

# 基于支持向量回归代理模型的气动力优化设计

孙智伟<sup>1</sup>, 白俊强<sup>1</sup>, 华俊<sup>1,2</sup>, 尹戈玲<sup>3</sup>

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

(2. 中国航空研究院 飞行物理研究中心, 北京 100012)

(3. 中国运载火箭技术研究院 研究发展中心, 北京 100076)

**摘要:** 目前, 气动力优化设计中通常基于经验风险最小化原则构建代理模型, 预测精度的提高需要更多的训练样本, 计算代价较大, 同时盲目降低代理模型的训练误差难以避免过学习问题。针对上述问题, 首先提出采用支持向量回归(SVR)方法基于结构风险最小化原则构建代理模型思路, 然后对测试函数和翼型阻力进行预测, 最后对某型运输机机翼进行优化设计试验。结果表明: 与其他代理模型对比, 基于SVR的代理模型在小样本情况下具有较好的泛化能力, 并且能够快速准确地预测气动特性, 在飞机优化设计中, 可以提高工作效率, 优化结果可靠、可控。

**关键词:** 优化设计; 回归分析; 代理模型; 支持向量回归

中图分类号: V211

文献标识码: A

## Aerodynamic Optimal Design of Surrogate Models Based on Support Vector Regression

Sun Zhiwei<sup>1</sup>, Bai Junqiang<sup>1</sup>, Hua Jun<sup>2</sup>, Yin Geling<sup>3</sup>

(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(2. Flight Physics Research Center, Chinese Aeronautical Establishment, Beijing 100012, China)

(3. Research and Development Center, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

**Abstract:** The common surrogate models used in aerodynamic optimization are mostly established based on empirical risk minimization. There are two problems in this method. Firstly, the precision of prediction is highly dependent on sample population size, however the computational cost is large. Secondly, the over fitting problem cannot be avoided due to reducing training error blindly. In order to solve the problems, the idea of building a surrogate model based on the principle of structural risk minimization with support vector regression(SVR) is proposed. An aerodynamic optimization is done for a transport's wing based on SVR surrogate model. The method has better generalization ability and can avoid the complexity for high dimension problem, which is proved by comparing with other surrogate model in case of less samples. It indicates that the surrogate model by SVR method can predict the aerodynamic characteristics quickly and accurately, the efficiency of the aerodynamic optimization can be improved, and the optimal results are reliable and controllable.

**Key words:** optimal design; regression analysis; surrogate model; support vector regression

## 0 引言

代理模型是工程问题中复杂映射关系的数学近似模型。代理模型的主要功能和目的就是在设计过程中通过对复杂系统的数学模拟, 在降低系统分析计算量的同时提供精确可靠的系统输出结果,

提高系统分析或优化设计的效率。评价代理模型优劣的指标主要有预测精度、鲁棒性、效率、能否反映设计变量相关性等<sup>[1]</sup>。近年来,代理模型在飞行器的多学科优化设计,特别是气动力设计中表现出了极大的潜力,并得到了广泛的应用,在飞行器气动力设计中,关心代理模型的效率和预测精度,其中代理模型的效率包括建立代理模型所需训练样本的时间和优化分析过程中对单一样本的预测时间。

目前,在飞行器气动力设计研究中应用较多的代理模型包括响应面法<sup>[2-4]</sup>、BP神经网络<sup>[5-6]</sup>、RBF神经网络<sup>[7]</sup>和Kriging模型<sup>[8-9]</sup>等。上述代理模型虽然具有较好的预测能力,但都是基于经验最小化原则建模,即使得代理模型对输入的估计与实际输出之间的期望风险最小,训练样本数越多,则模型精度越高。上述代理模型存在两方面的问题:①在现有的计算机技术条件下,样本数量直接影响计算时间,为了提高效率并节省时间,则训练代理模型的样本数越少越好;②根据统计学理论实际风险的上界表示为经验风险和置信范围(Confidence Interval)之和,现有的代理模型基于经验风险最小化原则,使得模型训练的Vapnik Chervonenkis(VC)维<sup>[10]</sup>随样本增加而增加,造成置信范围增大,反而导致真实风险与经验风险之差增加,即过学习现象。

针对现有代理模型存在的问题,基于结构风险最小化的原则构建代理模型,追求结构风险最小化不仅要求使经验风险最小,还要使VC维尽可能小以缩小置信范围,取得较小的实际风险,使代理模型在样本数一定的情况下仍然有很好的泛化能力。支持向量回归(Support Vector Regression,简称SVR)方法则符合上述条件,该方法是在统计学习理论框架下产生的一种新的通用机器学习方法。SVR方法基于结构最小化原则,其泛化能力和训练样本数没有十分紧密的关系,即使训练样本数较少仍然能够具有良好的预测能力。关于支持向量回归的研究尚停留在理论阶段,包括函数逼近、时间序列预测、信号或图像滤波等。其算法主要是通过升维后,在高维空间构造线性决策函数来实现线性回归。王国锋等<sup>[11]</sup>简要介绍了基于支持向量机(Support Vector Machine,简称SVM)的理论,并在此基础上提出了一种基于SVM的曲线重建算法,实验结果证明了该方法的有效性。Chuang C

C等<sup>[12]</sup>使用了一种具有鲁棒性的支持向量回归机进行函数逼近,极大地改善了系统的学习性能,即使训练持续很长一段时间,也不会造成错误率上升,很好地克服了过学习现象。L. Amaury等<sup>[13]</sup>和奉国和等<sup>[14]</sup>把LS-SVM运用于长期的时间序列预测,取得了较好的效果。D. A. Karras等<sup>[15]</sup>的研究也显示了在长期的、动态的时序预测中,SVR比多层感知机(Multilayer Perceptron,简称MLP)要好。S. M. Clarke等<sup>[16]</sup>对SVR作为代理模型的能力进行了广泛的测试,指出了SVR在预测精度和鲁棒性方面都较以往代理模型更好。Wang H等<sup>[17]</sup>采用最小二乘支持向量回归建立代理模型,从而对汽车结构进行了防撞优化设计。

