

文章编号:1674-8190(2014)03-332-06

# 基于环境独立机制的静态离散贝叶斯网络参数简化方法

刘琳颖,孙秦,王瑶

(西北工业大学 航空学院,西安 710072)

**摘要:** 在大型工程系统的应用中,贝叶斯网络节点参数存储量随系统复杂度呈指数增长。针对该问题,综合飞行器故障模式通常采用多输入单输出逻辑门表达,以及故障树具有特殊静态离散贝叶斯网络的特点,提出将环境独立简化方法应用于常用典型逻辑门的贝叶斯网络。通过基本定理证明利用基于环境独立机制的概率树代替传统的条件概率表,可将呈指数增长的条件概率表减少为线性变化,并定量给出简化后节点参数个数的计算表达式。最后,将该方法用于某飞机前轮转弯系统故障诊断模型,通过与节点原条件概率表的比较,表明概率树方法可有效减少计算机内存需要。

**关键词:** 贝叶斯网络;环境独立;概率树;条件概率表;逻辑门

**中图分类号:** V37

**文献标识码:** A

## Reductive Method of Static and Discrete Bayesian Networks' Parameters Based on Context-specific Independence

Liu Linying, Sun Qin, Wang Yao

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** In the application of Bayesian Networks(BNs) for large scale engineering systems, computer memory for the network's parameters increases exponentially with the nodes of the system. Aiming at this problem and in view of that aircraft failure is often expressed in a multi-input single-output logic gates manner, as well as that fault tree is a special kind of static and discrete BNs, the reductive method based on Context-Specific Independence(CSI) is proposed for the application of the BNs modeled from the commonly used typical logic gates. Based on the fundamental theorem, it proves that when the traditional Conditional Probability Table(CPT) is replaced by the Probability Tree(PT) based on CSI, the storage need using PT is linear with the nodes, rather than exponential. Simultaneously, the formula for calculating the number of parameters needed in a PT is given. Finally, this new method(PT) is used to the fault diagnostic model of an aircraft nose wheel steering system, in comparison with the original CPT method, which shows that PT approach can effectively reduce computer memory needs.

**Key words:** Bayesian Networks; Context-Specific Independence; Probability Trees; Conditional Probability Table; logic gates

## 0 引言

贝叶斯网络(Bayesian Networks,简称BNs)是基于系统因果关系的直观表达,其以贝叶斯定理为基础对网络进行信度推理<sup>[1-2]</sup>,近年来成为系统可靠性评估及故障诊断的最佳模型之一<sup>[3-4]</sup>。但网

收稿日期:2013-09-24; 修回日期:2013-11-16

基金项目:国防科工局“十二五”可靠性工程基础预研项目

通信作者:刘琳颖,2008300220@163.com

络节点的条件概率表(Conditional Probability Table, 简称 CPT)随系统复杂度呈指数增大,使原始网络的数据准备和指数型增长的计算机资源需求成为 BNs 的应用障碍。

为了减少 BNs 节点 CPT 占用的计算机内存及提高概率推理算法效率,通常需要对 BNs 进行简化。目前,简化 BNs 的方法主要有三种:基于图论信息阻塞的概念对 BNs 的结构进行简化<sup>[1,5]</sup>,基于因果机制独立(Causal Independence, 简称 CI)对 BNs 的结构及参数进行简化<sup>[1,5-8]</sup>,基于节点条件概率表的环境独立(Context-Specific Independence, 简称 CSI)对 BNs 的参数简化方法<sup>[1,5,9]</sup>,上述三种方法充分利用 BNs 的结构及参数特点实现网络简化。

目前,以上三种简化方法仍处于理论研究阶段,并未推广到工程实践中。现代航空工程可靠性预估及故障诊断模型中存在大量多输入单输出逻辑门,针对此类模型,本文利用 CSI 的概念对常用典型逻辑门<sup>[10]</sup>的 CPT<sup>[11]</sup>进行简化,解决故障树模型中节点 CPT 随输入增多出现的组合爆炸问题。首先,给出 BNs 的定义,并简要介绍基于 CSI 简化 BNs 的概念;其次,提出将基于 CSI 简化 BNs 的方法推广到典型逻辑门 BNs 的简化,采用概率树(Probability Tree, 简称 PT)对典型逻辑门的 BNs 进行简化;最后,将简化逻辑门的方法应用于工程实例中,验证简化方法的有效性。

