文章编号:1674-8190(2024)05-079-07

# 基于声阻抗匹配理论的弹性吸收体研究

王正东<sup>1</sup>,卡主草<sup>1</sup>,胡林欢<sup>1</sup>,燕群<sup>2</sup>,延浩<sup>2</sup>,高洁<sup>1</sup>,田野<sup>1</sup>,李勇<sup>3</sup>
(1.陕西师范大学陕西省超声学重点实验室,西安 710119)
(2.中国飞机强度研究所航空声学与振动航空科技重点实验室,西安 710065)
(3.同济大学声学研究所,上海 200092)

**摘 要:**基于时域耦合模型理论的吸收体研究,不适用于所有模型,且基于此理论的设计过程复杂,难以在工 业工程得到广泛应用。因此提出一种基于声阻抗匹配理论的弹性吸收体的研究方法,并通过理论计算、数值仿 真以及实验对吸收体的吸收曲线进行验证。结果表明:本文提出的方法能够快速、简便地实现弹性吸收体的结 构设计,无需额外附加阻尼材料,更有利于满足航空工程中对于结构轻量化的要求,为振动波吸收领域,尤其是 弯曲波的高效吸收和减振设计研究带来了新的可能性。

关键词:弯曲波完全吸收;梁板结构;声阻抗匹配;吸收曲线;减振设计;无阻尼吸收
 中图分类号: V214; O422.4
 DOI: 10. 16615/j. cnki. 1674-8190. 2024. 05. 07

# Study on elastic absorbers based on the theory of acoustic impedance matching

WANG Zhengdong<sup>1</sup>, KA Zhucao<sup>1</sup>, HU Linhuan<sup>1</sup>, YAN Qun<sup>2</sup>, YAN Hao<sup>2</sup>, GAO Jie<sup>1</sup>, TIAN Ye<sup>1</sup>, LI Yong<sup>3</sup>

(1. Shaanxi Key Laboratory of Ultrasonics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China)

(2. Key Laboratory of Aeronautical Science and Technology for Aeroacoustics and Vibration,

Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, China)

(3. Institute of Acoustics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract**: The study on the absorber of flexural waves based on time-domine model coupling theory is not applicable to all models, and has complex design process, which is difficult for widespread application in industrial engineering. Therefore, a research method for elastic absorbers based on the acoustic impedance matching theory is proposed. The absorption curve of absorbers is verified with theoretical calculations, numerical simulations and experiment. The results show that the proposed method can quickly and easily realize the structural design of elastic absorbers, bringing new possibilities for the research on flexural waves absorption and vibration reduction design. The theoretical method and absorption structure proposed in this paper do not need additional damping materials, which is more conducive to meet the requirements of lightweight structures in aeronautical engineering. At the same time, it brings new possibilities for the field of vibration wave absorption, especially the design of efficient absorption and vibration reduction of curved waves.

**Key words**: complete absorption of flexural waves; beam-plate structures; acoustic impedance matching; absorption curve; vibration damping design; non-damped absorption

收稿日期: 2024-06-17; 修回日期: 2024-08-06

**基金项目:** 国家自然科学基金(11904221);陕西省自然科学基础研究计划资助项目(2024JC-YBMS-047);博士后创新人才支持计划 (BX20190193);中国博士后科学基金面上资助(2019M663612);西安市科协青年人才托举计划项目(095920221302)

通信作者:田野(1990-),男,博士,副教授。 E-mail: tianye@snnu.edu.cn

引用格式: 王正东,卡主草,胡林欢,等.基于声阻抗匹配理论的弹性吸收体研究[J]. 航空工程进展,2024,15(5):79-85.
 WANG Zhengdong, KA Zhucao, HU Linhuan, et al. Study on elastic absorbers based on the theory of acoustic impedance matching[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2024, 15(5): 79-85. (in Chinese)

