

一种基于叶盘结构几何失谐的降阶分析方法

张辉有,王红建

(西北工业大学 航空学院,西安 710072)

摘要: 叶片几何失谐严重影响叶盘结构的振动特性。为了准确且高效地对存在叶片几何失谐的叶盘结构进行振动分析,基于扇区建模方法,由动力学方程推导出降阶模型的表达式,利用该降阶方法对整个几何失谐叶盘结构分别进行模态分析和受迫响应分析,并与有限元方法进行固有频率和受迫响应结果的对比。结果表明:该降阶方法得到的结果与有限元方法得到的结果基本一致,验证了该方法的有效性和实用性。

关键词: 叶盘结构;几何失谐;降阶模型;模态分析;受迫响应分析

中图分类号: V231.9

文献标识码: A

A Reduced Order Model of Bladed Disks with Geometric Mistuning

Zhang Huiyou, Wang Hongjian

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The blade geometry mistuning can have a drastic effect on the vibration characteristics of the bladed disk. In order to analyze the vibration characteristics of the bladed disk with geometry mistuning, the expression of reduced order model is derived from the dynamic equation, based on the modeling method with sectors. The modal analysis and force response analysis of bladed disks with geometric mistuning are performed by using the reduced order method, and the result of the natural frequencies and the force response is compared with that by finite element method. The result shows that the data of the two methods agree well, which proves the validity and the utility of the reduced order method.

Key words: bladed disk; geometric mistuning; reduced order model; modal analysis; force response analysis

0 引言

发动机的叶盘结构系统通常设计为具有循环对称性,而实际的叶盘结构系统都是失谐的。失谐主要由加工误差、运行磨损等因素造成。叶片失谐会导致叶盘结构振动能量局部化,并大幅增加叶片在共振区的振动应力,甚至使叶盘结构出现高周疲劳破坏。

随着发动机的设计越来越复杂,有限元的规模也越来越大,其计算非常耗时,而降阶方法可以解决这一问题。降阶技术可以降低有限元矩阵的阶数,大幅提高计算效率,并能保证良好的计算精度,

为发动机设计提供有效的理论和技术参考。Yang M T 等^[1]提出了谐调公称模态子集模型(SNM),该模型不需要进行子结构分解,在计算叶片材料属性失谐时效率较高,而在计算叶片几何失谐时效率较低;D. M. Feiner 等^[2]针对单个模态族振动的特殊情况,在 SNM 的基础上发展了基本失谐模型(FMM),该方法仅适用于模态族频率较接近的情况;C. Martel 等^[3]在 FMM 的基础上提出了渐进失谐模型(AMM),该模型将 FMM 推广到可以考虑单个模态族之外的频率转向区,从物理机理上揭示了失谐对受迫响应的影响。上述研究主要针对刚度失谐,而几何失谐同时影响质量矩阵和刚度矩阵。Alok Sinha^[4-7]和 Yasharth Bhartiya^[5-7]研究几何失谐叶盘的振动特性时,在 SNM 的基础上基于扇区建模,提出了一种修正模态域分析的降阶方

法(MMDA),该方法能够准确预测失谐叶盘的模态振型、固有频率和受迫响应。Moustapha Mbaye等^[8]亦在SNM的基础上开发并提出了一种基于扇区循环对称模态的降阶方法,来研究几何失谐叶盘的振动特性。

本文基于扇区建模,利用存在叶片几何失谐扇区的循环对称模态对叶盘结构进行降阶处理,完成对几何失谐叶盘的模态分析和受迫响应分析;并通过算例,验证该方法的准确性和有效性。

1 降阶模型建立

1.1 动力学方程

叶盘结构系统在外激振力的作用下,其频域运动方程可表示为

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u}(\omega) = \mathbf{f}(\omega) \quad (1)$$

式中: \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} 和 \mathbf{f} 分别为质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵以和激振力向量; $\mathbf{u}(\omega)$ 为位移向量。

叶盘结构的固有频率及模态振型可由系统无阻尼自由振动特征方程(式(2))得到。

$$\mathbf{K}\Phi_i = \omega_i^2 \mathbf{M}\Phi_i \quad (2)$$

式中: ω_i 、 Φ_i 分别为系统第 i 阶固有频率和模态。

1.2 降阶模型

假设由 N 个扇区组成的失谐整体叶盘中有 d 个叶片外形存在差异。选取叶盘中任意一个叶片类型 np ,单独对其扇区进行谐调状态下的循环对称分析,得到对应的循环对称模态 $\bar{\Phi}_1^{np}, \dots, \bar{\Phi}_m^{np}$,其中 m 为扇区模型选择模态数。

