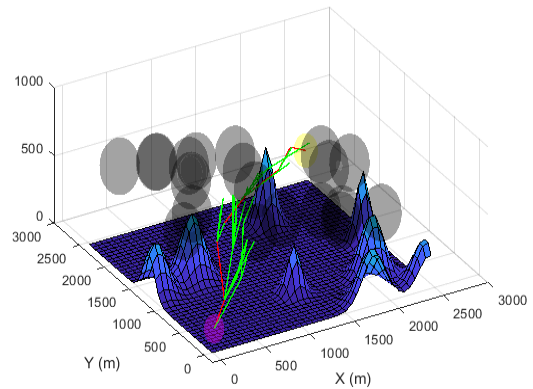


图 10 领导者路径规划三维图——改进 RRT*
Fig. 10 Three-dimensional diagram of leader path planning (Improved RRT*)

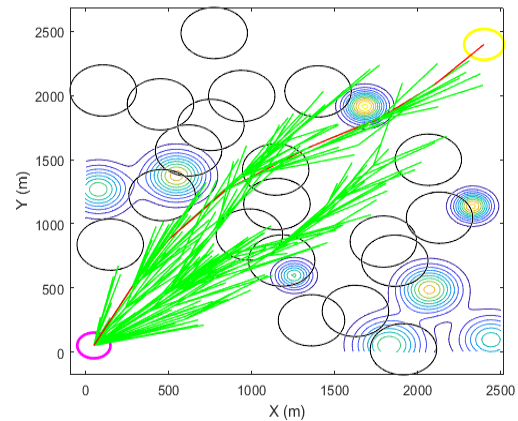


图 11 领导者路径规划二维投影图——Informed-RRT*
Fig. 11 Two-dimensional profile of leader path planning (Informed-RRT*)

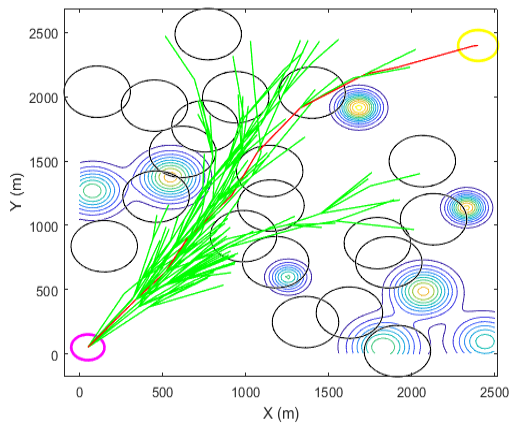


图 12 领导者路径规划二维投影图——目标偏置 RRT*
Fig. 12 Two-dimensional profile of leader path planning (Target bias RRT*)

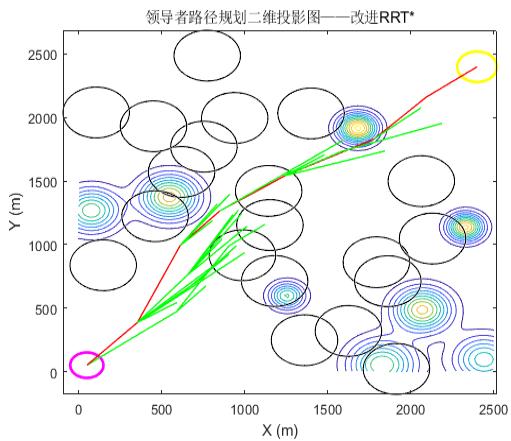


图 13 领导者路径规划二维投影图——改进 RRT*
Fig. 13 Two-dimensional profile of leader path planning (Improved RRT*)

无人机集群实时路径规划与编队避障仿真结果如图 14~图 18 所示,领导者 UAV0 与跟随者 UAV1-4 呈正方形编队,编队参考间距 d_{FRI} 随障碍物位置变化而动态调整,实现了整个无人机集群可变间距编队的避障控制。其中,图 13 为编队初始规划路径,当障碍物位置发生变化时,领导者检查当前路径是否受阻,若受阻则重新规划路径,如图 15~图 16 所示,未受阻则继续按原来规划的路径飞行,如图 17 所示,无人机集群最终轨迹如图 17 所示,仿真结果验证了基于改进 RRT* 路径规划的可行性。

