

文章编号:1674-8190(2014)01-059-05

弹塑性梯度材料热机耦合分析的有限元方法

田珂,张光,陶亮

(西北工业大学 航空学院,西安 710072)

摘要:陶瓷/金属功能梯度材料(FGMs)的组份及性能梯度分布,在航空航天高温热结构中有重要应用。材料性能在空间上的连续变化给这类结构强度设计的有限元分析造成了一定困难,针对上述问题,提出一种热弹塑性梯度有限元方法。该方法通过编写有限元软件 ABAQUS 的材料用户子程序(UMAT)来实现,在 UMAT 中将 FGMs 的弹塑性本构模型参数定义为空间坐标的函数;用热弹塑性梯度有限元方法对陶瓷—FGMs—金属典型的三明治板结构进行热机械分析。结果表明:FGMs 组分布函数对其热应力分布有很大的影响,特别是在三明治结构的界面上,影响更为突出,这和现有文献的实验结果相符。

关键词:弹塑性;功能梯度材料;梯度有限元;热应力

中图分类号: O346; V232.4

文献标识码: A

Graded Finite Element Method for Mechanistic Analysis of Heterogeneous Structure

Tian Ke, Zhang Guang, Tao Liang

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Ceramic/metal functionally graded materials(FGMs), with its components and its performance gradient distribution are of important applications in the aerospace high temperature thermal structure. There are certain difficulties in the finite element analysis directly for such structural strength design, because of the continuous changes in the material properties of the FGMs in the space. By taking into account of thermal and plastic behaviors of materials, a thermo-elasto-plastic graded finite element method has been derived. The method, being capable of describing spatially varying material properties, has been implemented in the commercial finite element code ABAQUS by using user-defined material subroutines for solving engineering problems. To illustrate the applicability of the method, a case example has been preformed to study the mechanical response of a ceramic-FGMs-metal sandwich structure. The calculation results show that Distribution functions of its component are of great influence on the distribution of thermal stress, particularly in the interface of the sandwich structure, which is consistent with the experimental results of the existing literature.

Key words: elasto-plastic; functionally graded material; graded finite element; thermal stresses

0 引言

梯度有限元(GFE)方法在解决均匀、非均匀材料的结构问题上具有重要作用。Zhang 等^[1]在

研究均匀和功能梯度材料结构的动力学失效问题时使用了一个粘性区模型,同时用梯度有限元方程来近似描述材料的梯度问题。C. K. Lee 等^[2]在研究传统裂纹管道 T、Y、K 型连接时,将材料整体结构划分并构建成不同单元类型和不同网格密度的梯度有限元模型,研究发现其模型是有效且可靠的。M. H. Santare 等^[3]将梯度有限元方法运用到非均匀连续材料弹性波的传播问题上,并使用了一个二维算例来说明梯度有限元模型潜在的优点。

收稿日期:2013-02-27; 修回日期:2013-04-17

基金项目:国家自然科学基金(50371070)

通信作者:陶亮,tao_1970@nwpu.edu.cn

P. Gu 和 M. H. Santare 等^[4-5]的研究表明,在分析非均匀材料,尤其是 FGMs 时,梯度有限元模型的运用越来越广泛。G. H. Paulino 等^[6-7]使用梯度有限元方法分析了 FGMs 裂纹的扩展问题。在对 FGMs 的数学处理上,梯度有限元中的材料性能被定义为随空间位置连续变化。而在使用传统有限元方法解决此类问题时,材料属性的定义通常很麻烦,需要在每个单元上定义材料性质,由此导致材料性能呈台阶式变化。

在梯度材料性质的定义上,P. Gu 和 M. H. Santare 等^[4-5]将材料性质直接定义在单元的高斯点上,而 J. H. Kim 等^[6]构建了一个梯度材料的广义等参单元,上述研究结果都表明梯度有限元方法比传统方法更准确。B. L. Wang 和 Mahmoud Nemat-Alla 等^[8-9]还考察了 FGMs 在热载荷作用下产生的弹性力学响应。但是,用梯度有限元方法研究热载荷作用下非均匀弹塑性材料力学响应的研究还比较少。