扇区循环对称模态的复数形式为

$$\bar{\Phi}_m^{np} = \bar{\Phi}_m^{np^c} + j\bar{\Phi}_m^{np^s} \quad (3)$$

1.2.1 模态相位修正

由于各扇区循环对称模态是单独计算得到的,当相邻两扇区是异种叶片类型相连时,两循环对称模态之间存在相位偏移。

为了保证异种叶片类型扇区相连时两循环对称模态相位的连续性,引入模态比例因子(Mode Scale Factor),表述为

$$MSF(\Phi_r, \Phi_s) = \frac{\{\Phi_r\}^T \{\bar{\Phi}_s\}}{\{\Phi_r\}^T \{\Phi_r\}} \quad (4)$$

式中: Φ_r 和 Φ_s 分别为模态分析得到的两扇区的模态向量。

对扇区谐调状态下循环对称模态 Φ^{rn} 可以采用如下公式进行相位修正:

$$\Phi = \frac{MSF(\Phi^{nom}, \Phi^{rn})}{|MSF(\Phi^{nom}, \Phi^{rn})|} \Phi^{rn} \quad (5)$$

式中: Φ^{nom} 为参考扇区的循环对称模态,对于一个失谐叶盘结构系统,其参考扇区的选择是任意的; Φ 为进行相位修正后的扇区循环对称模态。

在全局坐标系下,实模态可以通过式(6)^[8]得到

$$\bar{\Psi}_m^p = \Phi_m^{p^c} \cos\left(\frac{2np\pi}{N}\right) - \Phi_m^{p^s} \sin\left(\frac{2np\pi}{N}\right) \quad (6)$$

将失谐叶盘结构各扇区进行相位修正的循环对称模态进行组合,得到:

$$\bar{\Psi} = \begin{bmatrix} \bar{\Psi}_1^p & \dots & \bar{\Psi}_m^p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\Psi}_1^{N-1} & \dots & \bar{\Psi}_m^{N-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: m 为模态数,其取值越大,则可获得更高的模态阶数,对失谐系统的描述将会更准确,因此可以获得较高的精度,同时 m 取值大会导致自由度的增加,相应增加计算量。本文中 m 取20。

1.2.2 模态连续性

对相邻扇区接触界面位移场的连续性进行研究,为保证接触面处位移场的连续性,需要满足两个条件:(1)接触面处的网格必须兼容,本文仅针对叶片几何失谐进行研究,而扇区接触发生在轮盘之间,因此该条件满足;(2)保证两相邻扇区接触面处位移的连续性。为满足该条件,需要在接触面处施加线性约束条件,其约束关系可以通过运用Lagrange乘子场^[9]的方法或者约束相邻扇区之间接触面处的位移向量。本文运用第二种方法保证两相邻扇区之间接触面的位移连续性。

在全局坐标系下,式(1)可写为

$$(-\omega^2 \bar{\mathbf{M}} + j\omega \bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{K}})\bar{\mathbf{u}}(\omega) = \bar{\mathbf{f}}(\omega) \quad (8)$$

式中: $\bar{\mathbf{u}}(\omega) = [\bar{u}_1(\omega), \bar{u}_i(\omega), \bar{u}_r(\omega)]$; $\bar{u}_1(\omega)$ 、 $\bar{u}_i(\omega)$ 、 $\bar{u}_r(\omega)$ 分别为扇区左端接触面、内部接触面、右端接触面处节点的位移; $\bar{\mathbf{M}} = \text{Bdiag } \mathbf{M}_n$; $\bar{\mathbf{K}} = \text{Bdiag } \mathbf{K}_n$; \mathbf{M}_n 和 \mathbf{K}_n 分别为叶盘第 n 扇区的质