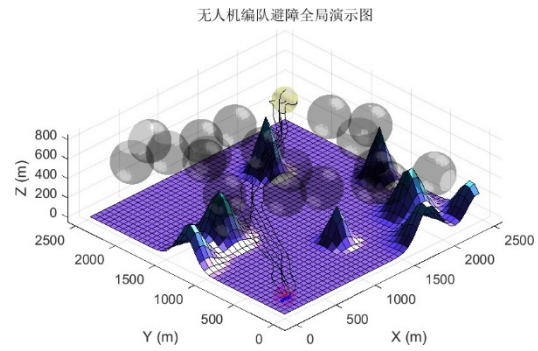


图 14 编队初始路径规划
Fig. 14 Formation initial path planning

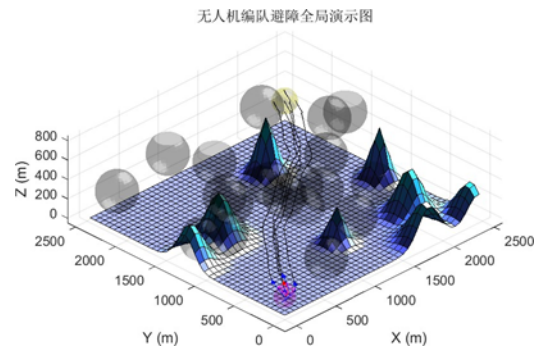


图 15 编队路径重规划
Fig. 15 Formation path re-planning

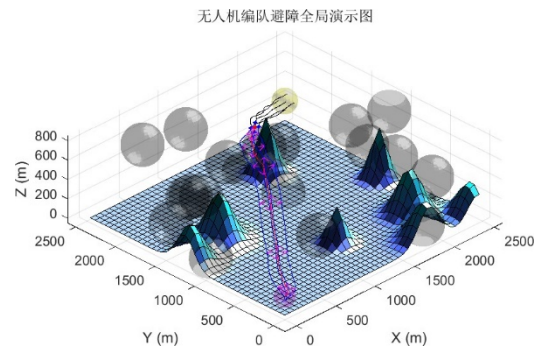


图 16 编队路径重规划
Fig. 16 Formation path re-planning

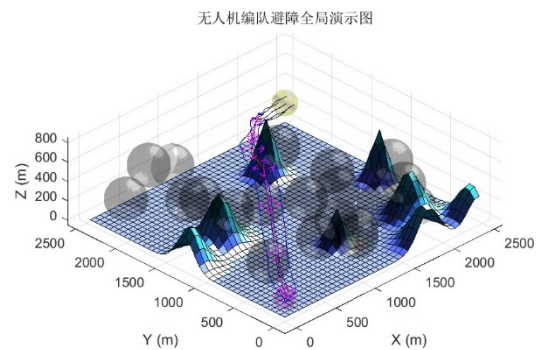


图 17 编队路径保持
Fig. 17 Formation path keeping

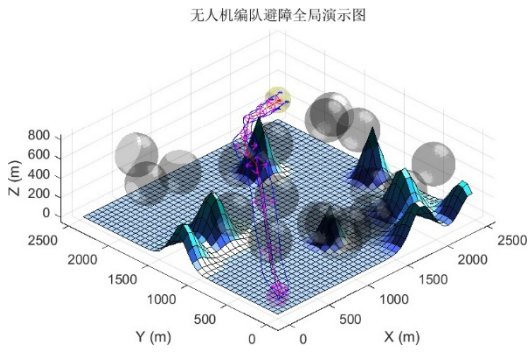


图 18 编队到达目标区域
Fig. 18 Formation arrives at target area

无人机编队三轴位置飞行曲线如图 19 所示,可以看出:多轮路径重规划前后轨迹衔接平滑,转角自然,满足飞行器动力学连续的要求。

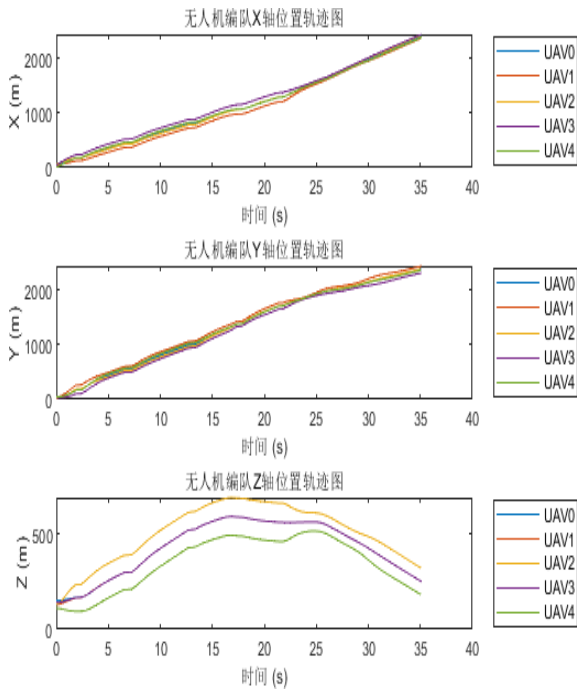


图 19 无人机编队三轴位置曲线
Fig. 19 Three-axis position curve of UAV cluster

无人机编队航迹层制导指令如图 20 所示,可以看出:制导指令平滑,有效实现了无人机集群编队的可变间距控制。

无人机集群编队队形间距调整及误差图如图 21 所示,编队参考间距由动态环境情况实时解算,可以看出:跟随者 UAV1-4 在每段路径中动态调整与领导者 UAV0 的间距,并收敛到编队参考间距处,编队间距误差也随之收敛,实现编队避障,验证了无人机集群可变间距飞行控制律的可行性。