本文发展了非均匀热弹塑性材料的梯度有限元方法。基于各向同性硬化弹塑模型和 M. Kojic^[10]所提出的算法,考虑材料性质随单元高斯点位置的变化,编写 ABAQUS^[11]梯度弹塑性材料用户子程序。并对一个三层材料的非均匀结构(陶瓷—FGMs—金属板)进行数值模拟,以评估所发展方法的可行性。

1 梯度有限元的理论方程

梯度有限元方法和传统均匀方法的最大区别在于前者包含了材料单元尺度上性能的梯度,而后者则是构建一个台阶式变化的材料性能场。梯度有限元将材料性能直接定义在单元的高斯点上^[4-5]。在小应变范围内,单元刚度如下^[10]

$$\mathbf{K}^e \mathbf{U}^e = \mathbf{F}^e \quad (1)$$

$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega_e \quad (2)$$

式中: \mathbf{U}^e 为节点的位移; \mathbf{F}^e 为节点力; \mathbf{B} 为插值函数梯度的应变—位移矩阵; Ω_e 为单元 e 域。

设某一时间步结束时的应力应变本构矩阵 $\mathbf{D}(x)$ 为空间坐标 x 的函数,定义为

$$\mathbf{D}(x) = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (3)$$

假设材料为非线性弹塑性材料,在已知应变增量的条件下,利用矩阵 $\mathbf{D}(x)$ 可以计算出点 x 处的应力增量 $\Delta \boldsymbol{\sigma}(x)$ 为

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}(x) = \mathbf{D}(x) [\Delta \boldsymbol{\varepsilon}(x) - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p(x) - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^h(x)] \quad (4)$$

式中: $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ 和 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p$ 分别为总应变增量和塑性应变增量。

热应变增量 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^h$ 的计算如下

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^h = \alpha \Delta \theta [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (5)$$

式中: $\Delta \theta$ 为温度增量;在传统均质有限元中,热膨胀系数 α 通常为常数,对于 GFE 而言,热膨胀系数为随材料点位置变化的变量 $\alpha^*(x)$ 。

M. Kojic^[10]提出通过控制参数的方法求解热耦合弹塑性本构方程(方程(4))。通过编写材料用户子程序(UMAT)将该本构方程嵌入 ABAQUS 有限元程序中。若将该方程的热应变改变为外界刺激引起的收缩应变,梯度有限元方法还可进一步应用于骨骼肌模型。一些材料参数,如杨氏模量、泊松比、初始静屈服应力、应变硬化率以及热膨胀系数等,均可定义为空间坐标 x 的函数。与此相似,材料的热学性能,如比热容、热导率,同样可以通过编写材料热传导用户子程序(UMATHHT)来实现。

2 算例与讨论

为评估上述梯度有限元方法的可行性,建立一个三明治结构的冷却模型来计算其残余应力。该结构由三部分组成:纯 Al_2O_3 陶瓷层、梯度层(FGMs)和纯金属 Ni 层,三明治结构中的杨氏模量(SDV15)的分布如图 1 所示。

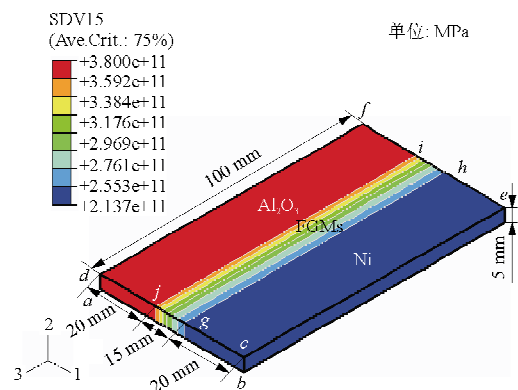


图 1 三明治结构模型

Fig. 1 Model of sandwich structure

在该模型中,陶瓷部分的材料性能假定为各向同性线弹性;纯 Ni 部分的材料性能假定为各向同性弹塑性线性硬化。计算结构的热应力过程中,需要考虑与温度相关的材料性能。材料随温度变化的屈服应力及其他传热性能、弹性性能如表 1 和表 2 所示^[12]。