量矩阵和刚度矩阵。

要保证相邻扇区之间接触界面的连续性,在全局坐标系下,接触界面之间应满足:

$$\bar{u}_r^{p+1}(\omega) = \bar{u}_1^p(\omega) \quad (9)$$

在 $\bar{\Psi}$ 的基础上构造新模式 $\bar{\Psi}^{new}$, 以满足相邻两扇区之间模式的连续性。

新模式的约束关系为

$$(\bar{\Psi}_\alpha^{new})_r^{p+1} = (\bar{\Psi}_\alpha^{new})_1^p \quad (10)$$

令

$$(\bar{\Psi}_\alpha^{new})_r^{p+1} = (\bar{\Psi}_\alpha^{new})_1^p = \frac{1}{2} [(\bar{\Psi}_\alpha)_r^{p+1} + (\bar{\Psi}_\alpha)_1^p] \quad (11)$$

1.2.3 系统降阶

将模式矩阵作为变换阵,模式坐标作为新坐标系,则

$$\bar{u}(\omega) = \bar{\Psi}^{new} y(\omega) \quad (12)$$

将式(12)代入式(8),并左乘 $\bar{\Psi}^{new T}$ 可得

$$(-\omega^2 \bar{M}_r + j\omega \bar{C}_r + \bar{K}_r) y(\omega) = \bar{\Psi}^{new T} \bar{f}(\omega) \quad (13)$$

$$\bar{M}_r = \bar{\Psi}^{new T} \bar{M} \bar{\Psi}^{new} \quad (14)$$

$$\bar{C}_r = \bar{\Psi}^{new T} \bar{C} \bar{\Psi}^{new} \quad (15)$$

$$\bar{K}_r = \bar{\Psi}^{new T} \bar{K} \bar{\Psi}^{new} \quad (16)$$

1.2.4 受迫响应分析

进一步分析几何失谐叶盘结构系统的受迫响应,为了简化问题,本文选用模式阻尼。首先,叶盘结构的固有频率及模式振型可由系统无阻尼自由振动特征方程(式(17))得到。

$$\bar{K}_r \bar{\Phi} = \Delta_r \bar{M}_r \bar{\Phi} \quad (17)$$

$$\Delta_r = \text{diag}[\omega_1^2 \quad \omega_2^2 \quad \dots \quad \omega_{nb}^2] \quad (18)$$

$$\bar{\Phi} = [\bar{\Phi}_1 \quad \bar{\Phi}_2 \quad \dots \quad \bar{\Phi}_{nb}] \quad (19)$$

式中: nb 为叶盘结构选择的模式数。

将新的模式矩阵作为变换阵,令

$$y(\omega) = \bar{\Phi} z(\omega) \quad (20)$$

将式(20)代入式(13),并左乘 $\bar{\Phi}^T$ 可得

$$(-\omega^2 \bar{\Phi}^T \bar{M}_r \bar{\Phi} + j\omega \bar{\Phi}^T \bar{C}_r \bar{\Phi} + \bar{\Phi}^T \bar{K}_r \bar{\Phi}) \cdot z(\omega) = \bar{\Phi}^T \bar{\Psi}^{new T} \bar{f}(\omega) \quad (21)$$

$$\bar{f}(\omega) = f_0 e^{j\omega t} \quad (22)$$

$$f_0 = [f_1 \quad f_1 e^{j\theta} \quad \dots \quad f_1 e^{j(N-1)\theta}] \quad (23)$$

$$\theta = \frac{2\pi r}{N} \quad (24)$$

式中: ω_α 为与模式 α 相关的固有频率; r 为激振力阶次。

2 实例验证

实际叶盘模型如图 1 所示,叶片数为 20。

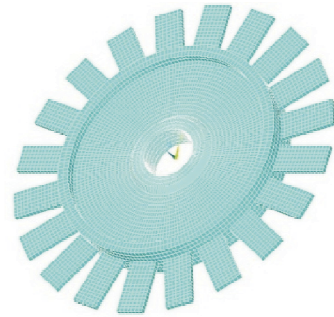


图 1 谐调叶盘有限元模型

Fig. 1 Finite element model of tuned bladed disk

模型采用 8 节点六面体 solid185 单元,共 15 420 个单元。设叶盘结构材料的弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$, 密度 $\rho = 7 850 \text{ kg/m}^3$, 泊松比 $\nu = 0.3$, 叶盘通过结构的内径表面节点固定在主轴上。

