

文章编号:1674-8190(2015)01-046-06

SA 一方程湍流模型参数影响分析与辨识

钱炜祺^{1,2}, 周宇^{1,2}, 陈江涛^{1,2}

(1. 中国空气动力研究与发展中心 空气动力学国家重点实验室, 绵阳 621000)

(2. 中国空气动力研究与发展中心 计算空气动力研究所, 绵阳 621000)

摘要: SA(Spalart-Allmaras)一方程湍流模型是目前工程湍流计算中主要采用的湍流模型之一。首先, 针对某典型战斗机的小攻角、中等攻角、大攻角流动工况, 利用均匀试验设计方法分析 SA 一方程模型中 8 个参数取值对上述工况下飞机升力和阻力系数计算结果的影响规律; 然后, 建立工程湍流模型参数的辨识方法, 并将其用于该战斗机大攻角工况下湍流模型参数 c_{bl} 值的辨识调整。结果表明: 不同工况下, 湍流模型参数对计算结果的影响规律不同; 在附着流状态下, 对升力和阻力影响较大的参数是 c_{vl} 和 c_{bl} ; 在中等攻角和较大攻角下, 对升力和阻力影响较大的参数是 c_{bl} ; 适当减小参数 c_{bl} 的取值后, 升力和阻力系数的计算结果有较明显的改善, 这可能与飞机大攻角分离流场中涡粘系数和剪切应力的发展与自由剪切流存在一定差异有关。

关键词: SA 一方程湍流模型; 参数影响; 参数辨识; 均匀试验设计

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

Parameter Influence Analysis and Identification of SA One-equation Turbulence Model

Qian Weiqi^{1,2}, Zhou Yu^{1,2}, Chen Jiangtao^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

(2. Computational Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: Spalart-Allmaras(SA) one-equation turbulence model has been mainly used in the numerical simulation of engineering turbulence flows. Firstly, the flow situations of small, middle, and large angle of attack of a typical fighter are concerned. And the influences of eight model parameters in SA turbulence model on the calculated turbulent flow fields are analyzed by using the uniform design of experiments. Then the turbulence model parameter identification method is developed and utilized for the estimation of c_{bl} value for the case of large angle of attack. The results show that under different flow situations the model parameters exhibit different influences on calculated results of lift and drag coefficients. For attached flow of small angle of attack, the influences of the parameters c_{vl} and c_{bl} are much greater than other parameters, and for middle and large angle of attack, the largest influence parameter is c_{bl} . It is found that when the parameter value of c_{bl} decrease moderately, the calculated lift and drag coefficients agree with the experimental results much better. This could be attributed to that the conventional value of the model parameters are calibrated from free shear flow but there exists some difference in the development of eddy-viscosity and shear stress between the separated flow of large angle of attack and the free shear flow.

Key words: SA one-equation turbulence model; parameter influence; parameter identification; uniform design of experiments

0 引言

工程上的复杂流动多数呈现出湍流状态, 在对这些流动的数值模拟中若能有效地考虑湍流影响,

则可获得更优的计算结果^[1-2]。目前,工程上已建立了多种湍流模型来模拟湍流影响,这些模型都含有经验参数,其参数取值多数是通过一些特殊条件下的实验结果来标定的,未必对所有流动情况都适用,因而在实际应用中,通常需要针对一些特定的流动类型对这些参数值进行辨识调整。所谓参数辨识,就是将湍流流动视为部分模型结构已知、部分模型结构未知的非线性系统,将含有湍流模型的 N-S 方程组视为其数学模型,将典型流动情况下的实验结果视为系统的输出,从而根据数值模拟结果和实验结果比较,使用系统辨识的方法来反演确定湍流模型中的参数值^[3-4]。