# 0 引 言

在航天航空及精密机床等重大设备领域中, 结构振动一直是需要解决的挑战问题。在弹性波 中,弯曲波以其普遍性和复杂性成为工程振动控 制领域中关注的焦点。梁状或板状结构的机械振 动吸收影响设备运行的稳定性,更与防止振动危 害和降低噪声等实际应用需求紧密相连。传统的 减振方法<sup>[1-6]</sup>一般在梁状或板状结构上附加额外的 阻尼材料或结构,虽然在一定程度上起到了减振 效果,但这些材料对温度的耐受性有限,导致在极 端环境下的应用受限,且会增加整体的质量,难以 满足现代工程尤其是航空工程中对于轻量化的要 求,不利于其在工业工程尤其是航空工程实际中 的应用。

近年来研究者开始研究新的减振技术,例如 声子晶体<sup>[7-9]</sup>、声学黑洞<sup>[10-15]</sup>、人工结构<sup>[16-17]</sup>等。其 中由 Cao L 等<sup>[18]</sup>提出的基于多腔耦合的弯曲波吸 收结构,可以在无需额外阻尼材料的同时实现对 弯曲波的高效吸收。但其研究此类吸收结构时使 用的理论模型是连续体束缚态理论和时域耦合模 型,理论复杂度较高,解析结果难以快速高效 得到。

针对此问题,本文将空气中的声阻抗匹配理 论引入弯曲波控制<sup>[19-20]</sup>研究中,以四腔耦合弹性吸 收体为对象进行研究。首先利用声阻抗匹配理论 对弯曲波的吸收特性进行理论分析;然后通过有 限元仿真方法,对弯曲波吸收性能进行数值分析; 最后通过 3D 打印技术,制作四腔弹性吸收体的试 件,并对其弯曲波吸收性能进行实际测试。

# 1 理论与仿真分析

#### 1.1 弹性吸收体模型

四腔弹性吸收体模型示意图如图1所示。该 模型由两部分组成:厚度为h、宽为w、无限长的左 侧基板与右侧四腔弹性吸收体。后者由四个厚度 为h、宽度为p但长度不同的梁结构(本文中称其为 子腔)以等间距I排列,其四腔弹性吸收体的整体 宽度与基板的宽度w相等。四个子腔以长度d分 为两种类型,即长子腔A和短子腔B。两个长子腔 A和两个短子腔B分别具有长度d<sub>A</sub>、d<sub>B</sub>(其中d<sub>A</sub>> d<sub>B</sub>),且按照"子腔A、子腔B、子腔B、子腔A"以中 轴线(图中橙色虚线表示)成轴对称排列。基板的 左侧认为具有无限长的长度(即无反射波),右侧 为四腔弹性吸收体的耦合通道,因此左右两侧不 会产生相互影响。



图 1 四腔弹性吸收体模型示意图 Fig. 1 Diagram of a four-cavity elastic absorber model

#### 1.2 声阻抗匹配理论

在以往的研究中,计算结构吸收特性的方法 通常基于时域耦合模理论,这种方法需要从仿真 模拟中提取关键参数,例如谐振频率和辐射衰减 率。此外,吴昆等<sup>[21]</sup>通过探索多胞局域共振型超 材料,成功设计了一种轻质超材料构型,这种构型 具有低频带隙,能够显著减少空间桁架结构的振 动传递,但这种方案仍然需要一定数量和重量的 阻尼元件来实现有效的减振效果;潘忠文等<sup>[22]</sup>通 过在过渡支架中并联阻尼元件,有效减少了对卫 星结构的影响,同时保持了主结构的强度和刚度, 实现了减振效果,但其减振效果往往依赖于质量 块与基体之间的共振作用,这在一定程度上限制 了其轻量化的程度。

与传统方法相比,本文提出的方法是基于声 阻抗匹配理论来计算系统的吸收特性。这种方法 的显著优势是不依赖于额外的质量块,而是通过 结构本身的特定设计来实现对振动波的完美吸 收。这种方法不仅可以减轻结构的质量,还能够 减少空间占用,为实现更轻、更紧凑的振动控制结 构提供新的可能性。