目前,虽然对支持向量机进行理论研究很多,但将其作为代理模型应用于航空领域气动优化设计方面的研究还较少,特别是气动外形的优设计变量较多,代理模型的训练样本难以充分覆盖设计空间。本文对支持向量回归机方法进行研究,充分发挥支持向量回归在小样本条件下泛化能力较强的优势,基于支持向量机建立代理模型方法,通过对不同训练样本规模的学习与Kriging模型的对比分析,将基于SVR的代理模型应用到简单机翼优化设计中,以验证方法的有效性。

## 1 基于支持向量回归的代理模型

代理模型是一种函数映射关系的表达式,可由输入参数得到输出函数值的关系。其思路是利用计算流体力学(Computational Fluid Dynamics,简称CFD)方法或试验方法,获得设计空间内若干不同外形的气动特性,将这些外形的输入输出参数作为样本,建立一种气动特性的近似模型。这种模型不仅能够拟合样本数据,还对设计空间内非样本点的气动特性具有较好的预估能力。

### 1.1 代理模型样本选取方法

本文采用拉丁超立方设计方法取样。拉丁超立方设计(Latin Hypercube Sampling,简称LHS)最早由M. D. McKay等<sup>[18]</sup>发展而来,J. Sacks等<sup>[19]</sup>首次将该方法应用于计算机仿真试验中,随后该方法得到了越来越广泛的应用。LHS方法是一种“充满空间的设计”(Space Filling Design),选取的样本在整个设计空间均匀分布。设有 $m$ 个设

计变量,样本数量为  $N$ ,LHS 方法将每个设计变量的变化范围分为  $N$  个区间,如果均匀分布,则  $N$  个区间等间隔,整个设计空间被分成  $N^m$  个子区间。LHS 方法选取样本点可用式(1)计算, $\pi_j^{(i)}$  决定  $x_j^{(i)}$  所在的子区间, $U_j^{(i)}$  则决定  $x_j^{(i)}$  所在子区间的位置。

$$x_j^{(i)} = \frac{\pi_j^{(i)} + U_j^{(i)}}{N} \quad (1)$$

式中: $1 \leq j \leq m, 1 \leq i \leq N$ ,上标  $i$  为样本序号,下标  $j$  为变量序号; $U$  为  $[0, 1]$  之间的随机数; $\pi$  为  $0, 1, \dots, N-1$  独立随机排列,有  $N$  种排列。

LHS 方法选取的样本具有以下两个特点:①在任一维上的投影都有个数与样本数量相同的子区间,每个子区间中有且仅有一个样本;②样本在每个子区域内随机选取。

LHS 方法选取样本的规模可以根据具体的时间、计算能力等条件来决定,并且速度很快,因此适用于实际设计。

### 1.2 数据预处理

对训练集和测试集进行归一化预处理。本文采用  $[-1, 1]$  区间归一化,其映射为

$$f: x \rightarrow \sigma = 2 \times \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} + (-1) \quad (2)$$

式中: $x, \sigma \in R^n; x_{\min} = \min(x); x_{\max} = \max(x)$ 。

### 1.3 支持向量回归代理模型建立

首先从原始数据提取训练集和测试集,其次进行数据预处理,再次用训练集对支持向量机进行训练,最后用得到的模型来预测测试集,算法流程如图 1 所示。

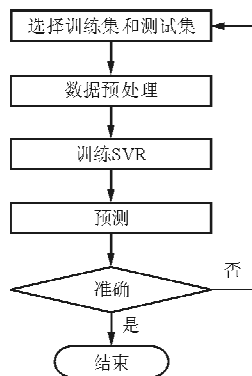


图 1 支持向量机代理模型构建流程  
Fig. 1 The construction process of SVR based surrogate model

对于一组训练样本

$$D = \{(x^1, y^1), \dots, (x^L, y^L)\} \quad (x \in R^n, y \in R)$$

引入满足 Mercer 条件的核函数,可以将输入样本映射到高维特征空间,SVR 再在该特征空间中进行线性回归,通过求解最优化问题(3)。

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} \| \mathbf{w} \|^2 + C \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi^{+(i)} + \xi^{-(i)}) \quad (3) \\ \text{s. t.} & \begin{cases} y_i - [\mathbf{w}^T K(x_i, x_i) + b] \leq \epsilon + \xi^{+(i)} \\ [\mathbf{w}^T K(x_i, x_i) + b] - y_i \leq \epsilon + \xi^{-(i)} \\ \xi^{+(i)}, \xi^{-(i)} \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

可以得到回归函数

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \mathbf{w}^T K(x, x_i) + b \quad (4)$$

$K(x, x_i)$  为实现非线性映射的核函数,式(3)的一个关键假设就是存在一个方程可以在  $\epsilon$  的精度范围内拟合所有的样本,但某些情况下该方程并不严格存在,需要一些误差控制措施。引入松弛变量  $\xi$ ,该变量为系统输出的上下边界的约束,式(3)中  $\mathbf{w}$  为权重向量,第一项可提高函数的泛化能力,第二项的目的是减小误差, $C$  为常系数,用来折衷经验风险和结构风险。当  $\| f(x_i) - y_i \| < \epsilon$  时,认为没有误差损失,但当  $\| f(x_i) - y_i \| \geq \epsilon$  时,误差线性增长,增长斜率由  $C$  决定,如图 2 所示。