H. A. Dwyer 等^[5-6]分析了湍射流情况下零方程模型和 $k-\epsilon$ 两方程模型中参数的灵敏度,并指出灵敏度分析,并指出可以将灵敏度分析和实验、理论分析相结合对湍流模型参数值进行调整。K. J. Craig 等^[7]以 13.87° 攻角下 NACA4412 翼型的低速分离流动为研究对象,选取分离点处动能最小为目标函数,对 $k-\epsilon$ 两方程模型中的参数进行了优化,结果表明:参数调整后,整个分离流动的计算结果有明显改进。国内蔡金狮等^[3]、Qian Weiqi 等^[4]采用灵敏度方法对轴对称管道流动、后台阶流动、轴对称突扩管道流动等不可压流动情况下标准 $k-\epsilon$ 两方程模型和非线性 $k-\epsilon$ 两方程模型中的参数进行了辨识,但只限于不可压湍流流动,周宇等^[8]将该方法推广到了 $k-\omega$ SST 两方程模型和二维可压缩湍流流动。朱嵩等^[9]和成水燕等^[10]分别针对 $k-\epsilon$ 两方程模型和 $k-\omega$ SST 两方程模型开展了湍流模型参数影响分析与辨识。

SA(Spalart-Allmaras)一方程湍流模型^[11]是目前工程上广泛应用的湍流模型之一,具有计算收敛性较好、计算精度和可靠性较高等优点。本文以该模型为研究对象,首先分析模型中的 8 个模型参数对三维湍流流动计算结果的影响,然后对典型流动中的模型参数进行辨识与讨论。

1 SA 一方程湍流模型

Spalart 和 Allmaras 认为在自由剪切流中能量和信息由大尺度流动流向小尺度流动,涡粘系数只有产生项和扩散项。因此通过量纲分析、吸取其他湍流模型经验,并根据不同流场湍流发展进行修

改和逐步逼近,建立 SA 一方程模型^[11],其具体形式为

$$v_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad (1)$$

$$\frac{d\tilde{\nu}}{dt} = c_{b1}[1 - f_{t2}]\tilde{S}\tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma}\{\nabla \cdot [(v + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}] + c_{b2}(\nabla \tilde{\nu})^2\} - \left(c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2}f_{t2}\right) \left[\frac{\tilde{\nu}}{d}\right]^2 \quad (2)$$

式中: $\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}$; $f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}$; $f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$; $f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2)$; $\chi = \frac{\tilde{\nu}}{v}$; $f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6}\right]^{1/6}$; $g = r + c_{w2}(r^6 - r)$; $r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}$ 。模

型常数 $\sigma = 2/3$; $c_{b1} = 0.1355$; $c_{b2} = 0.622$; $c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma}$; $c_{w2} = 0.3$; $c_{w3} = 2.0$; $c_{v1} = 7.1$; $c_{t3} = 1.2$; $c_{t4} = 0.5$ 。

2 SA 一方程湍流模型的参数影响分析

以国外某典型战斗机标模外形为研究对象,分析三组工况下 SA 一方程模型中的 8 个参数 c_{b1} 、 c_{b2} 、 c_{w3} 、 c_{v1} 、 c_{t3} 、 c_{t4} 、 c_{w2} 、 σ 对计算结果的影响规律。这三组工况为:(1) $Ma = 0.75$, $\alpha = 2^\circ$; (2) $Ma = 0.20$, $\alpha = 15^\circ$; (3) $Ma = 0.20$, $\alpha = 30^\circ$ 。

计算采用 MFlow 软件^[12],求解雷诺平均 N-S 方程(RANS 方程),对计算域生成网格规模 4388352 的多块结构网格(如图 1 所示),在边界上给定特征边界条件、对称边界条件和无滑移壁面边界条件。计算中时间推进采用 LU-SGS 方法,对流项采用 Roe 通量差分格式;扩散项和源项离散采用中心差分格式^[13],该计算软件经过了网格收敛性校验,并通过了多个算例的考核^[12,14]。