声阻抗匹配理论是一种实现声波高效吸收的 关键方法。基于声阻抗的概念,其核心目标是通 过精确调整吸声材料的特性,使其表面声阻抗与 周围介质相匹配,从而最大限度地减少声波在界 面上的反射,实现最大吸收。在空气声系统中声 学材料或结构的吸声系数α可由其表面法向声阻 抗Z确定,其之间的关系<sup>[23]</sup>可以表示为

$$\alpha = 1 - \left| \frac{Z - \rho_0 c_0}{Z + \rho_0 c_0} \right|^2 \tag{1}$$

式中: ρ<sub>0</sub>为空气密度; c<sub>0</sub>为空气声速。

由(1)式可知,高效吸收要求空气与吸收材料 (结构)之间的阻抗匹配,即满足  $\operatorname{Re}(Z) = \rho_0 c_0$ 和  $\operatorname{Im}(Z) = 0_0$ 。

可以通过吸声腔体实现上述要求,吸声腔体的表面法向阻抗<sup>[24]</sup>可由下式得到:

$$Z = -\mathrm{i}\rho_{c}c_{c}\cot(k_{c}L_{0})\frac{S_{0}}{s_{0}} + \mathrm{i}\rho_{0}\omega\delta\frac{S_{0}}{s_{0}} \qquad (2)$$

式中: $i = \sqrt{-1}$ 为虚数单位; $k_{c,s}\rho_{c}$ 和 $c_{c}$ 分别为吸收 腔内的复波数、复空气密度以及复声速; $L_{0}$ 为吸声 腔体的腔长; $\omega = 2\pi f$ 为角频率; $S_{0}$ 和 $s_{0}$ 分别为吸声 结构的总表面积和吸声腔体的表面积; $\delta$ 为修正 因数。

在空气中,通常认为声波在空腔内传播时,在 空气与结构界面附近区域存在速度梯度,导致黏 滞耗散与热传导耗散。换句话说,在空气声系统 中,系统的耗散衰减率由黏滞损耗和热损耗(本征 损耗)决定的。一般来说,较小的本征损耗保证较 低的耗散衰减率,因此在更宽的空腔中,热黏滞产 生更少的耗散,从而导致更低的本征损失。在四 腔弹性吸收体中可以将长、短子腔看作柱状谐振 器,由于弯曲波的传播介质是固体,具有更小的损 耗因数,也就拥有高品质因数的可能。材料的损 耗因数可能会有很大的差异,具体取决于其组成 和来源。

对于四腔弹性吸收体模型,与式(2)类比,则 该系统中长、短子腔的法向弯曲波声阻抗可写为

$$Z_{\rm A} = -i\rho c_b \cot(k_b d_{\rm A}) \frac{S}{s} + i\rho \omega \delta \frac{S}{s} \qquad (3)$$

$$Z_{\rm B} = -i\rho c_b \cot(k_b d_{\rm B}) \frac{S}{s} + i\rho \omega \delta \frac{S}{s} \qquad (4)$$

式中: $\rho$ 为吸收体组成材料的密度;子腔A内复合 弯曲波声速和子腔B内复合弯曲波声速均为 $c_{s}$ ;  $S = w \cdot h$ 为四腔弹性吸收体垂直弯曲波入射的法 向横截面积;w为四腔弹性吸收体结构的宽度;h为基板的厚度、子腔A的厚度和子腔B的厚度;p为子腔A的宽度和子腔B的宽度; $s = p \cdot h$ 为单个 子腔垂直弯曲波入射的法向横截面积,所有子腔 间的间距均为I; $k_b$ 为弯曲波的复波数; $d_A$ 为长子腔 A的长度; $d_B$ 为短子腔B的长度; $\delta = 0.38\sqrt{s}$ 为修 正因数。

在图1中,考虑一个垂直于没有边界的薄板的

入射波,这是一维模型,因此薄板中横波和纵波的 控制方程<sup>[25]</sup>可分别表示为

$$\left(D\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \rho d\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)w(x,t) = 0$$
(5)

$$\left(\frac{12}{\beta^4 d^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) u(x, t) = 0$$
 (6)

