

文章编号:1674-8190(2015)03-261-10

基函数宽度对递归 RBF 神经网络气动力模型精度的影响研究

寇家庆, 张伟伟

(西北工业大学 翼型叶栅空气动力学国防科技重点实验室, 西安 710072)

摘要: 由于非定常气动力的复杂性, 通常所建立的气动力模型在稳定性、泛化能力和精度上均存在一定局限, 采用递归 RBF 神经网络模型能够实现气动载荷的较准确预测。隐含层神经元的基函数宽度对该模型的精度及稳定性具有重要影响。首先通过数学分析和计算仿真研究训练过程中宽度与神经网络结构之间的关系, 然后将 NACA0012 翼型俯仰运动作为算例, 研究模型在不同训练信号、延迟阶数和流动状态下的性能, 最后利用对随机俯仰运动样本的预测结果, 验证宽度的最优选择范围。结果表明: 基函数宽度对此类非定常气动力模型的稳定性及泛化能力影响较大; 最优宽度的选择随训练及预测信号的变化有所不同; 较多样本时, 通常选择 55~75 的宽度能够保证非定常气动力模型具有较高的预测精度。

关键词: 径向基函数(RBF); 神经网络; 非定常气动力; 气动力建模; 宽度

中图分类号: V211

文献标识码: A

Research on the Effects of Basis Function Widths of Aerodynamic Modeling Based on Recursive RBF Neural Network

Kou Jiaqing, Zhang Weiwei

(National Key Laboratory of Science and Technology on Aerodynamic Design and Research,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Because of the complexity of unsteady aerodynamics, there are some limitations in stability, generalization capability and accuracy of the aerodynamic model which is usually established. Recursive radial basis function(RBF) neural network model is used to predict the aerodynamic load. The widths of basis function in hidden layer are one of important parameters to this aerodynamic model. To investigate the effects of widths for Recursive RBF neural network, mathematical analysis and simulations are executed at first, which shows the relationship between widths and framework of the model during training process. Then cases of NACA 0012 aerofoil with pitching maneuvers are simulated, to test the model's performance under different training maneuvers, delay orders and flow states. Finally, predicting results of random pitching maneuver verify the conclusion of best widths scale. Results show that the widths of basis function have much impact on the stability and generalization capability of this type of aerodynamic model. The best width varies with different training and testing maneuvers. With more samples, higher predicting accuracy of aerodynamic model is guaranteed with widths between 55~75.

Key words: radial basis function(RBF); neural network; unsteady aerodynamic; aerodynamic model; width

收稿日期:2015-05-12; 修回日期:2015-06-04

基金项目:国家自然科学基金(11172237)

新世纪优秀人才支持计划(NCET-13-0478)

通信作者:张伟伟, aeroelastic@nwpu.edu.cn

0 引言

计算流体力学(Computational Fluid Dynamic, 简称 CFD)通过传统的时间推进方法得到高精

度的数值模拟结果,可用于飞行器飞行气动力、气动弹性动力学仿真等领域。然而,CFD 仿真存在计算资源耗费多的问题。这种现状推动了气动力降阶模型(Reduced Order Model,简称 ROM)的发展。ROM 是一类低阶的、具有一定计算精度并节约时间的数学模型。ROM 的建立通常依赖于 CFD 方法,因此目前的多数 ROM 可称为基于 CFD 技术的 ROM^[1]。非定常空气动力学问题,由于存在很强的气动力时滞效应,并且在大迎角、跨音速下存在较强的气动非线性,在选择合适的气动力模型上有一定难度。此外,由于非定常气动力的复杂性,建立的模型往往在稳定性、泛化能力(即模型对于新样本的适应能力)和精度上都有一定局限。目前较为典型的非定常气动力 ROM 主要有基于本征正交分解(Proper Orthogonal Decomposition,简称 POD)^[2]、平衡本征正交分解^[3]的 ROM,基于系统辨识方法的 ROM(Volterra 级数^[4]、带外输入的自回归^[5]模型、递归结构的代理模型(Surrogate-based Recurrence Framework,简称 SBRF)^[6]、神经网络模型^[7-11],非线性气动力的谐波平衡方法^[12]等。张伟伟等^[1]、陈刚等^[13]对 ROM 的分类及介绍有具体研究。