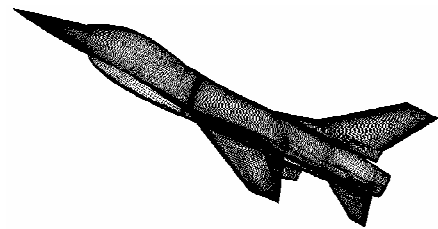


图 1 某典型战斗机标模表面计算网格图

Fig. 1 Surface grid of a typical fighter

在参数影响分析过程中采用 8 参数 3 水平 21 样本的均匀试验设计方法^[15],每个参数选取的 3

个水平值为:参数的常用值 $\times 90\%$,参数的常用值,参数的常用值 $\times 110\%$,21个样本对应的参数组合如表 1 示。在上述三组工况下对 21 个样本的升力和阻力气动系数值进行计算,然后进行极差分析。

对比三组工况下不同湍流模型参数对应的升力系数、阻力系数计算结果极差值,如图 2~图 4 所示。图中横轴对应不同参数,纵轴对应极差,其值越大,表示计算结果受该参数的影响越大。

表 1 均匀设计的 21 组 SA 模型计算参数
Table 1 21 samples of SA model parameters by uniform design

No.	c_{b1}	c_{b2}	c_{w3}	c_{v1}	c_{i3}	c_{i4}	c_{w2}	σ
1	0.149 05	0.684 20	1.800 00	7.100 00	1.320 00	0.500 00	0.330 00	0.733 33
2	0.121 95	0.684 20	2.200 00	6.390 00	1.200 00	0.450 00	0.330 00	0.666 67
3	0.149 05	0.684 20	2.200 00	7.100 00	1.200 00	0.550 00	0.270 00	0.733 33
4	0.149 05	0.684 20	2.000 00	7.810 00	1.080 00	0.450 00	0.300 00	0.600 00
5	0.135 50	0.684 20	2.000 00	7.100 00	1.080 00	0.550 00	0.330 00	0.733 33
6	0.121 95	0.622 00	1.800 00	7.100 00	1.080 00	0.500 00	0.330 00	0.600 00
7	0.135 50	0.622 00	1.800 00	6.390 00	1.080 00	0.450 00	0.270 00	0.733 33
8	0.135 50	0.622 00	2.200 00	7.810 00	1.320 00	0.550 00	0.330 00	0.600 00
9	0.121 95	0.622 00	2.200 00	7.810 00	1.080 00	0.500 00	0.300 00	0.733 33
10	0.121 95	0.559 80	2.200 00	7.100 00	1.200 00	0.500 00	0.270 00	0.600 00
11	0.135 50	0.559 80	2.000 00	7.810 00	1.200 00	0.450 00	0.330 00	0.733 33
12	0.149 05	0.622 00	1.800 00	6.390 00	1.200 00	0.550 00	0.300 00	0.600 00
13	0.121 95	0.559 80	2.000 00	6.390 00	1.320 00	0.550 00	0.300 00	0.733 33
14	0.121 95	0.684 20	1.800 00	7.810 00	1.200 00	0.550 00	0.300 00	0.666 67
15	0.121 95	0.622 00	2.000 00	7.810 00	1.320 00	0.450 00	0.270 00	0.666 67
16	0.135 50	0.684 20	2.000 00	6.390 00	1.320 00	0.500 00	0.270 00	0.600 00
17	0.149 05	0.559 80	2.000 00	6.390 00	1.080 00	0.500 00	0.330 00	0.666 67
18	0.135 50	0.559 80	1.800 00	7.100 00	1.320 00	0.450 00	0.300 00	0.600 00
19	0.149 05	0.622 00	2.200 00	6.390 00	1.320 00	0.450 00	0.300 00	0.666 67
20	0.135 50	0.559 80	2.200 00	7.100 00	1.080 00	0.550 00	0.270 00	0.666 67
21	0.149 05	0.559 80	1.800 00	7.810 00	1.200 00	0.500 00	0.270 00	0.666 67