式中:D为抗弯刚度,D= $Ed^{3}/12(1-v^{2})$ ,其中E、 D和v分别为杨氏模量、板厚和泊松比; $\beta$ 为传播常数, $\beta^{4} = \rho d/D$ 。

薄板内弯曲波四阶偏导数控制方程位移的通 解为

$$w(x,t) = \left(\tilde{A}e^{-ik_{b}x} + \tilde{B}e^{ik_{b}x} + \tilde{C}e^{-k_{b}x} + \tilde{D}e^{k_{b}x}\right)e^{i\omega t}$$
(7)

式中: $\tilde{A}$ , $\tilde{B}$ , $\tilde{C}$ 和 $\tilde{D}$ 为复系数; $\tilde{A}e^{-ik_{sx}}$ 和 $\tilde{B}e^{ik_{sx}}$ 为对应 正向和负向传播的弯曲波; $\tilde{C}e^{-k_{sx}}$ 和 $\tilde{D}e^{k_{sx}}$ 分别为对 应正向和负向的倏逝弯曲波,弯曲波的波数为  $k_{b} = \beta \sqrt{\omega}$ 。

薄板纵波二阶偏导数控制方程位移的通解为

$$u(x,t) = \left(\tilde{P}e^{-ik_{t}x} + \tilde{Q}e^{ik_{t}x}\right)e^{i\omega t}$$
(8)

式中: $\tilde{P}$ 和 $\tilde{Q}$ 为复系数; $k_l$ 为纵波波数, $k_l = (\sqrt{3}/6)\beta^2\omega d_o$ 

因此弯曲波的复波数与弯曲波的复波速分别 可以表示为

$$k_{b} = \sqrt[4]{\frac{12\rho\omega^{2}(1-\nu^{2})}{E(1+\eta i)h^{2}}}$$
(9)

$$c_b = \frac{\omega}{k_b} \tag{10}$$

式中:*E*、*ν*分别为材料的杨氏模量与泊松比;*h*为子腔的厚度;η为材料的损耗因数,与材料本身有关。

将式(9)、式(10)代入式(3)和式(4),可以求 出子腔A与子腔B的弯曲波声阻抗Z<sub>A</sub>和Z<sub>B</sub>,将两 个子腔A与两个子腔B的弯曲波声阻抗并联联立, 则系统的弯曲波表面法向声阻抗可以表示为

$$Z_{N} = \frac{(Z_{A} \cdot Z_{B})^{2}}{2(Z_{A} + Z_{B})}$$
(11)

将式(11)代入式(1)便可得到四腔弹性吸收 体对弯曲波的吸收系数。

 $Z_{A} = x_{A} + y_{A}i, Z_{B} = x_{B} + y_{B}i, Z_{A(B)}$ 为腔体A (B)的表面阻抗, $x_{A(B)}$ 和 $y_{A(B)}$ 分别为声阻和声抗。  $Z_{AB}$ 的实部和虚部可以表示为

$${}_{AB} = \frac{(x_A x_B - y_A y_B) \times (x_A + x_B) + (y_A + y_B) \times (x_A y_B + x_B y_A)}{(x_A + x_B)^2 - (y_A + y_B)^2}$$
(12)

$$y_{AB} = \frac{(x_A y_B + y_A x_B) \times (x_A + x_B) - (y_A + y_B) \times (x_A x_B - y_B y_A)}{(x_A + x_B)^2 - (y_A + y_B)^2}$$
(13)

式中: $x_{AB} = \operatorname{Re}(Z_{AB}), y_{AB} = \operatorname{Im}(Z_{AB})$ 。当 $y_A \approx$ - $y_B$ 和 $x_A \approx x_B$ 时,满足 $y_A + y_B \approx 0, x_A y_B +$  $x_B y_A \approx 0$ 。此时系统达到相干谐振状态,则 $y_{AB\rho} =$ 0,声阻可以改写为

X

$$x_{AB\rho} = \frac{x_{A\rho} x_{B\rho}}{x_{A\rho} + x_{B\rho}} + \frac{|y_{A\rho} y_{B\rho}|}{x_{A\rho} + x_{B\rho}}$$
(14)