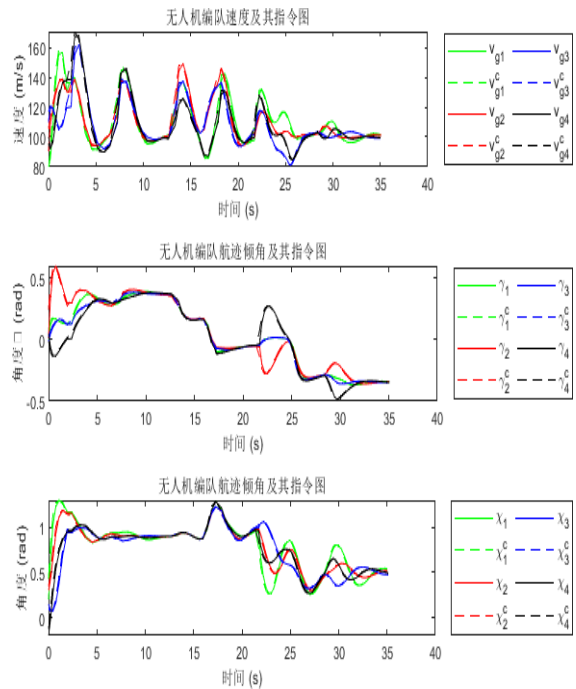


图 20 无人机编队航迹控制指令
Fig. 20 Trajectory control commands of UAV cluster

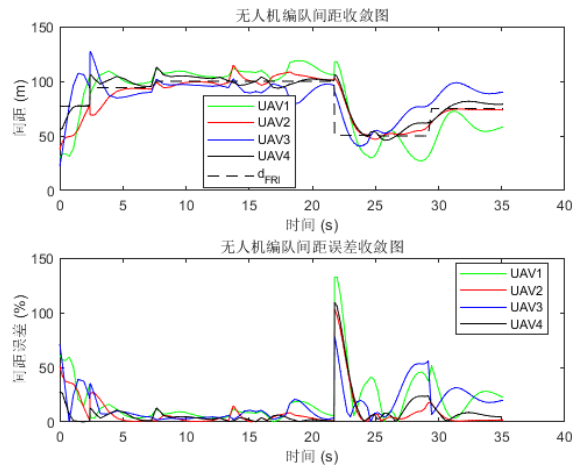


图 21 编队间距调整及误差图
Fig. 21 Formation spacing adjustment and error diagram

分别对简单环境、一般环境和复杂环境进行仿真,每轮路径规划都进行 $k=3$ 次路径迭代,表在线路径规划结果如表 2 所示,可以看出:随着障碍物个数增加,导致有限空间内单轮三次路径规划平均采样次数增加,求解出可行路径时间也将增加。在障碍物较为分散的简单环境中,相比 Informed-RRT*算法,目标偏置 RRT*算法的目标引导性优势比较突出,易通过较少次数的采样就能规划出一条可行路径;而随着障碍物变得密集时,Informed-RRT*算法的椭圆区域采样优势比较突出,能快速规划出一条可行路径;本文采用的改进

RRT*算法很好地结合了二者的优点,并通过三次迭代对单轮路径进行优化,降低单轮路径规划的采样次数,缩短了单轮路径规划时间,在复杂环境下的平均规划时间为0.5 s左右,最大时间也小于1.5 s,规划的路径代价、路径长度也相对较小,很

好地满足了复杂环境下无人机集群编队实时路径规划任务要求。需要指出的是目前文章实现的RRT*算法代码尚未经过优化和加速,未来工程应用中,可以将代码实现为C代码并进行优化以及加速处理,算法计算效率可以进一步提升。

表2 编队集群避障飞行在线路径规划仿真结果
Table 2 Results of online path planning for the cluster obstacle-avoidance flight

环境情况	路径规划算法	单轮路径优化平均采样次数/次	单轮路径优化平均时间/s	单轮路径优化最大时间/s	单轮路径优化转角度数/(°)	初始路径规划代价	初始路径规划长度/m