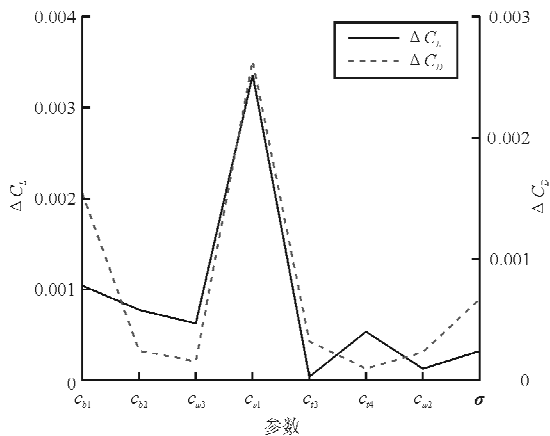


图 2 小攻角下不同湍流模型参数对应的升力和阻力系数计算结果极差($Ma=0.75, \alpha=2^\circ$)

Fig. 2 Extremum difference of calculated lift and drag coefficients at small incidence corresponding to different model parameters($Ma=0.75, \alpha=2^\circ$)

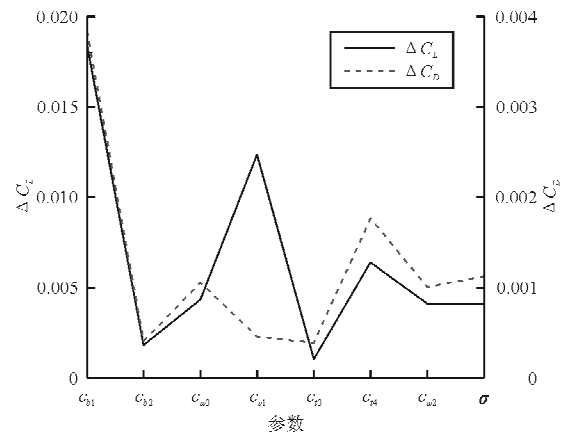


图 3 中等攻角下不同湍流模型参数对应的升力和阻力系数计算结果极差($Ma=0.20, \alpha=15^\circ$)

Fig. 3 Extremum difference of calculated lift and drag coefficients at middle incidence corresponding to different model parameters($Ma=0.20, \alpha=15^\circ$)

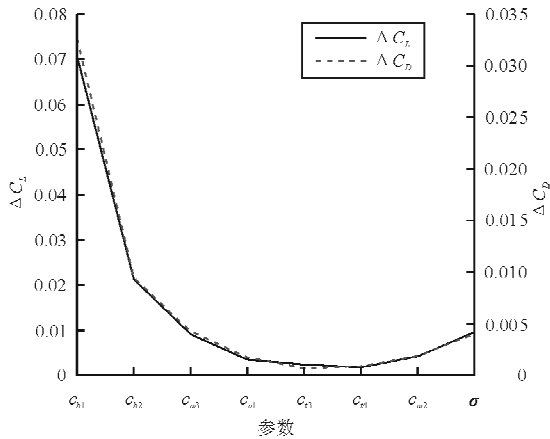


图 4 较大攻角下不同湍流模型参数对应的升力和阻力系数计算结果极差 ($Ma=0.20, \alpha=30^\circ$)

Fig. 4 Extremum difference of calculated lift and drag coefficients at large incidence corresponding to different model parameters ($Ma=0.20, \alpha=30^\circ$)

从图 2~图 4 可以看出:当 $Ma=0.75, \alpha=2^\circ$ 时, c_{b1} 对升力和阻力系数影响最大, c_{b1} 的影响次之;当 $Ma=0.20, \alpha=15^\circ$ 时, c_{b1} 对升力和阻力系数影响最大, c_{b1}, c_{b4} 对升力系数影响次之, c_{b4}, σ 对阻力系数影响次之;当 $Ma=0.20, \alpha=30^\circ$ 时, c_{b1} 对升力和阻力系数影响最大, c_{b2}, σ 对升力系数影响次之, c_{b2}, c_{b3}, σ 对阻力系数影响次之。

