

文章编号:1674-8190(2015)03-366-06

快速模型预测控制用于微型直升机航迹跟踪

柯吉,王伟,李爱军,王长青
(西北工业大学 自动化学院,西安 710129)

摘要:为实现微型共轴无人直升机(MCUH)的航迹跟踪,考虑系统的状态和输入约束,利用非线性模型预测控制(NMPC)技术设计一种快速在线的控制器。首先,简化MCUH的非线性模型,利用系统的微分平坦特性生成满足直升机动力学的可行航迹,沿着该航迹对系统进行线性化,得到近似直升机非线性动力学的线性时变(LTV)模型。然后,将传统输出航迹跟踪NMPC问题转化为LTV-MPC优化问题,降低问题的复杂度,为确保航迹跟踪误差系统的指数渐近稳定,分别设计终端域和终端罚值。最后,通过数值仿真,验证快速在线NMPC策略的可行性。结果表明:设计的预测控制器误差控制精度高、求解速度快,可实现对有约束的时变航迹的跟踪。

关键词:非线性模型预测控制;微型直升机;航迹跟踪;线性时变模型;凸优化;终端代价

中图分类号: TN964.3

文献标识码: A

A Fast Model Predictive Control Approach to Trajectory Tracking of Miniature Coaxial Helicopter

Ke Ji, Wang Wei, Li Aijun, Wang Changqing
(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: Utilizing nonlinear model predictive control(NMPC) technique, a fast online controller is designed to ensure trajectory tracking of miniature coaxial unmanned helicopter(MCUH) with constraints(system states and control inputs). First, the nonlinear model of MCUH is simplified. And then, utilizing the differential flatness of MCUH, feasible trajectories are generated with respect to the dynamics of MCUH. The system of MCUH is further linearized along the generated trajectories, a set of linear time varying(LTV) models are employed to approximate the nonlinear dynamic behavior of MCUH, and then applied in the conversion from classical NMPC schemes to LTV-MPC schemes for output trajectory tracking, resulting in reduction of the complexity of the problem solving. Afterwards, the terminal region and the end penalty are designed to ensure the exponentially asymptotically stable of the trajectory tracking error system. Finally, the feasibility of the fast online NMPC method is verified by numerical simulation. The results show that the proposed NMPC control scheme is available to the time-varying trajectory tracking of MCUH with constraints, which has good control accuracy and fast solution speed.

Key words: nonlinear model predictive control; miniature helicopter; trajectory tracking; linear time-varying model; convex optimization; terminal cost

0 引言

非线性模型预测控制(Nonlinear Model Predictive Control,简称NMPC)因能充分考虑控制系统的输入和状态约束,并且能对特定的任务性能指标进行在线重复的求解控制优化问题而广泛应用

收稿日期:2015-05-11; 修回日期:2015-06-05

基金项目:2011年年度国家国际科技合作专项

陕西省科学技术研究发展计划项目(2013KW09-02)

通信作者:柯吉, keji07@mail.nwpu.edu.cn

于现代生产控制中。需要在线求解的综合模型和约束优化问题通常带来较大的计算负荷,使其仅适用于可取大采样周期的动态变化较慢的工业过程控制^[1]。然而随着计算处理能力的提高和用于优化控制的实时代码生成技术的成熟,允许将 NMPC 运用于具有快速动态特性的系统。

针对快速动态特性系统的模型预测控制按求解方式主要分为显式和在线两种。显式 MPC 主要针对线性系统,离线的计算优化的控制输入使其仅限于规模小、复杂度较低的问题。在线 MPC,随着快速凸优化技术以及用于生产凸优化求解器的代码生成技术(例如 CVXGEN^[2]、qpOAES^[3]和 FORCES PRO^[4])的发展,常开采特定的优化问题结构,将 NMPC 用于具有快速动态特性的系统,系统的采样时间已达到毫秒甚至纳秒级。

无人直升机具有悬停起降、较强的载荷能力并且快速灵活,在许多领域受到广泛青睐。各种先进的控制方法已应用于直升机的控制,包括利用 MPC 技术的控制器地设计或实施。Liu C J 等^[5]将 NMPC 控制方案通过离线设计、在线综合的方式用于单轴小型直升机的自动控制;Zhou Hongbo 等^[6]基于滑动模型的模型预测控制策略实现直升机在不同包线范围内的自主控制,但该研究只进行了数值仿真;D. Schafroth 等^[7]利用线性时变(Linear Time Varying, 简称 LTV)模型近似微型直升机的非线性模型,设计了在线 NMPC 控制器,进行了室内设定航迹跟踪控制,但并未对所控制的闭环系统的鲁棒性和误差跟踪的收敛特性进行讨论。