利用有限元分析软件 Ansys 对谐调叶盘模型进行模式分析,得到频率转向图如图 2 所示。

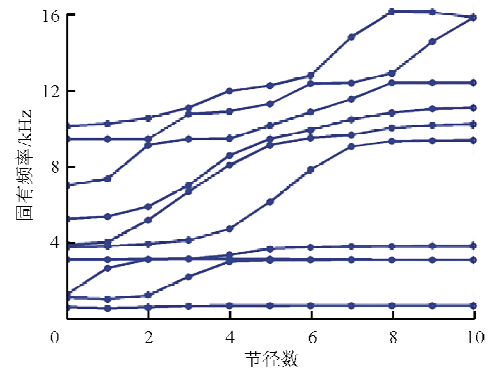


图 2 频率转向图

Fig. 2 Diagram of frequency veering

实际中几何失谐叶盘的几何数据是通过坐标测量仪器(CMM)获得的,本文作为理论研究,利用常函数、一次函数和二次函数的线性叠加生成失谐几何数据,三种函数形式分别为 $f = c$, $f = ax + b$ 和 $f = ax^2 + bx + c$, 其中 f 为厚度变化比例系数。选定的失谐量分别为 2%、3%、4%。利用有限元模型和降阶模型分别计算失谐叶盘结构系统的前

80阶模态,得到的有限元和降阶模型的对比结果分别如图3~图4所示。

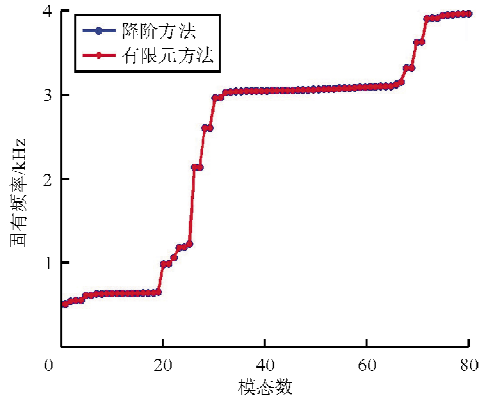


图3 ROM与有限元方法固有频率对比
Fig. 3 Comparison of natural frequency between FEM and ROM

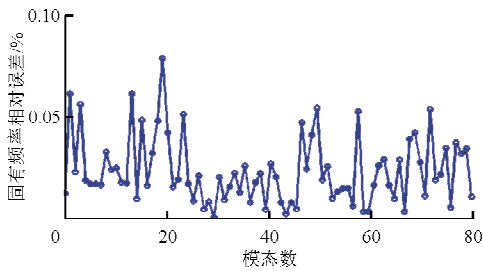


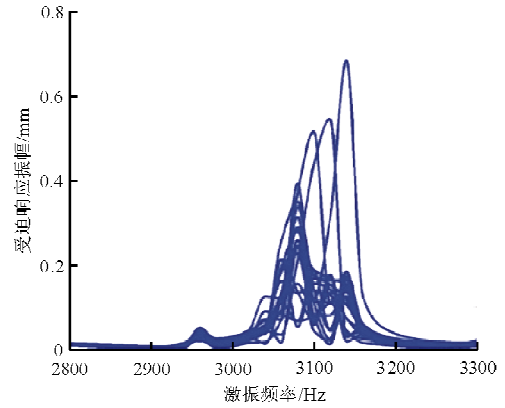
图4 ROM与有限元方法固有频率相对误差
Fig. 4 Comparison natural frequency' relative error between FEM and ROM

从图3可以看出,失谐叶盘结构系统的前80阶固有频率在600和3050 Hz附近处较集中,这些频率集中段对应叶片主导的振动形式。

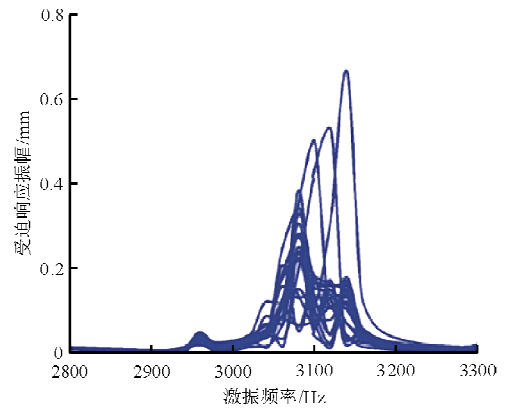
从图4可以看出,对失谐叶盘模型的有限元分析结果与降阶方法分析结果的相对误差值很小,大多数误差都在0.05%以下,最大误差不超过0.08%,表明该降阶方法能准确、有效地对结构进行模态分析。