3 SA 一方程湍流模型参数辨识

对于参数辨识问题,通常将辨识问题化为参数优化问题,即求参数 θ 使目标函数 J 达到极小值。对于湍流模型参数辨识,式中的 ϕ_m 为实验测得的湍流状态变量(例如表面压力分布、升力和阻力系数等), ϕ_c 为参数矢量取 θ 时计算所得的状态变量。优化问题的求解可采用梯度类优化或遗传算法等方法。

$$J = \|\phi_m - \phi_c(\theta)\|^2 \quad (3)$$

在较大攻角情况下,SA 一方程模型中的 c_{b1} 是对升力和阻力系数影响最大的参数。因此,针对国外某典型战斗机 $Ma=0.20, \alpha=30^\circ$ 的工况,利用该工况下升力和阻力系数的风洞试验结果对湍流模型中的参数 c_{b1} 进行辨识。此时的目标函数取为

$$J = [(C_L^{calc} - C_L^{exp})/C_L^{exp}]^2 + [(C_D^{calc} - C_D^{exp})/C_D^{exp}]^2 \quad (4)$$

式中:气动系数的上标“calc”和“exp”分别表示计算结果和风洞实测值。

辨识时采用最速下降法,并且采用差分代替导

数的方法来计算梯度,即

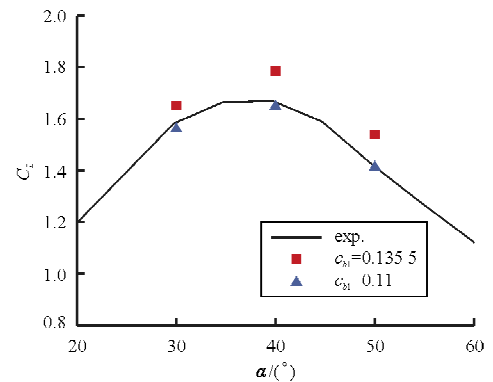
$$\theta^{l+1} = \theta^{l+1} - \beta(\partial J / \partial \theta) \quad (5)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_i} = \frac{J(\theta_i + \Delta) - J(\theta_i)}{\Delta} \quad (6)$$

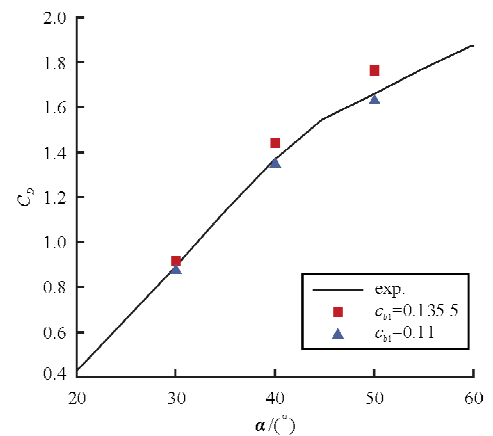
式中:上标“ l ”和“ $l+1$ ”表示迭代步数; β 为步长; Δ 为参数的摄动量,计算中取为 $0.005\theta_i$ 。

辨识计算中参数的初值取为常用值: $c_{b1} = 0.1355$ 。经过 6 步优化迭代后,辨识出参数值 $c_{b1} = 0.11$ 。

将该辨识结果用于相同马赫数、 $\alpha=40^\circ$ 和 50° 的工况计算,这些工况下参数 c_{b1} 采用常用值和辨识值计算出的升力和阻力系数值与风洞试验结果(图中“exp.”)的比较如图 5 所示,图中参数 c_{b1} 常用值的计算结果记为“ $c_{b1}=0.1355$ ”,辨识值的计算结果记为“ $c_{b1}=0.11$ ”。