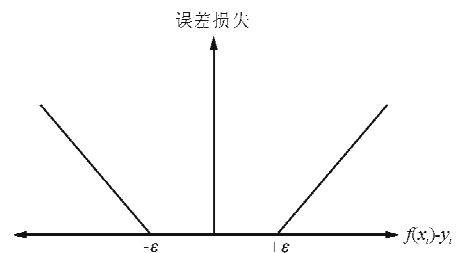


图 2  $\epsilon$ -敏感损失函数

Fig. 2  $\epsilon$ -insensitive loss function

引入 Lagrange 乘子  $\eta^{+(i)}, \eta^{-(i)}, \alpha^{+(i)}$  和  $\alpha^{-(i)}$  后,优化问题可表述为

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \| \mathbf{w} \|^2 + C \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi^{+(i)} + \xi^{-(i)}) - \\ & \sum_{i=1}^n (\eta^{+(i)} \xi^{+(i)} + \eta^{-(i)} \xi^{-(i)}) - \\ & \sum_{i=1}^n \alpha^{+(i)} [\epsilon + \xi^{+(i)} - y_i + \mathbf{w}K(x_i, x_i) + b] - \\ & \sum_{i=1}^n \alpha^{-(i)} [\epsilon + \xi^{-(i)} + y_i - \mathbf{w}K(x_i, x_i) - b] \quad (5) \end{aligned}$$

式中:  $\alpha^{+(i)}, \alpha^{-(i)} \geq 0; \eta^{+(i)}, \eta^{-(i)} \geq 0; i=1, \dots, l$ 。

在求函数  $L$  的极值时, 由 Lagrangian 理论可知,  $\alpha$  作为原始优化问题解的必要条件是

$$\frac{\partial L}{\partial b} = \sum_{i=1}^n (\alpha^{+(i)} - \alpha^{-(i)}) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{w} - \sum_{i=1}^n (\alpha^{+(i)} - \alpha^{-(i)}) K(x_i) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi^+} = \frac{C}{n} - \alpha^{+(i)} - \eta^{+(i)} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi^-} = \frac{C}{n} - \alpha^{-(i)} - \eta^{-(i)} = 0 \quad (9)$$

从而可以得到优化条件

$$\sum_{i=1}^n (\alpha^{+(i)} - \alpha^{-(i)}) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{C}{n} - \alpha^{+(i)} - \eta^{+(i)} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{C}{n} - \alpha^{-(i)} - \eta^{-(i)} = 0 \quad (12)$$

由式(6)~式(12), 可以得出引入核函数后优化问题的对偶形式:

$$\begin{aligned} \max & -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n (\alpha^{+(i)} - \alpha^{-(i)}) (\alpha^{+(j)} - \alpha^{-(j)}) K(x_i \cdot x_j) \\ & + \sum_{i=1}^n (\alpha^{+(i)} - \alpha^{-(i)}) y_i - \epsilon \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\alpha^{+(i)} + \alpha^{-(i)}) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{i=1}^n (\alpha^{+(i)} - \alpha^{-(i)}) = 0 \\ \alpha^{+(i)} \in [0, C/n] \end{cases}$$

此时

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^n (\alpha^{+(i)} - \alpha^{-(i)}) K(x_i) \quad (14)$$

根据 Karush-Kuhn-Tucker(KKT)条件<sup>[20]</sup>有:

$$\alpha^{+(i)} [f(x_i) - y_i - \epsilon - \xi^{+(i)}] = 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (15)$$

$$\alpha^{-(i)} [y_i - f(x_i) - \epsilon - \xi^{-(i)}] = 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (16)$$

$$\xi^{+(i)} \xi^{-(i)} = 0, \alpha^{+(i)} \alpha^{-(i)} = 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (17)$$

$$(\alpha^{+(i)} - C) \xi^{+(i)} = 0, (\alpha^{-(i)} - C) \xi^{-(i)} = 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (18)$$

可见, 当  $\alpha^{+(i)} = C$  或  $\alpha^{-(i)} = C$  时,  $f(x_i)$  与  $y_i$  的误差可能大于  $\epsilon$ ; 当  $\alpha^{+(i)} \in (0, C)$  或  $\alpha^{-(i)} \in (0, C)$  时,  $f(x_i)$  与  $y_i$  的误差等于  $\epsilon$ , 即  $\xi^{+(i)} = 0$  或  $\xi^{-(i)} = 0$ 。因此有:

$$\begin{cases} -\epsilon - y_i + f(x_i) = 0 & \alpha^{+(i)} \in (0, C) \\ -\epsilon + y_i - f(x_i) = 0 & \alpha^{-(i)} \in (0, C) \end{cases} \quad (19)$$

本文使用 MATLAB 编程实现 SVR 代理模型。选用交叉验证技术进行模型测试, 其测试过程如下: 采用拉丁超立方方法取样, 在测试区间中随机生成三组数目相近的样本对(设计变量和对应的目标值), 依次在训练样本中取出每一组样本对, 利用剩余样本训练代理模型。再利用取出的这组样本对对训练好的代理模型进行测试, 定义交叉验证误差  $\epsilon_{\text{cv}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y^{(i)} - \hat{y}^{-(i)})^2$ <sup>[21]</sup>, 以最小化该误差确定支持向量机中的部分相关参数。

## 2 代理模型准确性验证

代理模型对设计空间中非样本点的预测能力是最关心的问题。代理模型的预测能力越强, 预测值与真实值的误差就越小, 因而越能真实地反映设计空间。为了测试代理模型随样本数变化的泛化能力, 本文采用测试函数对两种代理模型进行测试; 然后为了使测试更具工程实际意义, 选取某翼型巡航阻力系数作为预测目标进行代理模型的测试。