本文以简化的微型共轴无人直升机(Miniature Coaxial Unmanned Helicopter, 简称 MCUH)模型为对象,利用其微分平坦特性,生成可行的标称航迹。依据该标称航迹,用一 LTV 模型近似直升机的非线性动力学模型,将传统输出航迹跟踪 NMPC 问题转化为 LTV-MPC 优化问题,从而降低问题的复杂度,实现快速求解。

1 MCUH 模型

为了进行系统的控制器设计,有必要选取合适的动力学模型。本文研究对象为微型共轴双转子直升机,其复杂非线性模型可参考文献[7]。假定直升机的俯仰和滚转输入直接作用在机体水平加

速度上,则俯仰和滚转角状态可忽略^[8],直升机的动态特性可简化为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \cos(\Psi)\dot{x}_b - \sin(\Psi)\dot{y}_b \\ \dot{y}_i = \sin(\Psi)\dot{x}_b + \cos(\Psi)\dot{y}_b \\ \dot{z}_i = \dot{z}_b \\ \dot{\Psi}_i = \dot{\Psi}_b \\ \ddot{x}_b = b_x u_x + k_x \dot{x}_b + \dot{\Psi} \dot{y}_b \\ \ddot{y}_b = b_y u_y + k_y \dot{y}_b - \dot{\Psi} \dot{x}_b \\ \ddot{z}_b = b_z u_z - g \\ \ddot{\Psi} = b_\Psi u_\Psi + k_\Psi \dot{\Psi} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i$ 为惯性坐标系下直升机的位置微分(速度); Ψ 为偏航角; $\dot{x}_b, \dot{y}_b, \dot{z}_b$ 分别为沿机体坐标系三个轴向的速度; u_x, u_y, u_Ψ, u_z 分别为直升机俯仰、滚转、偏航以及推力的控制输入; g 为重力加速度;模型参数 $b_x, b_y, b_z, b_\Psi, k_x, k_y, k_\Psi$ 可通过式(1)和对直升机非线性模型测量的输入阶跃响应进行拟合。本文利用最小二乘法对系统进行数据参数拟合,进行微调后,获得的模型参数为 $b_x = 1.92, b_y = 2.13, b_z = 16, b_\Psi = 120, k_x = -0.53, k_y = -0.5, k_\Psi = -5.2$ 。

2 标称航迹生成

本文的目标是设计快速的 NMPC 控制器,使微型直升机沿着设定的航迹飞行,且要求设计的航迹在满足飞行任务要求的同时能满足飞机自身的动力学特性,即要求所设计的航迹是可行可飞的,在数学上定性表示为所规划的航迹 $[x_r(t), u_r(t)]$ 需满足

$$\begin{aligned} \dot{x}_r(t) &= f[x_r(t), u_r(t)] \\ x_r(t) &\in X, u_r(t) \in U \end{aligned} \quad (2)$$

式中:函数 f 为直升机动态特性; X 和 U 分别为直升机状态和输入约束的集合。

如果所研究的非线性系统是微分平坦的,则产生同时满足几何和动力学要求的轨迹是可行的^[9]。找出系统原始状态和平坦输出之间的映射关系,使系统的状态和控制输入都可表述成所定义的平坦输出和其微分的函数,而不涉及系统状态的积分。

依据式(1),定义系统状态 X

$$X = [x_i, y_i, z_i, \Psi, \dot{x}_b, \dot{y}_b, \dot{z}_b, \dot{\Psi}]^T \quad (3)$$

选择一组输出:

$$\begin{cases} z_1 = x_i \\ z_2 = y_i \\ z_3 = z_i \\ z_4 = \Psi \end{cases} \quad (4)$$