表 1 不同温度下 Ni 的屈服应力

Table 1 Yield stress of Ni at different temperature

$t/^\circ\text{C}$	Ni 的屈服应力 σ_y/MPa	$t/^\circ\text{C}$	Ni 的屈服应力 σ_y/MPa
20	148	427	115
127	153	527	100
227	140	627	69
327	138	727	59

表 2 Ni 和 Al_2O_3 的传热性能和弹性性能

Table 2 Thermal and elastic properties of Ni and Al_2O_3

材 料	密度/ $(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	比热容/ $(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	热导率/ $(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	热膨胀系数/ K^{-1}	杨氏模量/GPa	泊松比
Ni	8 900	444	90.7	1.54×10^{-5}	214	0.35
Al_2O_3	3 970	775	30.7	7.4×10^{-6}	380	0.25

梯度 Ni- Al_2O_3 部分可以看作是各向同性弹塑性线性硬化的复合材料,其性能随成分连续变化而变化。假设 Ni 的体积分数函数分为如下三类^[13]:

Linear: $V_2(x) = x$ (7)

FGM/1: $V_2(x) = 1 - (1-x)^m$ ($m=2,4$) (8)

FGM/2: $V_2(x) = x^m$ ($m=2,4$) (9)

其函数曲线如图 2 所示。

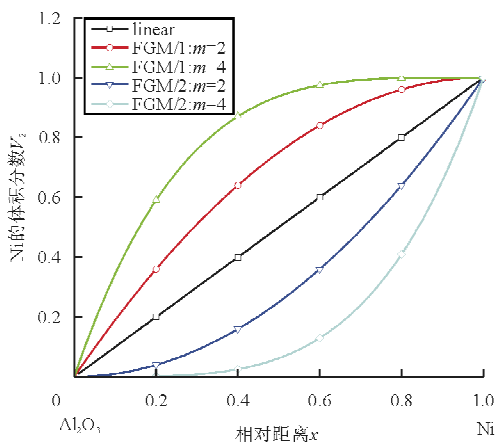


图 2 描述材料梯度渐变的梯度函数

Fig. 2 Graded material gradient described by gradient functions

当 $V_2(x) = x$ 时,陶瓷 Al_2O_3 和金属 Ni 的体积分数呈线性变化;当 $m=1$ 时,方程(8)和方程(9)变成线性方程(7);在 Al_2O_3 -FGM 界面上, $x=0$, 方程(9)的一阶导数为零;而在 FGM-Ni 界面

上, $x=1$, 方程(8)的一阶导数为零。

采用经典混合物线性理论描述梯度 FGMs 层的材料热机性能。

$$P = (1 - V_2)P_1 + P_2V_2 \quad (10)$$

式中: P 为材料性能,如杨氏模量、泊松比和热膨胀系数等; V 为体积分数;下标 1 为 Al_2O_3 , 下标 2 为 Ni。

基于 M. Finot 等^[12]的研究,FGMs 层材料的初始屈服应力 σ_y 为

$$\sigma_y = \sigma_{y2} \left[V_2 + \frac{(q + E_2)E_1}{(q + E_1)E_2}(1 - V_2) \right] \quad (11)$$

式中: q 为应力应变转化率,取 $q=4\ 500$ MPa。

此外,复合部分整体的单轴线性弹塑性模量为

$$H = \left[V_2 \frac{(q + E_1)}{(q + H_2)} + (1 - V_2) \right]^{-1} \cdot \left[V_2 H_2 \frac{(q + E_1)}{(q + H_2)} + (1 - V_2)E_1 \right] \quad (12)$$

式中: H_2 为 Ni 的实际线性弹塑性模量。

图 1 中,假设 $abcd$ 面的法线方向(z 或 3 方向)的位移为 0,整体结构从 $700\ ^\circ\text{C}$ 均匀冷却到 $400\ ^\circ\text{C}$ 。在平行于 $abcd$ 平面的横截面内,Ni 的体积分数函数(方程(7)~方程(9))对其法向应力 σ_{33} 沿 x 轴方向分布的影响如图 3 所示。由于梯度材料层的存在,应力是连续的,降低了界面上的应力集中程度。在 Al_2O_3 -FGM 界面($x=0$)上,FGM/2 分布的应力集中程度较低,FGM/2 的指数 m 越