式中:p为系统同时满足 $x_{A} \approx x_{B}$ 和 $y_{A} \approx -y_{B}$ 的谐振状态。

当系统的损耗微小时,式(14)的第一项将趋 近于 0,通 过 调 整 腔 体 长 度 差 ,即 调 控  $y_{Ap} y_{Bp} / (x_{Ap} + x_{Bp})$ 来实现阻抗匹配的条件。

本 文 采 用 聚 乳 酸 (Poly Lactic Acid, 简 称 PLA)作为吸收体的组成材料,其是一种由玉米淀 粉或甘蔗等植物原料提取的新型生物基材料,具 有良好的可降解性和生物相容性,材料环保且可 塑性强,方便样品加工试制,且其密度较低,有利 于航空工程中的轻量化要求。该材料的杨氏模 量、泊 松 比 和 密 度 分 别 为  $E_{pla}=3.44(1+0.019i)$ GPa、 $\nu_{pla}=0.35 \pi \rho_{pla}=1286$  kg/m<sup>3</sup>,其中 杨氏模量中的虚部数值 0.019 表示该 PLA 材料的 损耗因数  $\eta$ 。取长腔 A 的长度  $d_A$  为 8.8 mm,短腔 B 的长度  $d_B$  为 8 mm,子腔的宽度 p 为 2 mm,基板 和子腔的厚度 h 皆为 1 mm。根据以上理论公式, 可以计算出弯曲波吸收系数的理论结果,如图 2 所示。



图 2 四 腔 弹 性 吸 収 冲 弓 囲 波 吸 収 示 数 理 比 结 未 图 Fig. 2 Theoretical result of flexural waves absorption coefficient of four-cavity elastic absorber

## 1.3 仿真分析

本文采用 COMSOL 软件对四腔弹性吸收体 进行仿真研究,首先在 COMSOL 软件的固体力学 模块中建立几何三维模型,四腔弹性吸收体模型 结构示意图如图 3 所示。基板的左侧建立完美匹 配层 (Perfect Match Layers,简称 PMLs),其长度 为  $2\lambda(\lambda$  为弯曲波的波长),来消除边界处的反射 波。基板以及吸收单元的材料参数均与理论计算 设置相同。在图 3 中厚度为h=1 mm的基板,平 行于y轴的基板的A线上施加激励方向为z方向的 边载荷以激发弯曲波。整个模型设置为线弹性材 料,其材料对称性设置为各向同性,整体结构设置 为自由边界,对 2 000~4 000 Hz进行频域计算。



图 3 四腔弹性吸收体模型结构示意图 Fig. 3 Structure diagram of four-cavity elastic absorber model

本文对三组弯曲波吸收结构进行仿真计算, 基板与吸收单元具有相同的厚度 h=1 mm、子腔宽 度 p=2 mm、子腔间距 I=0.5 mm以及材料属性与 材料损耗因数 η。第一组由四个长度均为 8.8 mm 的子腔 A 组成,第二组由四个长度均为 8.0 mm 的 子腔 B 组成,第三组以四个长度分别为 8.8、 8.0 mm 和 8.0、8.8 mm 的两种子腔 A \B 耦合组 成,分别计算仿真条件情况下的结果,其四腔弹性 吸收体吸收系数仿真结果图如图 4 所示,可以看 出:第一组和第二组仅有一类子腔时,腔体的吸收 效果较低,吸收系数分别为 0.07 和 0.14;相比之 下,第三组将不同尺寸的子腔耦合后,在特定频率 下,系统的吸收系数接近于1.00。



图 4 不同四腔模型弯曲波吸收系数仿真结果图 Fig. 4 Simulation results of flexural waves absorption coefficients of different four-cavity models

# 2 实验测试

为了验证四腔弹性吸收体对弯曲波的吸收特性,对此吸收体试件进行加工。与理论设计和仿 真中相同,实验样品的组成材料也是PLA材料,采 用加工精度为0.1 mm的3D加工。由于存在5% 的误差性,并且试件的性能对结构几何尺寸精度 的敏感性较大,因此为了实验的准确性,进行多次 加工测试,以降低材料尺寸误差对实验的影响。