则系统其他的状态变量可由上述输出(式(4))表示为

$$\dot{x}_b = \cos(z_4)\dot{z}_1 + \sin(z_4)\dot{z}_2 \quad (5)$$

$$\dot{y}_b = -\sin(z_4)\dot{z}_1 + \cos(z_4)\dot{z}_2 \quad (6)$$

$$\dot{z}_b = \dot{z}_3 \quad (7)$$

$$\dot{\Psi} = \dot{z}_4 \quad (8)$$

同样,系统的控制输入可表示为

$$\delta_{lon} = \frac{1}{b_x} [\cos(z_4)(\ddot{z}_1 - k_x \dot{z}_1) + \sin(z_4)(\ddot{z}_2 - k_x \dot{z}_2)] \quad (9)$$

$$\delta_{lat} = \frac{1}{b_y} [\cos(z_4)(\ddot{z}_2 - k_y \dot{z}_2) + \sin(z_4)(-\ddot{z}_1 + k_y \dot{z}_1)] \quad (10)$$

$$u_x = \frac{1}{b_x} (\ddot{z}_3 + g) \quad (11)$$

$$u_\Psi = \frac{1}{b_\Psi} (\ddot{z}_4 - k_\Psi \dot{z}_4) \quad (12)$$

由此可知直升机非线性系统的状态和输入可用所选择的输出变量表述。因此本文选择的平坦输出为

$$\mathbf{Z} = [x_i, y_i, z, \Psi]^T \quad (13)$$

则直升机非线性系统的状态和输入变量可表述成平坦输出及其微分的函数

$$\mathbf{X} = h(\mathbf{Z}, \dot{\mathbf{Z}}) \quad (14)$$

$$\mathbf{U} = i(\mathbf{Z}, \dot{\mathbf{Z}}, \ddot{\mathbf{Z}}) \quad (15)$$

利用参考文献[10]中介绍的方法,针对平坦输出产生平滑的点对点输出轨迹,为 NMPC 控制器设计提供采样的系统输入和状态标称轨迹。

3 带约束的航迹跟踪 NMPC 问题

航迹跟踪问题固有的时变特性,使得 NMPC 用于稳定的轨迹跟踪的研究较少。较早的研究是关于系统输出跟踪的控制,但是研究结果常受限于系统输出可跟踪能力的假设。然而对于时变跟踪信号,这种假设通常无法保持,而且保守的假设会带来计算负荷的增加。目前的研究关注点由系统输出跟踪转移为系统状态空间航迹跟踪控制。

本文考虑离散的非线性系统,而非连续的系统^[9],且将渐近定常航迹跟踪^[9]拓展为时变航迹跟踪。

沿着时变的参考航迹进行长时间飞行时,MCUH 的状态改变比较大,仅采用围绕起始状态进行线性化所得的线性模型作为航迹跟踪 MPC 的参考模型是不充分的。因此,考虑采用 LTV 模型代替单一线性化模型来设计航迹跟踪 MPC 控制器。

3.1 MCUH 线性时变模型

定义一连续的非线性系统

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (16)$$

式中: $x \in R^{N_x}$ 为状态向量; $u \in R^{N_u}$ 为控制输入。

定义 $u(t)$ 为基于时间的分段常值函数

$$u(t) = u_k \quad (17)$$

式中: $kT_s \leq t \leq (k+1)T_s$, $k \in Z^+$, T_s 为系统采样周期。

为了和实际系统变量相区别,本文用 $\tilde{x}(t)$ 、 $\tilde{u}(t)$ 表示通过定常输入 $u(t)$ 作用于系统(式(16))而得到的标称系统状态和输入轨迹。在每个采样间隔,将系统(式(16))沿着标称轨迹进行线性化再离散化,有

$$\Delta x_{k+1} = \mathbf{A}_{d,k} \Delta x_k + \mathbf{B}_{d,k} \Delta u_k \quad (18)$$

式中: $\Delta x_k = x_k - \tilde{x}_k$; $\Delta u_k = u_k - \tilde{u}_k$ 。

改写式(18),得到

$$x_{k+1} = \mathbf{A}_{d,k} x_k + \mathbf{B}_{d,k} u_k + \mathbf{g}_{d,k} \quad (19)$$

相应的离散矩阵可由式(20)计算得到。

$$\exp \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_k T_s & \mathbf{B}_k T_s \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{d,k} & \mathbf{B}_{d,k} \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \quad (20)$$

此时,式(19)所得的线性模型即为非线性系统(式(16))近似的 LTV 模型。

3.2 航迹跟踪误差优化 LTV-MPC 问题形成

假设参考航迹 $x_{r,k} \in C^1$ 已知,则航迹跟踪可转化为系统误差动力学设定值稳定问题。

$$\dot{e}_k = f(e_k + x_{r,k}, u_k) - \dot{x}_{r,k} \quad (21)$$

式中: $e_k = x_k - x_{r,k}$, 为系统状态误差变量。

根据 NMPC 控制策略,将跟踪误差稳定问题转化为 LTV-MPC 优化控制问题(式(22))。

$$\text{minimize}_{U_{t \rightarrow t+N}} \sum_{k=t}^{t+N} \left(\underbrace{\|\tilde{x}_k - x_k\|_{\tilde{Q}} + \|\tilde{u}_k - u_k\|_R}_{F(k, \tilde{e}_k, \tilde{u}_k)} \right) + E[k, \tilde{e}_k] |_{t+N} \quad (22)$$