测试函数包括非线性较强的 Rastrigin、Rosenbrock 函数和多峰值问题的 Levy No. 5、Dixon and Price、Griewank 函数, 具体函数表达式见文献[17]。针对每一个测试函数, 分别选择 30、50 和 100 个初始样本训练代理模型, 取 30 个测试样本验证精度。因为代理模型的训练受样本分布的影响较大, 为了避免初始样本均匀性, 或者初始样本中出现的个别奇点或靠近边界点可能对训练代理模型精度的影响, 将从样本生成到精度测试的过程对每一个测试函数重复 100 次, 对近似精度准则取均值进行对比。SVR 模型采用高斯径向基核函数,  $\epsilon$  为 0.01。Kriging 模型  $\theta$  值使用模式搜索法进行寻优, 回归函数为线性函数, 相关函数为高斯函数。对平均绝对误差(AAE)、平均相对误差(ARE)、均方差(RMSE)、最大绝对误差(MAE)和  $R^2$  准则进行评估对比。

$$AAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \quad (20)$$

$$ARE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \quad (21)$$

$$RMSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (22)$$

$$MAE = \max(|y_i - \hat{y}_i|) \quad (23)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (24)$$

Kriging 代理模型和基于 SVR 的代理模型对测试函数的预测精度如表 1 所示。

表 1 Kriging 代理模型和 SVR 代理模型对测试函数的近似精度  
Table 1 The approximate precision of Kriging and SVR surrogate mode for test functions

测试函数	预测误差	误差值					
		Kriging 模型			SVR 模型		
		30 个样本	50 个样本	100 个样本	30 个样本	50 个样本	100 个样本
Levy No. 5	AAE	14.930 266	14.632 734	14.032 592	14.679 241	14.621 576	14.132 146
	ARE	5.059 087	2.810 209	2.177 772	3.041 227	2.804 513	2.238 441
	RMSE	24.433 045	24.489 910	23.167 047	23.946 382	23.875 236	23.209 652
	MAE	69.427 021	65.389 868	63.165 154	65.748 554	64.215 433	63.239 462
	R <sup>2</sup>	0.418 230	0.461 677	0.744 208	0.436 464	0.477635	0.729 125
Dixon and Price	AAE	200 127.082 2	171 798.437 6	129 783.853 2	199 763.115 2	171 022.628 8	138 207.075 4
	ARE	0.723 390	0.601 222	0.391 427	0.658 827	0.612 080	0.402 761
	RMSE	250 565.999 6	215 170.126 6	165 431.510 1	229 943.001 6	227 634.065 1	171 604.058 2
	MAE	611 370.794 3	380 694.922 2	274 568.248 3	581 613.143 4	402 747.045 2	286 809.477 7
	R <sup>2</sup>	0.412 954	0.449 972	0.452 377	0.435 028	0.451 275	0.454 142
Rastrigin	AAE	8.525 062	8.125 071	6.422 622	8.299 614	7.614 807	6.601 747
	ARE	0.552 102	0.533 851	0.429 791	0.522 877	0.494 047	0.448 358
	RMSE	10.481 517	10.088 970	8.335 922	9.670 229	9.447 569	8.748 024
	MAE	20.280 397	19.879 960	18.409 629	18.656 056	18.533 203	18.920 631
	R <sup>2</sup>	0.260 700	0.307 829	0.495 264	0.278 448	0.325 660	0.493 941
Rosenbrock	AAE	251.352 918	69.624906	0.292 002	248.061 198	73.657 996	0.305 313
	ARE	0.690 890	0.285946	0.000 575	0.628 561	0.302 510	0.000 593
	RMSE	392.725 159	120.145 704	0.639 282	353.894 524	127.105 261	0.667 469
	MAE	579.317 143	192.235 603	1.369 388	541.164 844	203.371 037	1.401 832
	R <sup>2</sup>	0.771 635	0.933 054	0.999 778	0.807 609	0.943 864	0.989 958
Girewank	AAE	15.474 758	15.805 384	10.937 414	15.440 013	14.889 842	11.464 349
	ARE	0.200 924	0.202 231	0.135 987	0.198 436	0.196 773	0.142 321
	RMSE	19.121 797	19.620 096	13.878 402	18.550 180	20.756 609	14.056 612
	MAE	36.317 408	37.364 539	24.026 935	35.484 431	35.200 162	24.398 493
	R <sup>2</sup>	0.797 594	0.816 982	0.830 461	0.802 168	0.821 714	0.826 497

从表 1 可以看出:基于 SVR 的代理模型在 30 个样本的条件下预测精度普遍高于 Kriging 代理模型,50 个样本时二者基本相当,当样本数增加到 100 时,Kriging 代理模型的精度高于 SVR 代理模型。

针对气动力优化设计的背景,对翼型阻力系数建立代理模型,翼型参数化方法选用类函数型函数变换(Class Function/Shape Function Transfor-

mation,简称 CST)参数化方法,设计变量为 CST 方程中的伯恩斯坦(Bernstein)多项式系数,翼型上下表面各五个,在给定的设计变量变化范围内用拉丁超立方方法选取样本。分别选取以下三组方式进行训练和测试:①训练样本 30 个,测试样本 50 个;②训练样本 50 个,测试样本 30 个;③训练样本 100 个,测试样本 50 个。随着训练样本数目的变化,SVR 代理模型和 Kriging 代理模型的预测

精度变化。样本采用求解雷诺平均 Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier-Stokes, 简称 RANS) 方程的 CFD 方法进行分析, 空间离散格式采用 Roe 格式, 湍流模型为  $k-\omega$  剪切应力输运模型, 采用多重网格技术和并行计算方法加快计算速度。SVR 代理模型及 Kriging 代理模型对翼型阻力系数的预测误差如表 2~表 4 所示。不同训练样本时, Kriging 模型、SVR 代理模型的预测结果与 CFD 数值计算值的对比如图 3~图 5 所示。

表 2 训练样本 30 个时代理模型近似精度

Table 2 The approximation precision of surrogate model with 30 training samples

$C_D$ 预测误差	误差值	
	Kriging 模型	SVR 模型
AAE	0.000 178	0.000 059
ARE	0.017 970	0.005 959
RMSE	0.000 242	0.000 076
MAE	0.000 574	0.000 199
$R^2$	0.964 329	0.972 516