实验中涉及的具体尺寸如下:基板的长度L为 240 mm,宽度w为9.5 mm,厚度h为1mm,四个子 腔的长度分别为 $d_A = 8.8$  mm, $d_B = 8.0$  mm,  $d_B = 8.0$  mm, $d_A = 8.8$  mm,其子腔与子腔之间 的间距为I = 0.5 mm,子腔的厚度为基板的厚度 一致。弯曲波吸收实验的测试平台如图5所示。





首先,试件的左侧用蓝丁胶包裹,相当于构建 非反射边界,以消除弯曲波在试件左侧的反射波。 用支座夹夹住蓝丁胶区域。由于支座夹仅夹住蓝 丁胶区域,右侧吸收单元悬空,使试件的边界等效 为自由边界。在试件的蓝丁胶右侧,即试件的表 面粘结了直径为10 mm的圆形 PZT 压电陶瓷贴 片,作为弯曲波激发器。其次,为了获取准确的信 号,在试件的表面粘贴一层反光纸材料,并通过全 场扫描式激光测振仪 PSV-400的扫描头对试件的 测试区域进行扫描。实验中心频率和板厚的乘积 远小于0.4 MHz·mm,此时兰姆波在薄板中的传 播可以近似为纯弯曲波模式<sup>[26]</sup>,这样可以简化波 的传播模型,便于理论分析和实验测量。此外,这 种条件下的兰姆波传播具有较低的色散,使得波 的传播更加稳定且利于测量。

在空气声中,为了测定材料的吸声系数,常用 阻抗管双传声器传递函数法。本文类比此法,图5 中的点1和点2(即线1和线2上的任意一点)的复 位移 w<sup>1</sup>和w<sup>2</sup>可以分别表示为

$$w^{1} = W_{I} \cdot e^{i(s_{1}+s_{2})\cdot k} + W_{R} \cdot e^{-i(s_{1}+s_{2})\cdot k} \qquad (15)$$

$$w^2 = W_1 e^{is_2 \cdot k} + W_R e^{-is_2 \cdot k}$$
(16)

通过式(15)和式(16),可以得到弯曲波从点1 传播到点2的传递函数为

$$H_{12} = w^2 / w^1 = (e^{iks_2} + \tilde{r}e^{-iks_2}) / [e^{ik(s_1 + s_2)} + \tilde{r}e^{-ik(s_1 + s_2)}]$$
(17)

式中: $\tilde{r}$ 为反射系数, $\tilde{r} = W_R/W_I$ 。根据式(17),可以得出反射系数为

 $\tilde{r} = (H_{12} - e^{-ik_{1}}) \cdot e^{i2(s_{1}+s_{2})\cdot k} / (e^{ik_{1}} - H_{12})$  (18) 式中: $s_{1}$ 为测试点间距; $s_{2}$ 为测试点离试件的距离;k为波数。

因此,实验测试的吸收系数可以表示为

$$\alpha = 1 - \left| \tilde{r} \right|^2 \tag{19}$$

在对四腔弹性吸收体的吸收系数的实验测量 过程中,点1和点2的复位移w<sup>1</sup>和w<sup>2</sup>可用激光测 振仪测量,而后由式(19)得到其吸收系数。由于 单点测试可能误差较大,实验中在线1和线2上分 别取9个点测量其复位移,并分别取平均值作为w<sup>1</sup> 和w<sup>2</sup>的值。为进一步减小误差,本文取3次实验 测试的吸收系数的平均值作为实验结果,其弯曲 波吸收模型的仿真、理论、实验结果对比图如图6 所示,可以看出:理论分析与数值仿真中试件分别 在频率为2805和2800 Hz时取得了最大吸收系 数,均为0.99,实验中测得试件在频率为2793 Hz 时取得最大吸收系数0.90,实验测试结果与理论 和仿真结果较为吻合。