式(22)受限于式(23):

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_{d,k}x_k + B_{d,k}u_k + g_{d,k} \\ u_k \in U_k, k = t, \dots, t+N \\ x_k \in X_k, k = t, \dots, t+N+1 \\ e_k + x_{r,k} \in X_k \\ e_{k+N} \in \epsilon_{k+N} \end{cases} \quad (23)$$

式中: Q, R 为系统误差加权; 系统的输入和状态被约束于 U_k 和 X_k 内; ϵ_{k+N} 为误差终端域。

系统误差终端代价 $E[k, \tilde{e}_k] |_{t+N}$ 的选取在很大程度上影响系统的控制性能和鲁棒性。系统误差终端代价和终端集 $\Delta x_{t+N+1} \in X_{N+1}$ 通过筛选可确保系统的渐近稳定性。在以往的 NMPC 控制器设计过程中常选取系统误差跟踪代价函数 $\Delta x_{t+N+1}^T Q_f \Delta x_{t+N+1}$ 近似无穷预测域代价, 以确保系统渐近稳定^[5,7]。其中 Q_f 为常值加权阵, 这种选择通常偏保守, 使得选择的终端域范围较小, 造成优化问题(式(22))求解困难。为放宽限制, 采用依赖于系统时变误差状态的终端罚值, 并认为依赖于状态的终端罚值可确保航迹跟踪误差的收敛^[11]。本文采用时变的误差预测终端域代替定常的 Q_f 加权的预测终端域, 选取 $E(t, e) = \eta \cdot e^T (P(t) + I)e$, $\eta \in R^+$ 作为终端罚值。而对于终端域的选择, 采用基于 Lyapunov 函数时变水平集的预测误差终端域^[9]来确保系统渐近稳定。

据此, 选取的系统跟踪误差的优化指标如式(24)所示。

$$J[k, x(k), e(\cdot), u(\cdot)] = \sum_{k=t}^{t+N} F(k, \tilde{e}(k), \tilde{u}_k) + \eta e(t)^T (P(t) + I)e(t) |_{t+N} \quad (24)$$

式中: $P(t)$ 为满足系统状态跟踪误差渐近收敛的 Riccati 微分方程的半正定解; η 为缩放系数。

$P(t)$ 的选取过程为

首先选取式(24)中合适的加权阵 Q 和 R , 然后计算在每个采样时刻使得近似的 LTV 误差系统(式(21)) Q 稳定^[12-13]的对称正定矩阵 $Q(t_k)$:

$$Q(t_k) = Q + A_{d,k}^T + A_{d,k} + B_{d,k} R^{-1} B_{d,k}^T \quad (25)$$

依据系统误差渐近稳定的 Riccati 微分方程

(式(26)), 计算其半正定解的边界约束为 $P(t+N) = Pr$ 。

$$P_T B(t+N) R^{-1} B(t+N) P_T - Q(t+N) - P_T A(t+N) - A^T(t+N) P_T = 0 \quad (26)$$

至此, 本文 NMPC 问题形成, 如式(27)所示, 且受限于约束(式(23))。

$$\text{minimize } J[k, x(\cdot), e(\cdot), u(\cdot)] \quad (27)$$

为了使产生的控制优化问题能被现有的、可用的快速 MPC 求解器求解, 需将上述带约束的优化控制问题转化为凸二次规划型问题(式(28))和相应综合的包含系统状态、输入和终端约束。

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} z_i^T H_i z_i + f_i^T z_i \quad (28)$$

式中: $z_i = [u_i, x_{i+1}]^T$, 为凸多级二次约束规划问题的复合变量。本文利用 FORCES 代码生成技术产生问题的求解器。

4 数值仿真

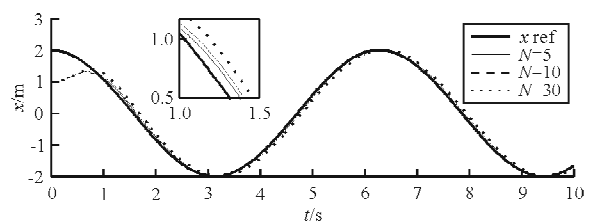
直升机系统的部分状态 $[x_b, y_b, z_b, \psi]$ 和控制输入标称约束分别为

$$\begin{aligned} \bar{x} &= [3 \text{ m/s}, 3 \text{ m/s}, 2 \text{ m/s}, 15 \text{ rad/s}]^T \\ \underline{x} &= [-3 \text{ m/s}, -3 \text{ m/s}, -2 \text{ m/s}, -15 \text{ rad/s}]^T \\ \bar{u} &= [0.8, 0.8, 1, 1]^T \\ \underline{u} &= [-0.8, -0.8, -1, -1]^T \end{aligned}$$