表 3 训练样本 50 个时代理模型近似精度

Table 3 The approximation precision of surrogate model with 50 training samples

$C_D$ 预测误差	误差值	
	Kriging 模型	SVR 模型
AAE	0.000 038	0.000 043
ARE	0.003 837	0.004 421
RMSE	0.000 048	0.000 056
MAE	0.000 112	0.000 149
$R^2$	0.989 465	0.985 642

表 4 训练样本 100 个时代理模型预测误差

Table 4 The approximation precision of surrogate model with 100 training samples

$C_D$ 预测误差	误差值	
	Kriging 模型	SVR 模型
AAE	0.000 043	0.000 048
ARE	0.004 430	0.004 799
RMSE	0.000 054	0.000 068
MAE	0.000 095	0.000 205
$R^2$	0.986 947	0.984 891

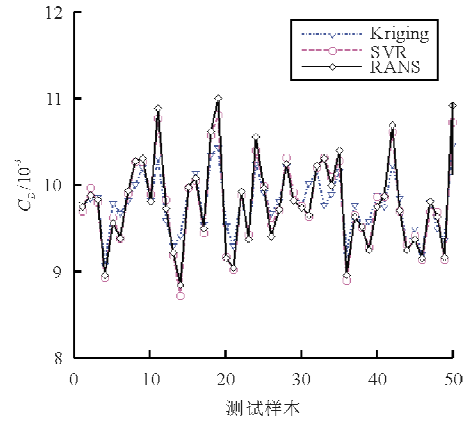


图 3 30 个训练样本时代理模型预测效果  
Fig. 3 The prediction effect of surrogate model with 30 training samples

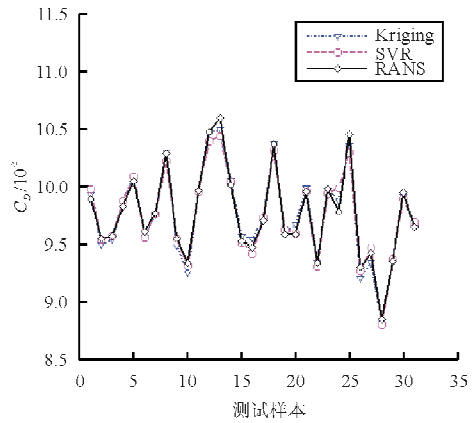


图 4 50 个训练样本时代理模型预测效果  
Fig. 4 The prediction effect of surrogate model with 50 training samples

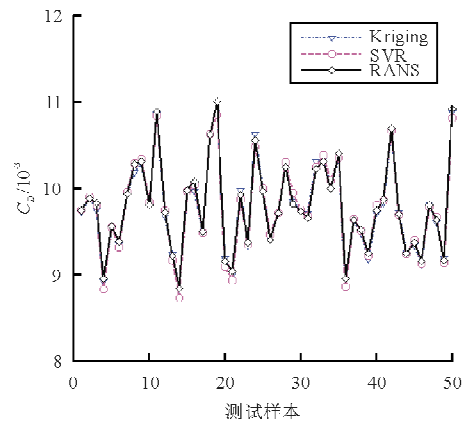


图 5 100 个训练样本时代理模型预测效果  
Fig. 5 The prediction effect of surrogate model with 100 training samples

从表 2 和图 3 可以看出:30 个训练样本时,SVR 代理模型的各项误差均比 Kriging 代理模型小,SVR 模型最大误差为 1.99 counts (1 count = 0.000 1),而 Kriging 模型的最大误差为 5.74 counts。从表 3 和图 4 可以看出:当训练样本数量增加到 50 个时,两种模型的精度都有了较明显的提高,特别是 Kriging 模型精度已经略高于 SVR,但二者基本处于同一水平,此时二者的最大误差都小于 1.5 counts。从表 4 和图 5 可以看出:100 个训练样本时,两种代理模型精度除了最大绝对误差指标外,由其他近似精度准则看出模型精度较 50 个样本时略有下降,主要原因是选取的部分测试样本处于较难预测的极值区域,而采用 CFD 方法对样本评估的计算量较大,所以难以实现通过多次重复测试,然后取近似精度准则平均值的办法,虽然某次测试样本中产生部分较难预测的样本情况对结果对比具有一定的影响,但是此时两种代理模型都已经达到满足优化设计的精度要求,并且 Kriging 代理模型的最大绝对误差有所降低。由翼型的代理模型阻力系数测试可以进一步印证,在训练样本较少的情况下,SVR 代理模型具有较好的预测精度,可以准确地预测翼型的气动阻力趋势,能够满足作为代理模型在优化计算时的要求,因而可以极大地减少训练样本的个数,继而减少分析训练样本的时间,提高效率。

### 3 机翼优化设计分析

#### 3.1 CFD 求解器验证

三维机翼的气动力求解采用与二维翼型相同的 RANS 方程的 CFD 方法,空间离散格式采用 Roe 格式,湍流模型为  $k-\omega$  剪切应力输运模型 (SST),通过比较 DLR-F6 翼身组合体的计算结果和风洞实验数据验证 CFD 计算方法。计算状态为无穷远处来流马赫数  $Ma_\infty = 0.75$ 、雷诺数  $Re = 3.0 \times 10^6$  条件下的升阻极曲线和定升力系数  $C_L = 0.5$  的气动力系数。CFD 计算的极曲线与试验结果的对比如图 6 所示,定升力系数计算的气动力系数与试验结果的对比如表 5 所示,通过与试验结果对比可以看出本文采用的 CFD 计算方法是可靠的。