## 1 贝叶斯网络及其简化方法

### 1.1 基本概念

BNs 采用图形化的网络结构直观地表达变量的联合概率分布及其条件独立性,一个 BNs 是一个有向无环图,由代表变量的节点及连接这些节点的有向边构成,有向边由父节点(双亲节点)指向子节点(后代节点),用单线箭头表示<sup>[1]</sup>。

BNs 可以从定性和定量两层次来理解:定性,用一个有向无环图描述变量之间的依赖和独立关系;定量,用条件概率分布刻画变量对其父节点的依赖关系<sup>[1-2]</sup>。即,网络中每一个节点都对应一张概率表,每张 CPT 所涉及的变量除了该变量,还包括该变量的父节点,并且该节点和其父节点的各个状态组合都与一个概率值相应<sup>[1,5]</sup>。

### 1.2 基于 CSI 的 BNs 简化

基于图论信息阻塞是在给定条件下通过对 BNs 结构进行剪枝实现结构上的简化;利用系统 CI 将父节点对子节点的影响关系解耦以实现结构和参数的简化;基于 CSI 合并 CPT 中冗余参数可实现 BNs 参数的简化。

前两种简化方法均未涉及 BNs 的 CPT,而确定的 CPT 中隐含 BNs 结构的内部独立关系,本节基于 CPT 的规律进一步简化 BNs。

BNs 的每个节点  $X$  都带有一张 CPT,但其无法捕捉条件概率分布的某些规律。环境独立指在特定环境下才成立的条件独立关系, $P(X|Z, Y, C=c) = P(X|Z, C=c)$  表示在环境  $C=c$  中  $X$  与  $Y$  在给定  $Z$  时相互条件独立。例如,节点  $X$  有  $U, V, W$  三个父节点,每个节点变量有两个状态值, CPT 为  $X$  取某一状态值的概率值,大小为  $2^3 = 8$  (即为  $X$  点总 CPT 的一半),但当  $U=t$  时,不需要考虑  $V, W$  的取值,故至多需 5 个条件概率值,而非 8 个<sup>[5,8]</sup>,如图 1 所示。

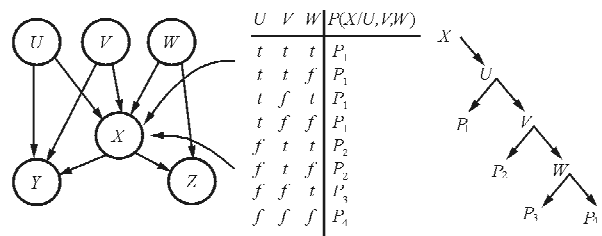


图 1 CSI 引例

Fig. 1 An example of CSI

采用定性分析表达图(概率树<sup>[9]</sup>, 树形结构的 CPT)确定特定环境下节点参数的独立性。依据 CPT 表建立 PT 的方法:若 CPT 中某一概率值出现次数最多,且这一概率值对应的变量组合中,某一父节点取同一值的次数最多,则这一父节点在 PT 中位于最上层,按照相同的法则进行其他变量的排序,最后将对应的各概率标注到各路径的终点,则完成 PT 的转换,如图 1 右半部分所示。

PT 中根节点和叶节点之间的边的集合构成一条路径,其标注为变量的状态值。利用树形结构可以方便地找出局部独立的 CSI 状态,定理 1 给出其判断方法。

**定理 1<sup>[8]</sup>** 用  $T$  表示  $X$  的 PT, 用  $Y$  表示  $X$  的一个节点; 用  $c \in C$  表示环境 ( $Y \notin C$ )。若  $Y$  不在环境  $c$  的所有路径中, 则在给定  $c$  的条件下,  $Y \rightarrow X$  的边可以去掉。若  $Y$  出现在环境  $c$  的路径中, 则存在叶节点  $T$  中的参数分配,  $Y$  到  $X$  的边不能去掉。