大应力集中程度越低;而 FGM/1 分布的应力集中程度较高,FGM/1 的指数 m 越大应力集中程度越高。而在 FGM-Ni 的界面($x=1$)上, V_2 分布对界面上应力集中程度的影响恰好相反:FGM/1 分布的应力集中程度较低,而 FGM/2 分布的应力集中程度较高,FGM/2 的指数 m 越高,界面上应力集中程度越高。

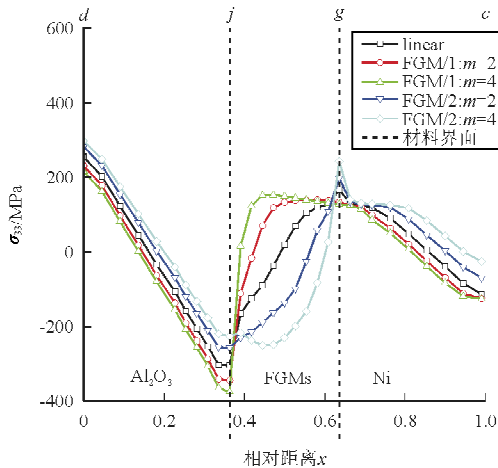


图3 V_2 对 $abcd$ 平面法向应力 σ_{33} 分布的影响

Fig. 3 Impact of V_2 to distribution of normal stress σ_{33} in $abcd$ plane

在 FGMS 中 V_2 线性分布,板从 700 °C 均匀冷却到 400 °C 时,界面上有较小的塑性变形产生,如图 4 所示,并且在 FGM-Ni 界面上的等效塑性应变较大,其分布区域也更宽。

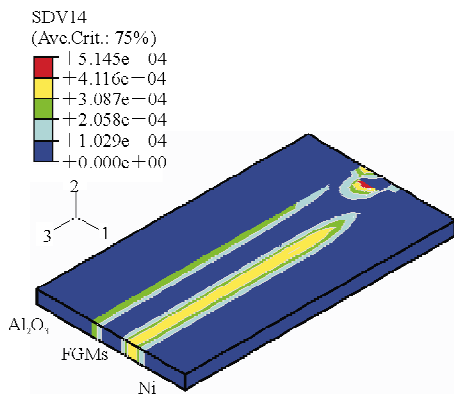


图4 Ni 体积分数为线性时的等效塑性应变云图

Fig. 4 Contour of equivalent plastic strain when $V_2(x)=x$

材料塑性变形对界面应力集中程度的影响如图 5 所示,可以看出如果不考虑金属层和 FGMS 层的塑

性变形,只考其弹性变形,界面上的应力集中程度明显偏高。

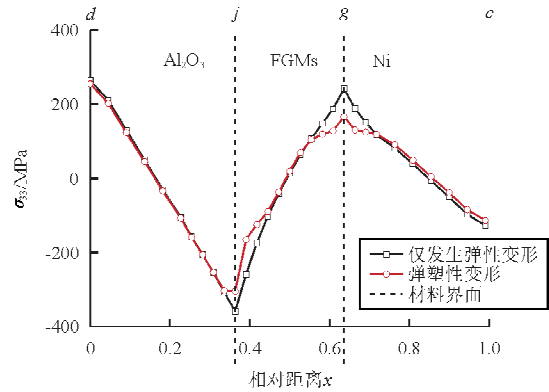


图5 Ni 的体积分数为线性时材料塑性变形对界面应力的影响

Fig. 5 Effects of plastic deformation on the interfacial stress when $V_2(x)=x$

3 结论

(1) 基于 Von Mises 弹塑性理论及 M. Kojic 所提出的本构模型算法,结合 FGMS 材料性能与空间位置相关的特点,推导了梯度有限元的计算公式,编写了商用有限元软件 ABAQUS 的梯度弹塑性材料用户子程序,用本文所提方法对陶瓷—FGMS—金属结构进行了三维有限元热机分析,所得界面应力集中的趋势与文献[12]的结果相吻合,验证了本文所提梯度有限元模型的正确性,为 FGMS 及其结构强度的数值分析提供了一种方便易行的方法。