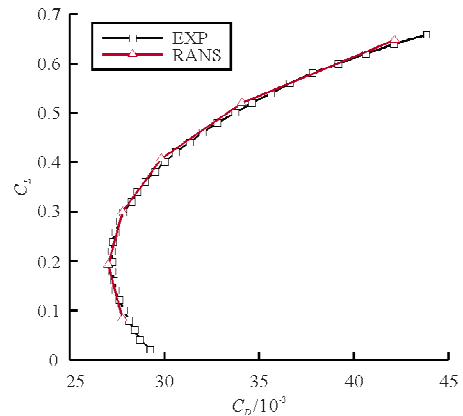


图 6 DLR-F6 极曲线  
Fig. 6 Polar of DLR-F6

表 5 DLR-F6 定升力系数结果对比  
Table 5 The results comparison of specified lift coefficient among  $C_L, C_D$  and  $C_M$

参 数	定升力系数	
	EXP	RANS
$C_L$	0.5	0.499 870
$C_D$	0.029 500	0.029 118
$C_M$	-0.121 1	-0.138 890

#### 3.2 优化设计数学模型与结果

针对某型运输机的基本翼,采用基于二阶振荡及自然选择的随机权重混合粒子群优化算法 (Random Weighted Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm Based on Second Order Oscillation and Natural Selection,简称 RwSecSelPSO) 进行机翼优化设计,并应用本文提出的基于支持向量回归的代理模型代替 CFD 数值模拟求解适应值,将极大地提高设计效率。原始机翼如图 7 所示,采用两个控制剖面翼型来描述,翼型剖面分别为翼根、翼尖处翼型,翼型采用 4 阶 CST 参数化方法进行描述。每个翼型各 10 个设计变量,加入翼梢翼型相对于翼根的扭转角,共计 21 个设计变量。

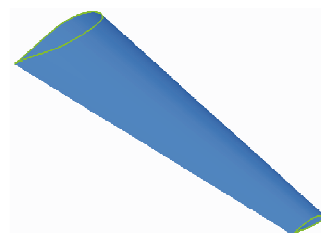


图 7 原始机翼模型  
Fig. 7 Initial wing model

为了提高机翼的巡航效率,机翼优化设计的目标定为减小机翼的巡航阻力。巡航点设计状态为  $Ma=0.57$ 、 $C_L=0.6$ 、 $Re=5.8 \times 10^6$ 。鉴于结构重量和空间装载要求,对两个剖面翼型进行厚度约束。翼根翼型相对厚度大于等于 17%,翼梢翼型相对厚度大于等于 14%,要求低头力矩不大于原始机翼。机翼的优化设计模型如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & C_D \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} t_{\text{root}} \geq 17\% \\ t_{\text{tip}} \geq 14\% \\ C_{M_{\text{opt}}} \geq C_{M_{\text{initial}}} \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

式中:  $t_{\text{root}}$ 、 $t_{\text{tip}}$  分别为翼根和翼梢翼型的相对厚度;  $C_M$  为机翼相对于平均气动弦长四分之一处的低头力矩。

采用拉丁超立方取样法在机翼的设计空间提取 30 组样本对,作为训练代理模型的样本,并选取 50 组样本对进行预估,利用 ICEM CFD 划分空间网格,网格单元数  $3.6 \times 10^6$ ,采用 RANS 方程求解机翼的气动力特性,分别对巡航状态的阻力系数  $C_D$  和力矩系数  $C_M$  建立代理模型,基于 SVR 代理模型对阻力系数  $C_D$  的预测精度如图 8 所示。

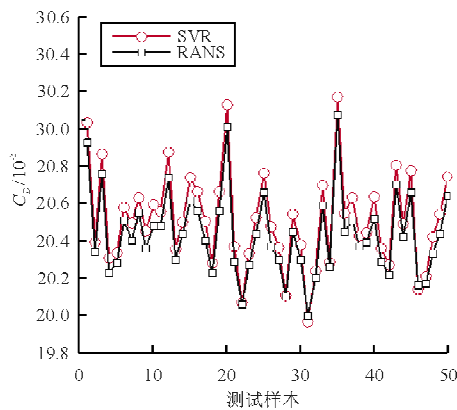


图 8 SVR 预测结果与 RANS 结果对比

Fig. 8 Comparison of  $C_D$  between the SVR predictive results and RANS results

优化算法参数设置为:取粒子种群规模 100,自身学习因子 2,全局学习因子 2,权重平均最大值 0.9,权重平均最小值 0.2,权重方差 0.2,淘汰概率

0.1,迭代代数 30,维数 21,设计变量的上下边界可以对翼型进行相对于当地坐标正负 15% 的扰动。优化收敛历程如图 9 所示,迭代 30 代后适应值已经几乎没有变化趋势,故认为已收敛,收敛后的最优解代理模型预测阻力为 201.4 counts。对优化前后的翼根和翼梢翼型的几何外形进行对比(如图 10 所示),翼根翼型的头部半径增加,上表面前半部的压力分布变得更加饱满,最大厚度位置前移,翼型的相对厚度保持不变,翼梢翼型的头部半径略有减小,翼型最大厚度保持不变,但下表面前部相对厚度降低。利用 RANS 方程重新校核,优化后与优化前的机翼气动特性如表 6 所示,优化后机翼比原始机翼的巡航阻力减小了 1.3 counts,低头力矩减小了 0.0097,优化后翼梢翼型的扭转角增加  $-0.55^\circ$ ,导致机翼的巡航迎角也有所增加,定升力系数下攻角约为  $2.83^\circ$ ,优化后机翼总阻力为 202.7 counts,与代理模型预测结果相差 1.3 counts,相对误差约为 0.64%。