## 2 逻辑门的简化

工程故障因果模型中存在大量的多输入单输出节点, 当输入节点数增大时, 出现 CPT 存储及计算组合爆炸问题。但是, 这些节点的故障模式通常由逻辑或门和与门<sup>[10]</sup>表示, 而常用逻辑门的 CPT 存在明显 CSI 特征, 利用其环境独立性, 提出利用 PT 表达 CPT, 从而大大减少计算机资源需求。

为了便于研究, 引入以下假设: 所有节点变量设为二元变量, 可取 0 (正常) 和 1 (故障) 两种状态值。

### 2.1 或门的简化及证明

对于双输入逻辑或门, 设输入为  $A, B$ , 输出为  $C$ , 按照定义可知  $C$  的 CPT 及基于 CSI 的 PT, 如图 2 所示。

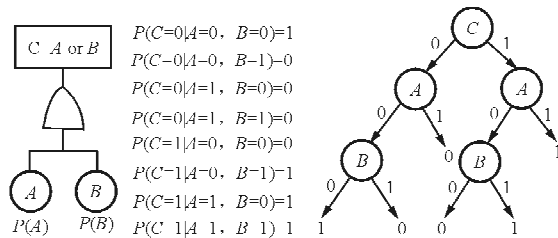


图 2 双输入逻辑或门的 CPT 及 PT

Fig. 2 The CPT and PT of logic OR gate with two input variables

$2^3 = 8$  个概率值的 CPT 可用 6 个值的 PT 表达, 故利用 PT 可减少概率个数, 但有两点需注意: ①PT 每条路径边上的值表示变量状态值, 叶节点表示条件概率值; ②逻辑门中节点  $A, B$  效用相同, 因此  $A, B$  的顺序和位置可交换。

**定理 2** 给出多输入典型逻辑或门 CPT 所需计算机存储大小的计算表达式, 并给出此结论的证明过程。

**定理 2** 对  $n$  个 ( $n \geq 2$ ) 输入的逻辑或门, 设其所有变量为二态。输出节点 CPT 大小为  $2^{n+1}$ , 即

占用内存大小及计算时间为输入的指数次方; 输出节点 PT 大小为  $2(n+1)$ , 即占用内存大小及计算时间随输入个数线性变化。

**证明:**

(1) 当  $n=2$  时, CPT 大小为  $2^{2+1} = 8$ ; PT 大小为  $2 \times (2+1) = 6$ ;  $n=2$  满足定理。

(2) 假设当  $n=k$  时, CPT 大小为  $2^{k+1}$ ; PT 大小为  $2(k+1)$  成立。则当  $n=k+1$  时, CPT 大小为  $2^{k+1} \times 2 = 2^{(k+1)+1}$ ; PT 大小为  $2(k+1) + 2 = 2[(k+1)+1]$ ; 当  $n=k+1$  时, CPT 及 PT 大小均满足定理。

(3)  $n$  个输入单输出的二元或门, 其 CPT 大小为  $2^{n+1}$ , PT 大小为  $2(n+1)$ 。故得证。

证毕

在处理复杂系统多输入情况时, 利用 PT 表达 CSI, 从根本上使得 CPT 计算时的组合爆炸问题得到抑制, 并且基于 PT 的变量消元算法程序伪代码<sup>[12]</sup>可证明此简化方法的可行性。或门是工程系统中应用最为广泛的一种逻辑门, 因而基于 CSI 的简化方法具有重要的实用意义。

### 2.2 其他逻辑门的简化结果

用相同方法对逻辑与门、表决门、异或门、非门、禁门、顺序与门进行分析, 如表 1 所示。

表 1 其他逻辑门的参数个数

Table 1 Parameters number of other logic gates

逻辑门	输入	CPT	PT
与门	$n$	$2^{n+1}$	$2(n+1)$
异或门	$n$	$2^{n+1}$	$2^{n+1}$
非门	1	4	4
禁门	$n$	$2^{n+1}$	$2(n+1)$
顺序与门	$n$	$2^{n+1}$	$2(n+1)$