图 6 四腔弹性吸收体的仿真、理论、实验对比图 Fig. 6 Comparison diagram of simulation, theory and experiment of four-cavity elastic absorber

由于该实验对几何和材料的精度要求较高, 不同的材料需要重新测试试件的材料参数和损耗,如果是3D打印,其参数会与打印的方式(打印 的填充比、纹路等)有关,其次试件左侧的蓝丁胶 可能存在无法对弯曲波完全吸收的情况,这些因 素都可能导致实验无法测得与理论和仿真高度一 致的吸收曲线。

## 3 结 论

 1) 试件的弯曲波吸收性能与理论计算和数值 仿真结果较为吻合,验证了声阻抗匹配理论关于 弹性吸收体在弯曲波吸收研究方面的可行性。

2)本文提出的高效、简约的理论分析方法,以及无需额外添加阻尼材料即可实现的轻量化弯曲 波吸收结构,有在航空工程领域发挥关键作用的潜力,尤其是在机翼和机身的优化设计上。这种创新 方法不仅有望显著提升飞行器的整体性能,还可能 增强其在市场上的竞争力,并提升其环境友好性。

#### 参考文献

- [1] KERWIN E M. Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer[J]. The Journal of the Acoustical society of America, 1959, 31(7): 952-962.
- [2] SUN J Q, JOLLY M R, NORRIS M A. Passive, adaptive and active tuned vibration absorbers: a survey[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1995, 117(B): 234-242.
- [3] 秦洁,燕群,黄文超.旋转叶片干摩擦阻尼结构模型及分析 方法研究综述[J]. 航空工程进展, 2018, 9(2): 159-167.
   QIN Jie, YAN Qun, HUANG Wenchao. Literature survey of dry friction damper model and analysis method for depressing vibration of rotating blade [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2018, 9(2): 159-167. (in Chinese)

- [4] 毛辛男,王延荣.一种基于模态的叶片缘板阻尼器减振设 计方法[J]. 推进技术,2018,39(6):1361-1368.
  MAO Xinnan, WANG Yanrong. An efficient design method of an underplatform damper for suppression of blade vibration in a given eigen-mode [J]. Journal of Propulsion Technology, 2018, 39(6): 1361-1368. (in Chinese)
- [5] 顾赛克,邓琼,刘悦.约束阻尼结构力学性能研究与参数 优化[J].航空工程进展,2021,12(4):68-79,89.
  GU Saike, DENG Qiong, LIU Yue. Mechanical properties and parameter optimization of constrained damping structures
  [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2021,12(4):68-79,89.(in Chinese)
- [6] 叶航,王延荣,苗国磊,等.附加阻尼环的航空齿轮强迫响 应分析方法[J]. 航空发动机,2024,50(1):117-123.
  YE Hang, WANG Yanrong, MIAO Guolei, et al. Forced response analysis method of ring dampers for aviation gears
  [J]. Aeroengine, 2024, 50(1): 117-123. (in Chinese)
- [7] ZUO S, LIU P, WU X, et al. Study on broad flexural wave bandgaps of piezoelectric phononic crystal plates for the vibration and noise attenuation[J]. Thin-Walled Structures, 2022, 178: 109481.
- [8] LIU F, SHI P, SHEN Y, et al. Advances in suppression of structural vibration and sound radiation by flexural wave manipulation[J]. Thin-Walled Structures, 2024, 200: 111936.
- [9] LIU L, KIM J W, YOON G H, et al. Mechanical vibration absorber for flexural wave attenuation in multi-materials metastructure[J]. Composite Structures, 2024, 331: 117859.
- [10] MA L, CHENG L. Topological optimization of damping layout for minimized sound radiation of an acoustic black hole plate [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 458: 349-364.
- [11] 何璞, 王小东, 季宏丽, 等. 基于声学黑洞的盒式结构全频带振动控制[J]. 航空学报, 2020, 41(4): 134-143.
  HE Pu, WANG Xiaodong, JI Hongli, et al. Full-band vibration control of box-type structure with acoustic black hole
  [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(4): 134-143. (in Chinese)
- [12] Mc CORMICK C A, SHEPHERD M R. Design optimization and performance comparison of three styles of onedimensional acoustic black hole vibration absorbers[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 470: 115164.
- [13] PELAT A, GAUTIER F, CONLON S C, et al. The acoustic black hole: a review of theory and applications[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 476: 115316.
- [14] TANG L, CHENG L, CHEN K. Complete sub-wavelength flexural wave band gaps in plates with periodic acoustic black holes [J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 502: 116102.
- [15] HE C, ZHANG F, LIM K M, et al. Wave attenuation of a laminated acoustic black hole array in a load-bearing beam structure[J]. Thin-Walled Structures, 2023, 188: 110821.
- [16] 纪双英,郝巍,刘杰.共振吸声结构在航空发动机上的应