神经网络具有自学习、容错性强、能实现自适应非线性映射等特点^[14],被广泛应用于非线性系统辨识问题中。F. D. Marques 等^[7]通过使用多层函数构建了瞬时神经网络,并用于固定 Ma 下的三种典型运动及时变 Ma 下的气动力辨识,其升力系数的结果大都优于力矩系数,表明模型在捕捉像力矩这种更强的动态非线性特征上有所欠缺。M. Ghoreyshi 等^[8]借鉴 SBRF 模型,构建了基于神经网络的递归结构,提出气动力层次的理念,但主要针对 $Ma=0.3$ 的低速建模,非线性特征并不足够强。K. Lindhorst 等^[9]用 POD 方法扩展了 Zhang Weiwei 等^[11]的递归 RBF 神经网络模型,将网格位移和网格速度作为输入信号,构建代理模型。Huang Rui 等^[10]将线性动力学状态空间元素与单层神经网络模型相连,构建了一种由动态线性部分与静态非线性部分组成的 Wiener 型级联模型。Zhang Weiwei 等^[11]通过引入径向基函数(Radial Basis Function,简称 RBF)神经网络的输出反馈,通过延迟阶数表达流场的非定常效应,得到气动力辨识的递归 RBF(Recursive Radial Basis Func-

tion,简称 RRBF)神经网络模型。该模型能够预测 $Ma=0.8$ 时的跨声速极限环颤振行为,模型将当前位移以及前一段时间的位移和气动力作为输入,得到当前的气动力。采用的 RRBF 神经网络模型^[11]在目前的非定常气动力模型中已有一定应用,且通过该非线性模型能够实现气动载荷的较准确预测。然而,RRBF 神经网络依然存在稳定性、精度和泛化能力不足的问题。在 RRBF 神经网络模型训练过程中,包括基函数宽度、中心位置、中心数目和输出层权值在内的若干参数都对模型的精度和稳定性存在影响,且宽度的影响是不可忽视的。

本文研究基函数宽度(或分散度)对 RRBF 神经网络气动力模型精度和稳定性的影响,针对不同延迟阶数、不同流动状态进行对比分析。

1 动态径向基函数神经网络

1.1 一般的径向基函数神经网络

RBF 神经网络是 D. S. Broomhead 等^[15]首先提出的一种采用径向基函数作为激励函数的前馈人工神经网络,通过适当训练,可实现数据分类和函数逼近。RBF 神经网络的基本结构如图 1 所示, s 为输入矢量维数, c 为隐含层神经元数, l 为输出矢量维数。

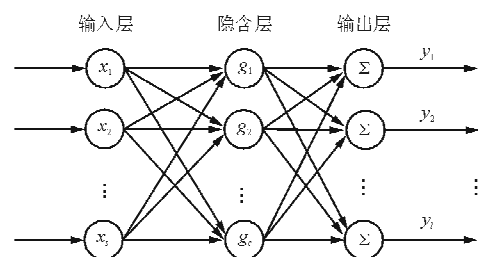


图 1 RBF 神经网络结构

Fig. 1 Framework of RBF neural network

RBF 神经网络是一种三层网络,分别为输入层、隐含层和输出层。隐含层神经元为局部调节处理单元,即并不是所有神经元都会产生输入响应。隐含层到输出层的学习规则为线性,因此 RBF 神经网络的收敛速度高于传统的后馈(Back Propagation,简称 BP)神经网络^[16]。RBF 神经网络的另一个特点在于,只要隐含层神经元的数目足够大,则可以以任意精度逼近某个函数。在 RBF 神

神经网络结构中,输入信号通过输入层进入网络,经过隐含层的径向基函数完成非线性映射,再将隐含层结果以不同权值的线性组合从输出层输出,从而完成非线性预测。隐含层的激活函数通常用高斯基函数。输入矢量 \boldsymbol{x} 进入隐含层后,发生径向基变换:

$$g_j = \exp\left(-\frac{\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{v}_j\|^2}{2\sigma_j^2}\right), \sigma_j > 0, 1 \leq j \leq c \quad (1)$$

式中: g_j 为第 j 个隐含层神经元的输出; \boldsymbol{v}_j 为第 j 个隐含层神经元的中心向量; σ_j 为第 j 个隐含层神经元的宽度,可以表示高斯基函数的影响范围; $\|\cdot\|$ 表示两个向量之间的欧几里得距离。

宽度在模型训练过程中由使用者给定,一般的 RBF 神经网络中不同神经元采用均匀宽度。完成隐含层非线性映射后,得到隐含层输出矩阵 $\boldsymbol{g} = [g_1, g_2, \dots, g_c]^T$ 。将隐含层输出加权后,完成线性映射,得到 RBF 神经网络的实际输出:

$$y_i = w_{i,0} + \sum_{j=1}^c w_{i,j} \cdot g(\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{v}_j\|^2), \quad 1 \leq i \leq l, 1 \leq j \leq c \quad (2)$$