对表决数为  $r$  的表决门  $\begin{pmatrix} r \\ n \end{pmatrix}$  研究表明 PT 可减少概率数, 但由于加入变量  $r$ , 因此未能给出统一结论, 但其 PT 所占内存小于 CPT。

## 3 应用实例

对某飞机起落架的前轮转弯系统, 利用其故障模式影响分析 (FMEA) 建立 BNs, 如图 3 所示。

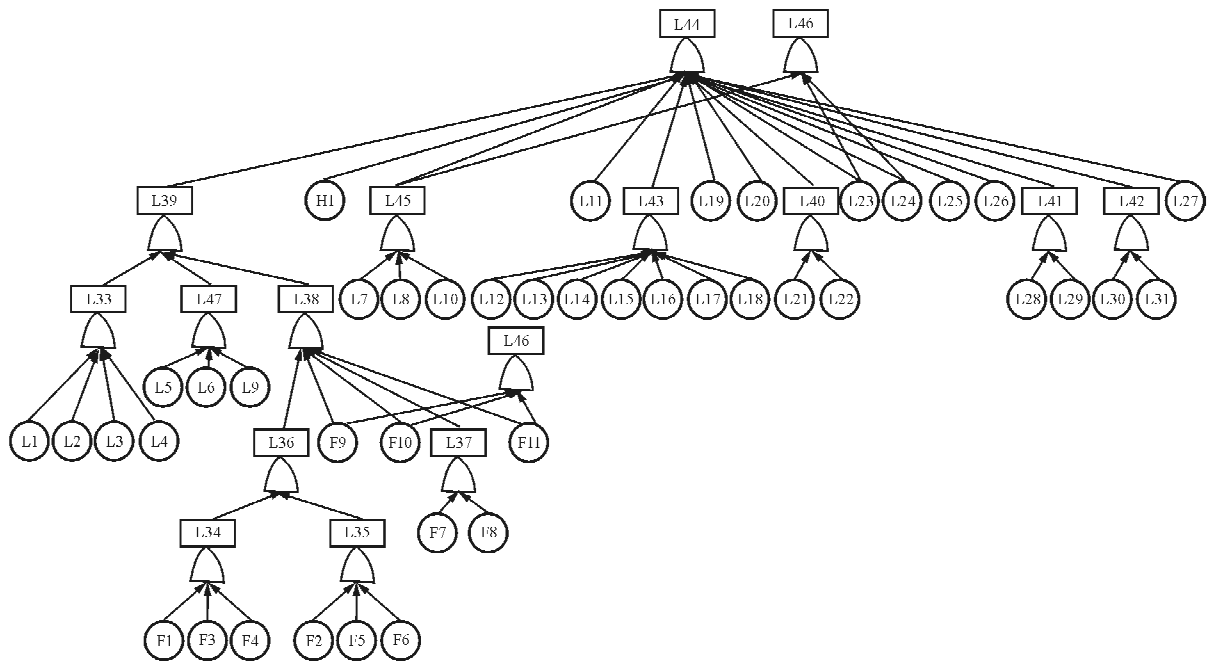


图 3 转弯系统的 BNs

Fig. 3 BNs of the turning system

由于节点数较多,仅给出部分节点说明,如表 2 所示。H 表示来自液压系统,L 表示来自起落架系统,F 表示来自飞控系统。L1-L31 为基本事件;L33-L45 为中间事件;L44 为顶事件,L46 为转弯系统进入自由模式,利用差动刹车进行转弯。

表 2 图 3 中部分代号说明

Table 2 Description to parts of the symbols in Fig. 3

代号	含义
L11	选择阀泄漏严重
II1	2# 液压系统失去压力
L19	单向阀损坏或阻塞
L20	油滤阻塞
L25	防气穴阀泄漏严重
L26	转弯动作筒损坏或脱开
L43	转弯控制阀失效
L44	失去前轮转弯能力
L45	SCU 失效