用进展[J]. 航空工程进展, 2019, 10(3): 302-308. JI Shuangying, HAO Wei, LIU Jie. Resonance absorbing structure and its application in aero engines[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2019, 10(3): 302-308. (in Chinese)

[17] 杨嘉丰, 聂彦平, 燕群, 等. 螺旋桨穿孔结构声学软叶片设计与试验研究[J/OL]. 航空工程进展: 1-10[2024-06-17]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1479.v.20240410.1330.004.html.
YANG Jiafeng, NIE Yanping, YAN Qun, et al. Design and experimental investigation of perforated acoustic soft

blade for counter-rotating propeller [J/OL]. Advances in Aeronautical Science and Engineering: 1-10[2024-06-17]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1479.v.20240410. 1330.004.html.(in Chinese)

- [18] CAO L, ZHU Y, WAN S, et al. Perfect absorption of flexural waves induced by bound state in the continuum[J]. Extreme Mechanics Letters, 2021, 47: 101364.
- [19] 王博,郝鹏,田阔,等.航空航天结构轻量化设计与实验方法研究进展[J]. 宇航学报, 2023, 44(4): 596-606.
  WANG Bo, HAO Peng, TIAN Kuo, et al. Advances in lightweight design and experimental methods for aerospace structures[J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(4): 596-606. (in Chinese)
- [20] 彭飞,张欣超,张洪辉,等. 声学黑洞铝型材板结构减振特性仿真研究[J]. 噪声与振动控制,2024,44(1):75-79,141.
   PENG Fei, ZHANG Xinchao, ZHANG Honghui, et al.
   Simulation study on vibration reduction characteristics of acoustic black hole aluminum profile plate structures [J].
   Noise and Vibration Control, 2024, 44(1):75-79,141. (in

Chinese)

- [21] 吴昆,高玉强,王立峰,等. 多胞局域共振型超材料的减振实验研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2022, 54(5): 908-914.
  WU Kun, GAO Yuqiang, WANG Lifeng, et al. Experimental study on vibration attenuation via a multi-cell and locally-resonant metamaterial[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(5): 908-914. (in Chinese)
- [22] 潘忠文,邢建伟,王檑,等.并联式承载减振一体的整星隔振研究[J].力学学报,2019,51(2):364-370.
  PAN Zhongwen, XING Jianwei, WANG Lei, et al. Research on whole-spacecraft vibration isolation based on parallel load-bearing and damping system[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanic, 2019, 51(2): 364-370. (in Chinese)
- [23] HUANG S, FANG X, WANG X, et al. Acoustic perfect absorbers via Helmholtz resonators with embedded apertures
   [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2019, 145(1): 254-262.
- [24] HUANG S, LIU T, ZHOU Z, et al. Extreme sound confinement from quasibound states in the continuum[J]. Physical Review Applied, 2020, 14(2): 021001.
- [25] CAO L, ZHU Y, XU Y, et al. Elastic bound state in the continuum with perfect mode conversion[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2021, 154: 104502.
- [26] DEGERTEKIN F L, KHURI-YAKUB B T. Single mode Lamb wave excitation in thin plates by Hertzian contacts[J]. Applied Physics Letters, 1996, 69(2): 146–148.

(编辑:丛艳娟)