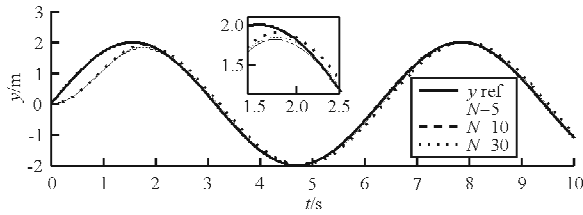
LTV-MPC 控制器参数分别为

$$\begin{aligned} Q &= \text{diag}([50, 50, 5, 10, 5, 1, 1]) \\ R &= \text{diag}([1, 1, 1, 1]) \\ \eta &= 0.9. \end{aligned}$$

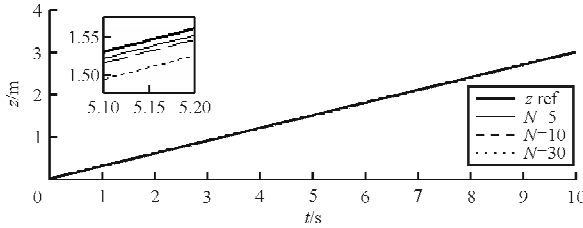
依据设计的 LTV-MPC 控制器, 对预先设计的螺旋上升形状的航迹进行跟踪控制。LTV-MPC 控制器闭环跟踪控制性能如图 1 所示。非线性离散系统采样时间和 LTV-MPC 控制器采样时间均为 0.01 s, 控制器采样不同的预测域长度分别为 $N=5, 10$ 和 30。



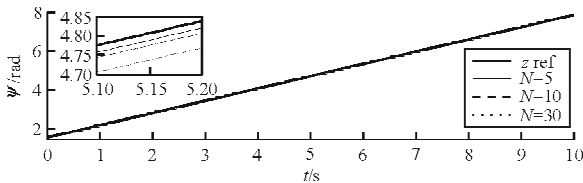
(a) x 轴航迹跟踪比较



(b) y 轴航迹跟踪比较



(c) z 轴航迹跟踪比较



(d) 偏航角跟踪比较

图 1 LTV-MPC 控制器在不同预测域长度直升机航迹跟踪效果

Fig. 1 Tracking effects of the helicopter employed the fast LTV-MPC controller with different prediction horizon

从图 1 可以看出:利用较小的预测域可获得快速的跟踪,带来系统作动装置的快速响应,采用三个不同的预测域均获得很好的跟踪效果,误差控制在容许范围;LTV-MPC 控制器对高度和偏航角亦具有良好的跟踪性能,其作用效果优于直升机水平面跟踪效果,这是因为直升机横纵轴存在的耦合相比于其他两控制通道耦合要强。

直升机在不同的初始 x 轴位置对设定变航迹的跟踪曲线如图 2 所示。

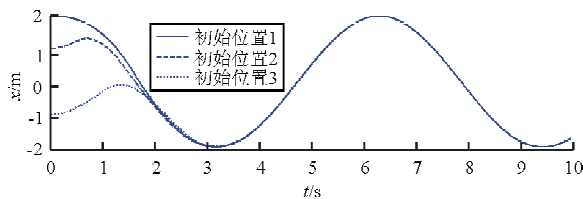


图 2 不同初值跟踪性能

Fig. 2 Comparison of tracking performance with different initial state in x axis

从图 2 可以看出,随着 LTV-MPC 的作用,系统的跟踪误差逐渐减小,直升机能快速地达到设定的航迹。在其他方向,仿真均显示相似的跟踪效果。

本文设计的 LTV-MPC 控制器在预测域为五个采样间隔控制器求解生成优化控制指令的时间如图 3 所示。

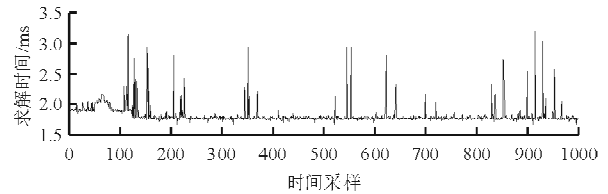


图 3 NMPC 控制器指令生成时间

Fig. 3 Solving time with the designed LTV-MPC controller solver

从图 3 可以看出,最大的解算时间为 3.2 ms,而平均生成指令时间为 1.8 ms,远远小于系统的采样时间 10 ms,表明所设计的控制器具有快速的解算特性,可用于低成本的硬件平台。