简单环境	改进RRT*	49.56	0.1269	0.2415	13.61	9.5531	3412.72
	Informed-RRT*	244.33	0.2881	0.5671	14.43	10.1541	3425.81
	目标偏置RRT*	134.00	0.1945	0.4548	15.51	10.8877	3415.61
一般环境	改进RRT*	199.29	0.2363	0.6304	16.11	11.3447	3432.92
	Informed-RRT*	296.00	0.3289	0.8209	17.13	12.1749	3448.35
	目标偏置RRT*	441.85	0.4832	1.3785	17.33	12.2169	3441.27
复杂环境	改进RRT*	533.36	0.5888	1.3909	14.68	11.8122	3466.15
	Informed-RRT*	831.71	0.8757	2.1414	16.96	12.1686	3542.27
	目标偏置RRT*	1685.00	1.5757	3.8938	16.91	12.0146	3486.19

6 结 论

针对包含动态障碍复杂环境中的无人机集群编队避障飞行,发展了一种基于分布式领导跟随策略的一致性避障飞行控制方法。研究表明提出的改进RRT*算法能在复杂环境中,根据移动障碍物的动态变化实时规划出一条优化的可行机动路径,平均规划时间小于1 s。设计的领导跟随一致性编队反步控制方法可以在理论上保证系统的稳定性,使变间距编队飞行中的位置误差和速度误差快速收敛于零,实现了无人机集群编队避障飞行的精准控制。

文章通过结合在线路径规划与一致性分布式编队飞行控制实现了无人机集群的协同飞行,为无人机集群编队避障提供了一种工程可行的方案,后续将进一步考虑分布式控制中的通信延迟与通信拓扑变化等问题,进一步提高方法的可靠性与鲁棒性。