同样,节点 44 及 40 的 PT 如图 4 所示。各节点 CPT 与 PT 大小的比较结果如表 3 所示。

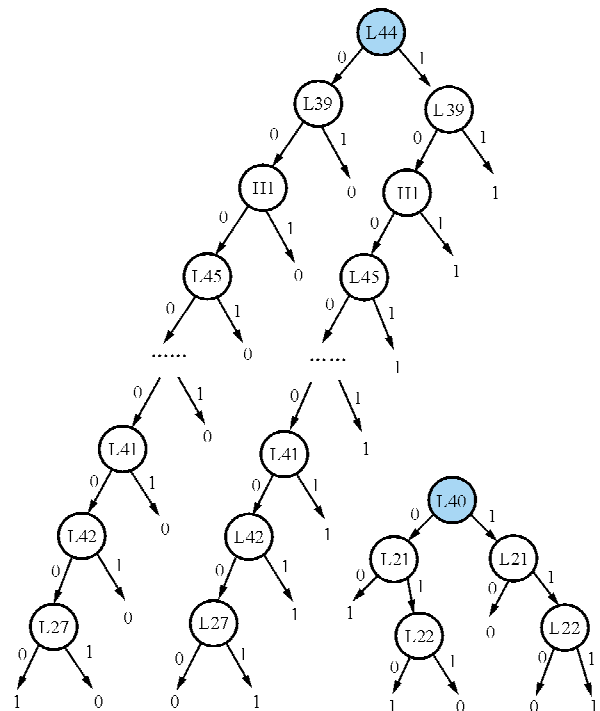


图 4 节点 L44 和 L40 的 PT

Fig. 4 PTs of node L44 and L40

表 3 实例节点参数个数简化结果

Table 3 Reductive results of the number of the nodes' parameters in the example

节点	输入 $n$	CPT	PT	倍数
L44	15	65536	32	2048
L39	3	16	8	2
L45	3	16	8	2
L43	7	256	16	16
L40	2	8	6	4/3
L41	2	8	6	4/3
L42	2	8	6	4/3
L33	4	32	10	16/5
L47	3	16	8	2
L38	5	64	12	16/3
L36	2	8	6	4/3
L37	2	8	6	4/3
L34	3	16	8	2
L35	3	16	8	2
其余	0	2	2	1

本例中仅含逻辑与门和或门,当输入为  $n$  时,CPT 大小为 PT 的  $2^n/(n+1)$  倍,即随输入个数  $n$  的增多,PT 作用越显著。此 BNs 模型含有大量逻辑或门,尤其节点 L44,包含 15 个输入的逻辑或门,CPT 大小为 65 536,而 PT 的大小仅为 32,相差 2 048 倍。

采用 PT 表达 CPT,不仅可以减少数据存储,而且可进一步降低网络概率推理的运算量。以求解点 L40 的可靠度为例说明推理过程运算量减少。若以经典变量消元算法求解 L40 的可靠度,计算公式为

$$P(L40=1) = \sum_{L22, L21} P(L40=1 | L22, L21) P(L21) P(L22)$$

若节点参数采用 CPT 存储,则计算 L40 的可靠度需将节点 L40、L21、L22 对应的 CPTs 相乘,所需运算次数为  $4 \times 2 \times 2 = 16$ ;若节点参数采用 PT 存储,将对应 PTs 相乘所需运算次数为  $1+2+2=5$ 。因此,PT 表达方式可减少推理过程的运算量。

利用 CPT 及 PT 两种方法对 L40 的可靠性进行计算,结果如表 4 所示。相同的计算结果验证了

PT 方法对可靠性计算的正确性。

表 4 节点 L40 可靠性结果

Table 4 Reliability results of node L40

存储方法	L40 可靠性
CPT	0.999 998 16
PT	0.999 998 16

对于  $n$  输入逻辑与门及或门可靠度的计算,采用 CPT 存储节点参数所需运算次数为  $2^{2n}$ ,采用 PT 存储为  $3n-1$  次,PT 表达不仅可减少推理运算量,并且随着逻辑门输入变量个数增多,降低运算量的程度越大。

## 4 结 论

(1) 基于 CSI 的概念,提出了利用 PT 代替节点 CPT 的方法,该方法可有效降低网络参数存储量,相比于 CPT 数据表达方式,理论上减少了推理过程中的计算量。