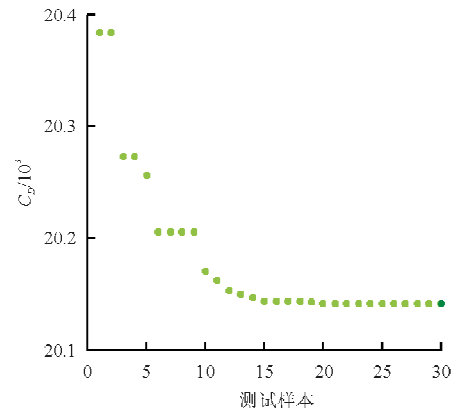
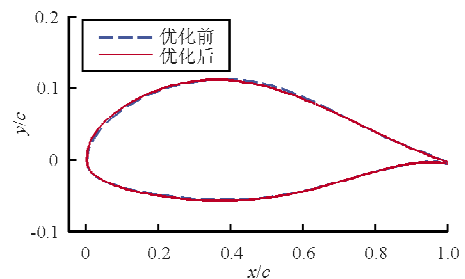


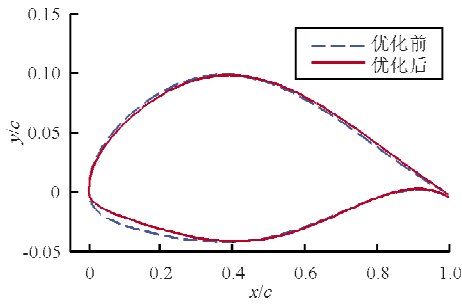
图 9 收敛历程

Fig. 9 Convergence process



(a) 翼根翼型





(b) 翼梢翼型

图 10 优化前后翼型对比

Fig. 10 Comparison of airfoils between the before and after optimization

表 6 原始机翼与优化后机翼 RANS 计算结果

Table 6 RANS results of initial wing and optimal wing

状态	$C_D$	$C_M$	$\alpha/(^\circ)$
优化前	0.020 400	-0.480 300	2.69
优化后	0.020 270	-0.470 600	2.83

翼型的几何变化表现在压力分布上如图 11~图 12 所示,截取的翼根翼型剖面位置的压力分布如图 11 所示,鉴于翼梢的三维效应,本文中截取机翼展向长度 93% 位置的压力分布进行对比。

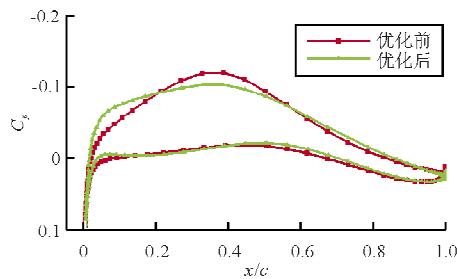


图 11 翼根翼型压力分布对比

Fig. 11 Comparison of pressure distribution of root airfoil

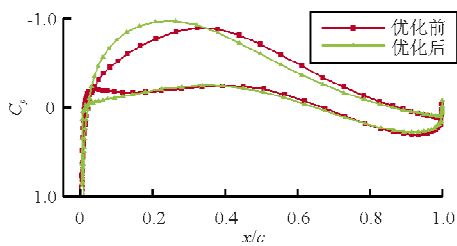


图 12 翼梢翼型压力分布对比

Fig. 12 Comparison of pressure distribution of tip airfoil

从图 11 可以看出:压力分布变得更为饱满,初始机翼上的压力系数负压峰值降低。

从图 12 可以看出:翼梢呈现出圆顶型压力分布,这种压力分布对亚音速巡航较为有利,后加载有所减小,由此可得载荷有整体前移的趋势,在一定程度上可以降低低头力矩。

三维机翼上下表面压力云图的对比如图 13~图 14 所示。

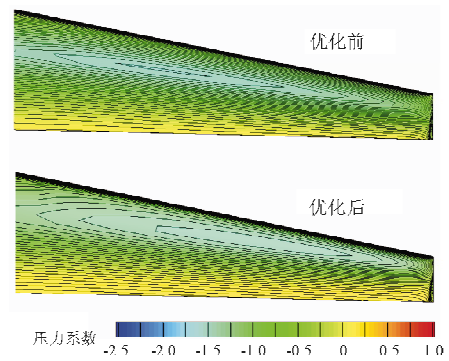


图 13 机翼上表面压力云图对比

Fig. 13 Comparison of the upper surface pressure coefficient contours between the initial wing and optimal wing

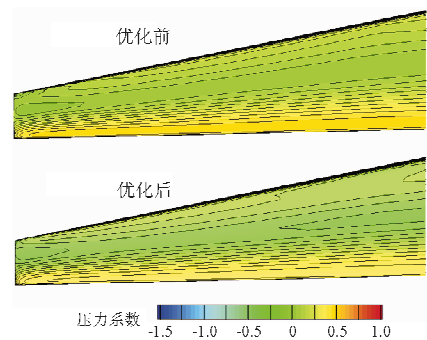


图 14 机翼下表面压力云图对比

Fig. 14 Comparison of the lower surface pressure coefficient contours between the initial wing and optimal wing

从图 13~图 14 可以看出:优化后的机翼表面等压线平直均匀,上表面负压区增加,但是峰值降低,下表面的后加载略有减小。本次优化结果不仅达到了阻力减小的目的,同时力矩值也有所减小,虽然迎角略有增加,但仍在要求范围内。经过代理

模型优化得到的最优解巡航状态阻力系数为 201.4 counts, 经过 RANS 评估后机翼阻力系数为 202.7 counts。通过机翼优化设计的验证, 可以看出采用基于支持向量回归的代理模型对气动力的预测精度是可以保证的, 得到的优化结果可靠、可控。

## 4 结 论

(1) 本文提出了一种基于支持向量回归的新的代理模型方法, 对测试函数和翼型阻力在不同样本条件下建立代理模型并对测试样本进行预测研究, 并将其与 Kriging 代理模型方法进行对比分析, 表明基于 SVR 的代理模型方法在小样本情况下有较好的泛化能力, 预测趋势十分准确, 能够应用于机翼气动优化设计中。