参 考 文 献

- [1] 李鹏举,毛鹏军,耿乾,等. 无人机集群技术研究现状与趋势[J]. 航空兵器, 2020, 27(4): 25-32.
LI Pengju, MAO Pengjun, QianGEN, et al. Research status and trends of unmanned aerial vehicle cluster technology [J]. Aviation Weapons, 2020, 27(4): 25-32. (in Chinese)
- [2] PRADHAN S K, PARHI D R, PANDA A K. Neuro-fuzzy technique for navigation of multiple mobile robots[J]. Fuzzy Optimization and Design Making, 2006, 5(3): 255-288.
- [3] ZHANG Xianyin, DUAN Haibin. Altitude consensus based 3D flocking control for fixed-wing unmanned aerial vehicle swarm trajectory tracking[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2016, 230(14): 2628-2638.
- [4] LIU Jianying, GUO Ziqi, LIU Shiyue. The simulation of the UAV collision avoidance based on the artificial potential field method[J]. Advanced Materials Research, 2012, 591-593: 1400-1404.
- [5] FANG Bin, FENG Xiaofeng, XU Shuo. Research on cooperative collision avoidance problem of multiple UAV based on reinforcement learning[C]// International Conference on Intelligent Computation Technology & Automation (ICICTA). Changsha: IEEE, 2017: 103-109.
- [6] 张仕充. 基于强化学习的多无人机路径规划[D]. 成都: 四川大学, 2021.
ZHANG Shichong. Multiple UAV path planning based on reinforcement learning [D]. Chengdu: Sichuan University, 2021. (in Chinese)
- [7] 李航. 领导-跟随结构下的四旋翼无人机协同编队控制与避障研究[D]. 北京: 北京化工大学, 2023.
LI Hang. Research on cooperative formation control and obstacle avoidance of four-rotor UAV with leader-follower structure [D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2023. (in Chinese)
- [8] 徐小小,周启银,席艳艳,等. 基于改进RRT算法的路径规划[J]. 中国科技信息, 2023(17): 124-127.
XU Xiaoxiao, ZHOU Qiyin, XI Yanyan, et al. Path planning based on improved RRT algorithm [J]. China Science