(2) 故障树是一种特殊的贝叶斯网络,其典型逻辑门的 CPT 存储量随父节点数目呈指数增长,继而引发指数爆炸问题,而 PT 所需存储量随父节点数目呈线性增长。故 PT 可代替 CPT 成为解决故障树模型参数数量随节点增加呈现组合爆炸问题的有效手段。

## 参 考 文 献

- [1] 张连文,郭海鹏. 贝叶斯网引论[M]. 北京:科学出版社,2006.  
Zhang Lianwen, Guo Haipeng. An introduction to Bayesian network[M]. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese)
- [2] Stephenson T A. An introduction to Bayesian network theory and usage[R]. IDIAP-RR 00-03, 2000.
- [3] 费胜巍,孙宇,师会超. 基于故障分析模型的贝叶斯网络构建及应用[J]. 计算机集成制造系统, 2007, 13(9): 1768-1773.  
Fei Shengwei, Sun Yu, Shi Huichao. Construction and application of Bayesian networks based on fault analysis model [J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2007, 13(9): 1768-1773. (in Chinese)
- [4] 杨昌昊,胡小建,竺长安. 从故障树到故障贝叶斯网映射的故障诊断方法[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(7): 1481-1486.  
Yang Changhao, Hu Xiaojian, Zhu Chang'an. Fault diagnosis method mapping from fault trees to fault Bayesian

- networks[J]. *Journal of Scientific Instrument*, 2009, 30(7): 1481-1486. (in Chinese)
- [5] 黄友平. 贝叶斯网络研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2005.  
Huang Youping. *Research on Bayesian network*[D]. Beijing: Graduate School of Chinese Academy of Sciences, 2005. (in Chinese)
- [6] Heckerman D. Causal independence for knowledge acquisition and inference[C]//*Proceedings of the Ninth International Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1993; 122-127.
- [7] Heckerman D, Breese J S. A new look at causal independence[C]//*Proceedings of the Tenth International Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1994; 286-292.
- [8] Zhang N L, Poole D. Exploiting causal independence in Bayesian network inference[J]. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 1996(5): 301-328.
- [9] Boutilier C, Friedman N, Goldszmidt M, et al. Context-specific independence in Bayesian networks[C]//*Proceedings of the Twelfth International Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1996; 115-123.
- [10] 廖炳生, 曹晋华, 梅启智. 4HT23-1998-03-16 故障树分析指南[S]. 北京: 国防科技技术工业委员会, 1998.  
Liao Jiongsheng, Cao Jinhua, Mei Qizhi. 4HT23-1998-03-16 Guide to fault tree analysis[S]. Beijing: Commission of Science Technology and Industry for National Defense, 1998. (in Chinese)
- [11] Bobbio A, Portinale L, Minichino M, et al. Improving the analysis of dependable systems by mapping fault trees into Bayesian networks[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2001, 71(3): 249-260.
- [12] Cano A, G3mez-Olmedo M, Moral S. Approximate inference in Bayesian networks using binary probability trees [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2011, 52(1): 49-62.

### 作者简介:

刘琳颖(1989—),女,硕士研究生。主要研究方向:飞行器设计。

孙 秦(1956—),男,教授,博导。主要研究方向:飞机结构设计、计算力学。

王 瑶(1989—),女,博士研究生。主要研究方向:故障诊断、可靠性分析、人工智能。

(编辑:赵毓梅)

### (上接第306页)

- [15] Wolkovitch J. Low-speed wind tunnel test on joined wing and monoplane configurations (Vol. 1); analysis of results [R]. ACA report 82-1, 1982.
- [16] Corneille J. Wind tunnel investigation of joined wing configurations [D]. Dept. of the Air Force Air University. Wright-Patterson AFB, Ohio: Air Force Institute of Technology, 1999.
- [17] Blair M, Robinson J, McClelland W A, et al. A joined-wing flight experiments[R]. USA: Air Force Research Laboratory, 2008.
- [18] Raymer D P. *Aircraft design: a conceptual approach*[M]. 4th ed. USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.

### 作者简介:

刘 毅(1982—),男,工程师,硕士。主要研究方向:飞机气动设计。

靳宏斌(1966—),男,研究员。主要研究方向:飞机设计。

(编辑:赵毓梅)