(a) 升力系数



(b) 阻力系数

图 5 SA 一方程模型采用参数常用值和辨识值计算出的某典型战斗机升力和阻力值对比

Fig. 5 Comparison of calculated lift and drag coefficients of a fighter with conventional and estimated SA model parameter value

从图5可以看出:采用辨识值后,升力和阻力系数的计算结果都有较明显的改善; $\alpha=40^\circ$ 时,升力和阻力系数计算结果与试验值的偏差由9.69%、8.42%减小到1.24%、1.34%; $\alpha=50^\circ$ 时,升力和阻力系数计算结果与试验值的偏差由6.24%、5.29%减小到2.50%、2.77%。

实际上,模型参数 c_{bl} 主要影响自由剪切流中涡粘系数 ν_t 随时间的增长规律 $\exp(c_{bl}St)$ 及其耗散项,其中 S 为涡量值,其常用值是通过混合层和尾流的剪切应力峰值来确定的,而在飞机大攻角流动情况下,流场出现大范围分离和涡脱落,其涡粘系数和流动剪切应力的发展与自由剪切流可能存在一定的差异,因此有必要对该模型参数进行适当调整。对大攻角分离流动,采用 c_{bl} 常用值的原始SA模型估计出的湍流粘性生成项 G 偏高、耗散值 ϵ 偏低,计算中 c_{bl} 采用小于常用值的值能得出更理想的结果^[16]。而由理论推导^[17]可知

$$c_{bl} \approx \left(\frac{G}{\epsilon} - 1\right) \left(\frac{Sk}{\epsilon}\right)^{-1} \quad (7)$$

式中: k 为湍动能。

真实大攻角流动中的 G/ϵ 值小于原始模型计算出的 G/ϵ 值,因此,对应真实流动的 c_{bl} 值应小于原始模型计算采用的值,在计算中适当减小 c_{bl} 的取值是合理的。

4 结论

(1) 本文建立了SA一方程湍流模型参数对流场计算结果影响的分析方法,首先利用均匀试验设计方法进行样本点的数值计算,再根据极差分析参数影响。针对某典型战斗机的不同攻角流动工况,利用上述方法分析了8个模型参数对这些工况下飞机升力和阻力系数计算结果的影响规律。 c_{bl} 是模型产生项和耗散项中都出现的参数,对计算结果影响较大。

(2) 建立了湍流模型参数的辨识方法,并对该战斗机大攻角工况下湍流模型参数 c_{bl} 值进行了辨识,适当减小参数 c_{bl} 的取值(参数值由0.1355降至0.11)后,升力和阻力系数的计算结果有较明显的改善,与文献^[16]中的对比计算结果和基于湍流理论的分析结果是基本一致的。该结果一方面表明本文所建立的辨识算法是有效的,具有工程实用

价值;另一方面也表明对SA一方程模型而言,根据简单流动标定出来的模型参数 c_{bl} 值在复杂湍流流动情况下需进行适当辨识调整。接下来将针对不同的飞行器和流动类型开展模型参数辨识并对辨识结果的通用性做进一步的深入分析。