失谐叶盘结构系统的受迫响应分析表明:对于低阶模态族,频率转向使系统模态势能从轮盘向叶片转移;而对于高阶模态族,频率转向使系统模态势能从叶片向轮盘转移^[10]。通过分析图2中的频率转向规律,研究激振阶次分别为3和5时失谐叶盘结构系统的受迫响应特性。选定频率的计算范围2800~3300 Hz和3400~3900 Hz,模态阻尼

选定为0.001,载荷施加在各扇区叶尖的中点,幅值为1 N。由有限元方法和降阶方法得到激振阶次分别为3和5时的分析结果分别如图5~图6所示。



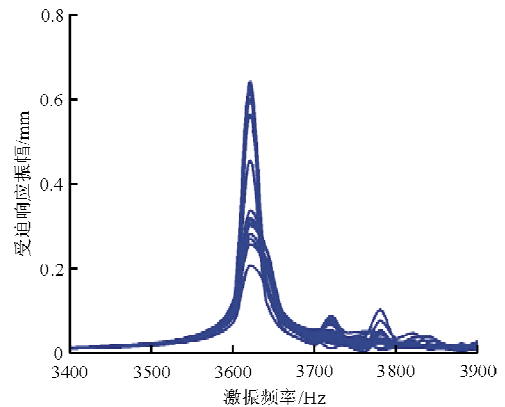
(a) 有限元法



(b) 降阶方法

图5 激振阶次为3时失谐叶盘受迫响应分析结果

Fig. 5 Force response of the mistuned bladed disk on an engine order excitation 3



(a) 有限元法

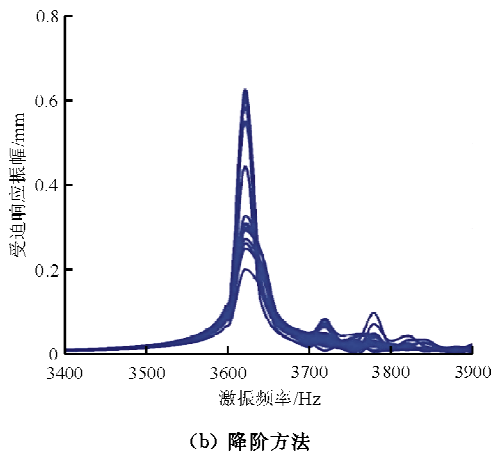


图6 激振阶次为5时失谐叶盘受迫响应分析结果
Fig.6 Force response of the mistuned bladed disk on an engine order excitation 5

对比激振阶次3和5下的有限元方法和降阶方法得到的受迫响应振幅最大值,如图7所示。

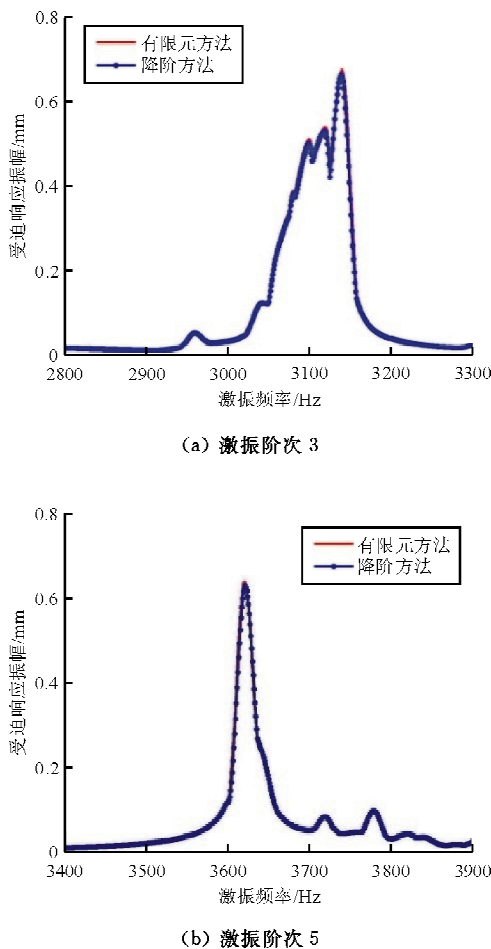


图7 失谐叶盘受迫响应最大幅值对比
Fig.7 Comparison the maximum force response of the mistuned bladed disk