(2) FGMS 由 Al_2O_3 和 Ni 两种组份构成,在陶瓷—FGMS—金属板的冷却中,Ni 的体积分数 V_2 分布对 FGMS-Ni 界面上拉应力大小有较大的影响,证明了梯度材料的可设计性。 V_2 的四种分布中,FGMS/2: $m=4$ 分布在 FGMS-Ni 界面上拉应力最大,表明在界面上成分分布不光滑会引起较大的应力集中。为了降低界面上的应力集中, V_2 分布曲线的特点是在界面上其斜率应为零。

(3) 比较梯度弹性与梯度弹塑性的计算结果发现,梯度弹塑性材料 FGMS-Ni 界面上拉应力较小,这是由于塑性变形导致的。

(4) FGMS 的有限元分析方法在生物材料上的应用越来越广泛,动物身体的很多部位,如皮肤、血管、骨骼等,都是自然的功能梯度结构,因此通过

编写 ABAQUS 的材料用户子程序所实现的梯度有限元概念,也可以用于梯度生物材料特别是生物软物质材料的梯度力学行为的分析与研究中。

参考文献

- [1] Zhengyu Zhang, Glaucio H Paulino. Cohesive zone modeling of dynamic failure in homogeneous and functionally graded materials[J]. International Journal of Plasticity, 2005, 21(6): 1195-1254.
- [2] Lee C K, Tjhen L S, Chiew S P, et al. Numerical models verification of cracked tubular T, Y and K-joints under combined loads[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2005, 72(7): 983-1009.
- [3] Santare M H, Thamburaj P, Gazonas G A. The use of graded finite elements in the study of elastic wave propagation in continuously nonhomogeneous materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(21): 5621-5634.
- [4] Gu P, Dao M, Asaro R J. A simplified method for calculating the crack-tip field of functionally graded materials using the domain integral[J]. Journal of Applied Mechanics, 1999, 66(1): 101-108.
- [5] Santare M H, Lambros J. Use of graded finite elements to model the behavior of nonhomogeneous materials[J]. Journal of Applied Mechanics, 2000, 67(4): 819-822.
- [6] Kim J H, Paulino G H. Isoparametric graded finite elements for nonhomogeneous isotropic and orthotropic materials[J]. Journal of Applied Mechanics, 2002, 69(4): 502-514.
- [7] Jin Z H, Paulino G H, Robert H Dodds Jr. Cohesive fracture modeling of elastic-plastic crack growth in functionally graded materials [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2003, 70(14): 1885-1912.
- [8] Wang B L, Han J C, Du S Y. Thermoelastic fracture mechanics for nonhomogeneous material subjected to unsteady thermal load[J]. Journal of Applied Mechanics, 2000, 67(1): 87-95.
- [9] Mahmoud Nemat-Alla. Reduction of thermal stresses by developing two-dimensional functionally graded materials [J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(26): 7339-7356.
- [10] Kojic M. The governing parameter method for implicit integration of viscoplastic constitutive relations for isotropic and orthotropic metals[J]. Computational Mechanics, 1996, 19(2): 49-57.
- [11] Hibbitt, Karlsson, Sorensen. ABAQUS standard user's manual[M]. Version 6.2. Rhode Island; Pawtucket, 2004.
- [12] Finot M, Suresh S, Bull C, et al. Curvature changes during thermal cycling of a compositionally graded Ni-Al₂O₃ multilayered material[J]. Materials Science and Engineering: A, 1996, 205(1/2), 59-71.
- [13] Dao M, Gu P, Akhilesh M, et al. A micromechanical study of residual stresses in functionally graded materials[J]. Acta Materialia, 1997, 45(8): 3265-3276.

作者简介:

田 珂(1989—)男,硕士研究生。主要研究方向:材料力学行为的计算模拟。

张 光(1963—)男,博士,教授。主要研究方向:材料及结构的动态力学行为。

陶 亮(1970—)男,博士,副教授。主要研究方向:航空结构强度及设计。

(编辑:马文静)