- and Technology Information, 2023(17): 124-127. (in Chinese)
- [9] 李艳杰. 基于采样与遗传算法的移动机器人路径规划技术研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2021.
LI Yanjie. Research on path planning of mobile robot based on sampling and genetic algorithm[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2021. (in Chinese)
- [10] 杨旭, 王锐, 张涛. 面向无人机集群路径规划的智能优化算法综述[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2291-2302.
YANG Xu, WANG Rui, ZHANG Tao. Overview of intelligent optimization algorithms for path planning of UAV clusters[J]. Control Theory and Application, 2020, 37(11): 2291-2302. (in Chinese)
- [11] 黄令苇, 全燕鸣, 王荣辉. 基于安全 A* 算法的 AGV 路径规划[J]. 自动化与仪表, 2021, 36(1): 45-48.
HUANG Lingwei, QUAN Yanming, WANG Ronghui. AGV path planning based on security A* algorithm[J]. Automation & Instrumentation, 2021, 36(1): 45-48. (in Chinese)
- [12] JAYAWEERA H M, HANOUN S. A dynamic artificial potential field (D-APF) UAV path planning technique for following ground moving targets[J]. IEEE Access, 2020, 8: 192760-192776.
- [13] WANG Jiankun, LI Baopu, MENG Max Q. -H. Kinematic constrained bi-directional RRT with efficient branch pruning for robot path planning[J]. Expert Systems with Applications, 2021, 170: 114541.
- [14] 刘君兰, 张文博, 姬红兵, 等. 无人机集群路径规划算法研究综述[J]. 航天电子对抗, 2022, 38(1): 9-12.
LIU Junlan, ZHANG Wenbo, JI Hongbing, et al. A survey of UAV cluster path planning algorithms [J]. Aerospace Electronic Warfare, 2022, 38(1): 9-12. (in Chinese)
- [15] 任鹏博, 董泽华. 基于 RRT 算法的无人机路径规划应用研究[J]. 现代导航, 2022, 13(1): 62-66.
REN Pengbo, DONG Zehua. Application of path planning for unmanned aerial vehicles based on RRT algorithm[J]. Modern Navigation, 2022, 13(1): 62-66. (in Chinese)
- [16] GAMMELL J D, SRINIVASA S S, BARFOOT T D. Informed RRT*: optimal sampling-based path planning focused via direct sampling of an admissible ellipsoidal heuristic [C]// 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014). Chicago: IEEE, 2014: 2997-3004.
- [17] 徐江鹏, 王传安, 孙若鹏, 等. 基于改进 RRT* 算法的机器人自主式移动路径规划研究[J]. 北部湾大学学报, 2023, 38(6): 45-50.
XU Jiangpeng, WANG Chuanan, SUN Ruopeng, et al. Research on autonomous mobile path planning of robot based on improved RRT* algorithm[J]. Journal of the University of Gulf of Tonkin, 2023, 38(6): 45-50. (in Chinese)
- [18] 杨立炜, 付丽霞, 李萍. 多智能体系统编队控制发展综述[J]. 电子测量技术, 2020, 43(24): 18-27.
YANG Liwei, FU Lixia, Li Ping. Review of the development of Multiagent system formation control[J]. Electronic Measurement Technology, 2020, 43(24): 18-27. (in Chinese)
- [19] 方一成. 多 AUV 路径规划与编队控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2018.
FANG Yicheng. Multiple AUV path planning and formation control[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2018. (in Chinese)
- [20] YU Zunjie, ZHANG Weihai, MA Limin. Finite-time consensus for the second-order leader-following nonlinear multi-agent system with event-triggered communication[J]. Journal of the Franklin Institute, 2022, 359(12): 6486-6502.
- [21] CHEN Shijie, DAI Jiahao, YI Jingwen, et al. An optimal design of the leader-following formation control for discrete multiagent systems [J]. IFAC Papers On Line, 2022, 55(3): 201-206.
- [22] YANG Qingkai, CAO Ming, FANG Hao, et al. Distributed formation stabilization for mobile agents using virtual tensegrity structures[C]// 2015 34th Chinese Control Conference (CCC). Hangzhou: IEEE, 2015: 447-452.
- [23] SOLEYMANI T, SAGHAFI F. Behavior-based acceleration commanded formation flight control[C]// International Conference on Control, Automation and Systems (IC-CAS). Gyeonggi-do: IEEE, 2010: 1340-345.
- [24] DESAI J, OSTROWSKI J, KUMAR V. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2001, 17(6): 905-908.
- [25] 郭凌. 多智能体系统一致性与复杂网络同步控制研究[D]. 长沙: 中南大学, 2013.
GUO Ling. Research on multi-agent system consistency and synchronization control in complex networks [D]. Changsha: Central South University, 2013.
- [26] ZHU Xu, HUANG Jiangtao, ZHANG Sheng, et al. Optimal Design of UAVs Leader-Following Consensus Formation Control Based on Riccati Equation[C]// 2023 42nd Chinese Control Conference (CCC), Tianjin: IEEE, 2023: 1542-1548.
- [27] 马超. 基于滑模的多机器人一致性的研究[D]. 北京: 华北电力大学(北京), 2017.
MA Chao. Research on multi-robot consistency based on sliding mode[D]. Beijing: North China Electric Power University (Beijing), 2017.
- [28] 张佳龙, 闫建国, 张普. 基于反步推演法的多机编队队形重构控制[J]. 航空学报, 2019, 40(11): 323177-323177.
ZHANG Jialong, YAN Jianguo, ZHANG Pu. Multiple aircraft formation reconstruction control based on backstepping deduction method [J]. Journal of Aeronautics, 2019, 40(11): 208-220. (in Chinese)

(编辑:马文静)