5 结 论

(1) 若所研究的非线性系统是微分平坦的,则产生同时满足控制对象几何和动力学要求的标称轨迹是可行的。

(2) 通过选取合适的采样频率,在每个采样间隔,沿着生成的 MCUH 标称航迹进行线性化和离散化,可得到精确近似直升机非线性动力学的 LTV 模型。

(3) 通过在每个采样时刻,利用线性化模型代替非线性模型,可将传统的航迹跟踪误差控制 NMPC 问题转化为 LTV-MPC 优化问题;通过选取合适的性能优化指标,可将 LTV-MPC 优化问题转化为凸二次优化问题,利用现有的成熟求解技术可实现优化问题快速在线求解。

(4) 本文通过数值仿真证实了快速在线 NMPC 策略的可行性,但设计过程并未考虑系统受到的扰动和模型的不确定性。因此,进一步的工作包括考虑系统不确定性和扰动情况下的直升机的航迹跟踪、航迹跟随和实时硬件平台实施。

参考文献

- [1] 席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制——现状与挑战[J]. 自动化学报, 2013, 39(3): 222-236.
Xi Yugeng, Li Dewei, Lin Shu. Model predictive control—status and challenges[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(3): 222-236. (in Chinese)
- [2] Mattingley J, Boyd S. CVXGEN: a code generator for embedded convex optimization[J]. Optimization and Engineering, 2012, 13(1): 1-27.
- [3] Ferreau H J, Kirches C, Potschka A, et al. QpOASES: a parametric active-set algorithm for quadratic programming [J]. Mathematical Programming Computation, 2014, 6(4): 327-363.
- [4] Domahidi A, Zgraggen A U, Zeilinger M N, et al. Efficient interior point methods for multistage problems arising in receding horizon control[C]. Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on. Maui, HI, 2012: 668-674.
- [5] Liu C J, Chen W H, Andrews J. Tracking control of small-scale helicopters using explicit nonlinear MPC augmented with disturbance observers[J]. Control Engineering Practice, 2012, 20(3): 258-268.
- [6] Zhou Hongbo, Pei Hailong, He Yuebang. Hierarchical control of a small unmanned helicopter using MPC and backstepping[C]. Control Conference (CCC), 2011 30th Chinese. Yantai, 2011: 147-151.
- [7] Schafroth D, Bermes C, Bouabdallah S, et al. Modeling, system identification and robust control of a coaxial micro helicopter[J]. Control Engineering Practice, 2010, 18(7): 700-711.
- [8] Kunz K, Huck S M, Summers T II. Fast model predictive control of miniature helicopters[C]. Control Conference (ECC), 2013 European. Zurich, 2013: 1377-1382.
- [9] Faulwasser T, Findeisen R. A model predictive control approach to trajectory tracking problems via time-varying level sets of Lyapunov functions[C]. 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC). Orlando, Florida, USA, 2011: 3381-3386.
- [10] Bhattacharya R. OPTRAGEN: A MATLAB toolbox for optimal trajectory generation[C]. IEEE Conference on Decision and Control (CDC). San Diego, CA, 2006: 6832-6836.
- [11] Faulwasser T. Optimization-based solutions to constrained trajectory-tracking and path-following problems[M]. Germany: Shaker Verlag, 2013.
- [12] Phat V N J V. Stability, stabilization and duality for linear time-varying systems[J]. Optimization, 2010, 59(4): 447-460.
- [13] Nijmeijer H, Van der Schaft A. Nonlinear dynamical control systems [M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 1990.

作者简介:

柯吉(1982—),男,博士研究生。主要研究方向:无人机导航与控制、先进控制理论及应用、飞行控制与仿真。

王伟(1957—),男,教授,博导。主要研究方向:控制理论与飞行控制应用。

李爱军(1972—),男,教授,博导。主要研究方向:飞行控制与仿真、智能控制理论及应用、自适应控制。

王长青(1973—),男,副教授,硕导。主要研究方向:先进控制理论及应用、飞行控制与仿真。

(编辑:马文静)