从图5~图7可以看出:激振阶次为3时,三个最大极值点的相对误差分别为1.4%、1.2%、1.5%;激振阶次为5时,最大极值点的相对误差为1.4%,两种分析方法得到的结果基本吻合,表明该降阶方法亦能准确地对结构进行受迫响应分析。

3 结论

(1) 本文采用降阶方法与有限元方法对同一几何失谐叶盘模型进行自然振动模态分析,两种方法得到的分析结果基本一致,前80阶固有频率的最大相对误差不超过0.08%。

(2) 同时采用降阶方法与有限元方法对失谐叶盘模型进行受迫响应分析,结果表明两种方法得到的分析结果亦基本吻合。

(3) 本文所用降阶方法对于模态分析及受迫响应分析是一种准确、有效的方法,该方法可为发动机的振动特性计算提供有价值的参考。

参考文献

- [1] Yang M T, Griffin J H. A reduced-order model of mistuning using a subset of nominal system modes[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2001, 123(4): 893-900.
- [2] Feiner D M, Griffin J H. A fundamental model of mistuning for a single family of modes[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2002, 124(4): 597-605.
- [3] Martel C, Corral R. Asymptotic description of maximum mistuning amplification of bladed disk forced response[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2009, 131(2): 601-610.
- [4] Alok Sinha. Reduced-order model of a bladed rotor with geometric mistuning[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2009, 131(3): 7-13.
- [5] Yasharth Bhartiya, Alok Sinha. Geometric mistuning identification of integrally bladed rotors using modified modal domain analysis[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2014, 136(2): 1-8.
- [6] Yasharth Bhartiya, Alok Sinha. Reduced order model of a multistage bladed rotor with geometric mistuning via modal analyses of finite element sector[C]. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea and Air*. Glasgow, 2010: 14-18.
- [7] Yasharth Bhartiya, Alok Sinha. Reduced order modeling of a bladed rotor with geometric mistuning via estimated deviations in mass and stiffness matrices[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2013, 135(5): 501-508.

- [8] Moustapha Mbaye, Christian Soize, Jean-Philippe Ousty. A reduced-order model of detuned cyclic dynamical systems with geometric modifications using a basis of cyclic modes [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2010, 132(11): 502-510.
- [9] Ohayon R, Sampaio R, Soize C. Dynamic substructuring of damped structures using singular value decomposition[J]. Journal of Applied Mechanics, 1997, 64(2): 292-298.
- [10] 王红建, 贺尔铭, 赵志彬. 叶盘系统频率转向与模态耦合特性分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(12): 2214-2218.
Wang Hongjian, He Erming, Zhao Zhibin. Characteristic analysis of frequency veering and mode interaction of bladed disks[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(12): 2214-2218. (in Chinese)

作者简介:

张辉有(1989—),男,硕士研究生。主要研究方向:结构动力学。

王红建(1968—),男,副教授。主要研究方向:结构动力学、机械振动。

(编辑:马文静)

(上接第468页)

- [10] Copley S M, Kear B H. A dynamic theory of coherent precipitation hardening with application to nickel-base superalloys[J]. Transaction AIME, 1967, 239(22): 984-990.
- [11] Scheunemann-Frerker G, Gabrisch H, Feller-Kniepmeier M. Dislocation microstructure in a single-crystal nickel-based superalloy after tensile testing at 823K in the [001] direction[J]. Philosophical Magazine A, 1992, 65(6): 1353-1368.
- [12] Feller-Kniepmeier M, Link T, Poschmann I, et al. Temperature dependence of deformation mechanisms in a single crystal nickel-base alloy with high volume fraction of γ' phase[J]. Acta Materialia, 1996, 44(5): 2397-2406.

作者简介:

魏鹏飞(1988—),男,硕士研究生。主要研究方向:结构材料动态破坏性能分析。

郭伟国(1960—),男,博士,教授。主要研究方向:结构与材料动态力学性能测试技术、材料的动态力学行为及本构关系。

吕胜利(1965—),男,博士,副教授。主要研究方向:无人机新型轻质复合材料结构设计技术、飞机结构的腐蚀与疲劳。

刘开业(1989—),男,硕士研究生。主要研究方向:结构与材料动态力学性能测试技术。

(编辑:马文静)