参考文献

- [1] 张兆顺. 湍流[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
Zhang Zhaoshun. Turbulence[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002. (in Chinese)
- [2] 李权, 郭兆电, 邓一菊, 等. 运输类飞机巡航阻力CFD计算分析[J]. 航空工程进展, 2011, 2(4): 402-408.
Li Quan, Guo Zhaodian, Deng Yiju, et al. CFD analysis for transport's cruise drag prediction[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2011, 2(4): 402-408. (in Chinese)
- [3] 蔡金狮, 汪清, 王文正. 飞行器系统辨识学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.
Cai Jinshi, Wang Qing, Wang Wenzheng. Parameter estimation of flight vehicles[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003. (in Chinese)
- [4] Qian Weiqi, Cai Jinshi. Parameter estimation of engineering turbulence model[J]. Acta Mechanica Sinica, 2001, 17(4): 302-309.
- [5] Dwyer H A. A study of turbulent flow with sensitivity analysis[R]. AIAA-80-1397, 1980.
- [6] Raiszadeh F, Dwyer H A. A study with sensitivity analysis of the $k-\epsilon$ turbulence model applied to jet flows[R]. AIAA-83-0285, 1983.
- [7] Craig K J, Venter P J. Optimization of the $k-\epsilon$ coefficients for separation on a high-lift airfoil [R]. AIAA-99-0151, 1999.
- [8] 周宇, 钱炜祺, 邓有奇, 等. $k-\epsilon$ SST 两方程湍流模型中参数影响的初步分析[J]. 空气动力学学报, 2010, 28(2): 213-217.
Zhou Yu, Qian Weiqi, Deng Youqi, et al. Introductory analysis of the influence of Menter's $k-\epsilon$ SST turbulence models parameters[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2010, 28(2): 213-217. (in Chinese)
- [9] 朱嵩, 刘国华, 毛欣炜, 等. 基于贝叶斯推理的标准 $k-\epsilon$ 湍流模型参数识别[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2010, 42(4): 78-82.
Zhu Song, Liu Guohua, Mao Xinwei, et al. Identification of parameters for standard $k-\epsilon$ turbulence model based on bayesian inference[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2010, 42(4): 78-82. (in Chinese)
- [10] 成水燕, 聂智军, 郭洋, 等. 网格拓扑和湍流模型参数对多段翼流动的影响[J]. 航空计算技术, 2012, 42(2): 56-59.
Cheng Shuiyan, Nie Zhijun, Guo Yang, et al. Influence

- study of grid topology and turbulence model parameters for multi-element airfoil [J]. *Aeronautical Computing Technique*, 2012, 42(2): 56-59. (in Chinese)
- [11] Spalart P R, Allmaras S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows[R]. AIAA-92-0439, 1992.
- [12] 张耀冰, 邓有奇, 吴晓军, 等. DLR-F6 翼身组合体数值计算[J]. *空气动力学学报*, 2011, 29(2): 163-169.
Zhang Yaobing, Deng Youqi, Wu Xiaojun, et al. Drag prediction of DLR-F6 using MFlow unstructured mesh solver [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2011, 29(2): 163-169. (in Chinese)
- [13] 朱自强. 应用计算流体力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998.
Zhu Ziqiang. Application of computational fluid dynamics [M]. Beijing: Beihang University Press, 1998. (in Chinese).
- [14] 张培红, 周乃春, 邓有奇, 等. 雷诺数对飞机气动特性的影响研究[J]. *空气动力学学报*, 2012, 30(6): 693-698.
Zhang Peihong, Zhou Naichun, Deng Youqi, et al. The effects of Reynolds number on airplane aerodynamic characteristics[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2012, 30(6): 693-698. (in Chinese)
- [15] 方开泰, 马长兴. 正交设计与均匀设计[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
Fang Kaitai, Ma Changxing. Orthogonal and uniform design of experiments[M]. Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese)
- [16] 周大高, 柳阳威, 文晓庆, 等. 改进 SA 模型对翼型分离流动的数值模拟[J]. *北京航空航天大学学报*, 2012, 38(10): 1384-1388.
Zhou Dagao, LiuYangwei, Wen Xiaoqing, et al. Modification of SA model for predicting airfoil flow separation[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2012, 38(10): 1384-1388. (in Chinese)
- [17] Pope S B. Turbulent flows[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

作者简介:

钱炜祺(1973—),男,博士,研究员。主要研究方向:空气动力学、飞行力学、数理逆问题。

周宇(1984—),男,硕士,助理研究员。主要研究方向:数理逆问题。

陈江涛(1983—),男,硕士,助理研究员。主要研究方向:计算流体力学。

(编辑:赵毓梅)