(2) 基于 SVR 的代理模型、RwSecSelPSO 优化算法和 CST 参数化方法建立了三维机翼的优化设计框架, 对机翼开展了优化设计试验, 优化后的机翼代理模型预测结果与 RANS 结果相对误差约为 0.64%。基于 SVR 的代理模型能够替代 CFD 数值求解对气动力进行预测, 可以完成优化目标, 且训练样本少, 计算时间短, 能够有效的提高优化设计效率。

### 参考文献

- [1] Gano S E, Kin H, Brown D E. Comparison of three surrogate modeling techniques: datascape, Kriging and second order regression[C]//11th Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Portsmouth, Virginia; AIAA/ISSMO, 2006.
- [2] Myers R H, Montgomery D C. Response surface methodology[M]. USA: Wiley, 2009.
- [3] Englund W C, Stanley D O, Lepsch R A, et al. Aerodynamic configuration design using response surface methodology analysis[C]// Aircraft Design, Systems and Operations Meeting. Monterey, CA; AIAA, 1993.
- [4] Sevant N E, Bloor M I G, Wilson M J. Aerodynamic design of a flying wing using response surface methodology[J]. Journal of Aircraft, 2000, 37(4): 562-569.
- [5] LaMarsh W J. Aerodynamic performance optimization of a rotor blade using a neural network as the analysis[C]// Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Cleveland, OH; AIAA/USAF/NASA/OAI, 1992.
- [6] Su W, Zuo Y T, Gao Z H. Preliminary aerodynamic shape optimization using genetic algorithm and neural network[C]// Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Portsmouth, Virginia; AIAA/ISSMO, 2006.
- [7] Su W, Gao Z H, Zuo Y T. Application of RBF neural network ensemble to aerodynamic optimization [C]// 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada; AIAA, 2008.
- [8] Shinkyu J, Mitsuhiro M, Kazuomi Y. Efficient optimization design method using kriging model[C]// 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, Nevada; AIAA, 2004.
- [9] Masahiro K, Taro I, Shinkyu J, et al. High-lift wing design in consideration of sweep angle effect using Kriging model [C]// 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada; 2008.
- [10] Vapnik V, Golowich S E, Somla A. Support vector method for function approximation, regression estimation and signal processing[J]. Advances in neural information processing systems, 1997; 281-287.
- [11] 王国锋, 刘岩, 李言俊. 基于支持向量机的曲线重建方法[J]. 西北工业大学学报, 2004, 22(1): 33-36.  
Wang Guofeng, Liu Yan, Li Yanjun. Curve reconstruction based on support vector machine[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2004, 22(1): 33-36. (in Chinese)
- [12] Chuang C C, Su S F, Jeng J T, et al. Robust support vector regression networks for function approximation with outliers[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2002, 13(6): 1322-1330.
- [13] Amaury L, Vincent W, Geoffroy S, et al. Fast bootstrap applied to LS-SVM for long term prediction of time series [J]. IEEE International Conference on Neural Networks, 2004, 1: 705-710.
- [14] 奉国和, 朱思铭. 改进 SVM 及其在时间序列数据预测中的应用[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2005, 33(5): 19-22.  
Feng Guohe, Zhu Siming. Modified SVM and its application to time series forecasting[J]. Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition, 2005, 33(5): 19-22. (in Chinese)
- [15] Karras D A, Mertzios B G. Time series modeling of endocardial border motion in ultrasonic images comparing support vector machines, multilayer perceptrons and linear estimation techniques[J]. Measurement; Journal of the International Measurement Confederation, Imaging Measurement Systems, 2004, 36(3/4): 331-345.
- [16] Clarke S M, Griebisch J H, Simpson T W. Analysis of support vector regression for approximation of complex engineering analyses[J]. Journal of Mechanical Design, 2005, 127(6): 1077-1087.

- [17] Wang H, Shan S Q, Wang G G, et al. Integrating least square support vector regression and mode pursuing sampling optimization for crashworthiness design[J]. Journal of Mechanical Design, 2001, 133(4): 041002-041011.
- [18] McKay M D, Beckman R J, Conover W J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics, 1979, 21(2): 239-245.
- [19] Sacks J, Welch W J, Mitchell T J, et al. Design and analysis of computer experiments[J]. Statistical Science, 1989, 4(4): 409-435.
- [20] Cristianini N, Shawe-Taylor J. An introduction to support vector machines [M]. England: Cambridge University Press, 2000: 125-130.
- [21] Viana F A C, Haftka R T, Steffen V. Multiple surrogates; how cross-validation errors can help us to obtain the best predictor[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009, 39(4): 439-457.

#### 作者简介:

孙智伟(1984—),男,博士研究生。主要研究方向:飞行器设计。

白俊强(1971—),男,教授,博导。主要研究方向:飞行器设计。

华俊(1955—),男,教授,博导。主要研究方向:飞行器设计。

尹戈玲(1987—),女,工程师。主要研究方向:空气动力学。

(编辑:赵毓梅)

#### (上接第138页)

- ance, Control, and Dynamics, 2006, 29(4): 769-779.
- [99] Stiltner B, Ohanian III J O. Fan angular momentum analysis for ducted fan UAVs during conceptual design[R]. AIAA-2012-0852, 2012.
- [100] 杨磊,叶正寅.涵道风扇无人机纵向稳定性研究[J].飞行力学,2013,31(2):101-104,109.  
Yang Lei, Ye Zhengyin. Study on longitudinal stability of ducted fan UAV[J]. Flight Dynamics, 2013, 31(2): 101-104, 109. (in Chinese)
- [101] 杨磊.涵道风扇垂直起降飞行器过渡段动力学特性及其控制研究[D].西安:西北工业大学,2014.  
Yang Lei. Study on transition dynamics and control of ducted fan VTOL UAV[J]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2014. (in Chinese)

#### 作者简介:

刘凯(1979—),男,高级工程师。主要研究方向:飞行器总体设计。

叶赋晨(1990—),男,助理工程师。主要研究方向:无人机设计。

(编辑:赵毓梅)