式中: y_i 为输出层第 i 个单元的输出,所有输出构成输出矩阵 $\boldsymbol{y} = [y_1, y_2, \dots, y_l]^T$; $w_{i,j}$ 为隐含层第 j 个神经元和输出层第 i 个神经元的连接权值; $w_{i,0}$ 为输出层第 i 个神经元的偏差值。

1.2 模型精度的影响因素

从结构上,RBF 神经网络可以被分为两种,分别是广义 RBF 神经网络和正则化 RBF 神经网络。隐含层节点的中心向量取自输入向量,通过逐个增加隐含层节点,使均方误差满足要求后完成网络设计,这种方法训练而成的神经网络被称为广义神经网络;正则化神经网络则是创建一个精确的径向基网络,其隐含层节点数目与输入样本相同,各个隐含层中心即为各样本向量。本文训练得到的神经网络为正则化神经网络。

RBF 神经网络的基本参数对其泛化能力影响较大,基本参数包括:隐含层神经元数目、隐含层神经元的中心、隐含层与输出层间的权值、调节隐含层激活函数形状的宽度。隐含层神经元中心的选择,除了从输入样本中直接选择外,还存在随机选择、 k 均值聚类等^[17]。为便于比较宽度的影响,采

用从样本中选择中心的方法。隐含层激活函数除高斯基函数外,还有其他可选类型,C. Harpham 等^[18]将不同基函数的泛化能力进行了对比,得出 RBF 神经网络的基函数选择具有数据独立性,较为常用的是高斯基函数的结论。隐含层和输出层之间的权值可以通过线性最小二乘算法或者伪逆法求解。对高斯基函数而言,宽度的大小决定了每个基函数对输入的影响范围,宽度越小,表明输入信号的影响范围越小,得到的输出结果越不光滑。另外,当 $r \rightarrow \infty$ 时,有:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} g(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \exp\left(-\frac{r}{2\sigma^2}\right) = 0 \quad (3)$$

式(3)中, $r \in [-20, 20]$ 时,高斯基函数形状随宽度的变化如图 2 所示。

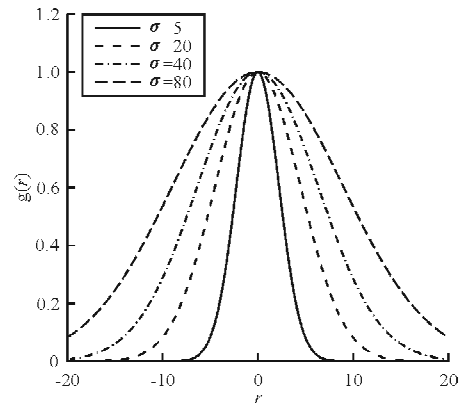


图 2 不同宽度 σ 的高斯基函数

Fig. 2 Gauss basis function with different width σ

从图 2 可以看出,随着基函数宽度的增加,高斯基函数的作用范围不断变大。对于宽度大的情况,可以通过较少数目的神经元完成所有输出样本空间的映射,因此所需神经元较少;而随着宽度的减小,每一个神经元的作用范围在逐渐变小,因此需要更多的神经元来描述样本空间中的任意输入。宽度选择对预测结果也有很大影响,文献^[18]针对分类问题做了相关讨论。对于气动力模型而言,有必要获得最优宽度,以得到更加精确的模型输出。目前存在一种固定的宽度选择方式,令 d_{\max} 为选择的中心之间的最大距离, c 为中心数目,为了使得到的预测结果相对平滑,可选择固定均匀宽度^[11]:

$$\sigma = \frac{d_{\max}}{\sqrt{2c}} \quad (4)$$

1.3 递归径向基函数神经网络

本文主要研究单输入多输出的气动力系统,将

俯仰运动位移作为输入信号,得到输出的升力和力矩系数。通过一般的 RBF 神经网络建立非定常气动力模型,对某一个离散时间 k ,俯仰运动的位移为 θ_k ,构建输入矩阵 $\mathbf{u}_k = [\theta_k]^T$ 作为模型输入,力矩系数 $\mathbf{y}_k = [C_{l(k)}, C_{m(k)}]^T$ 作为输出信号,便可实现气动力载荷的估计。对定常系统而言,因为流动不随时间变化,没有迟滞效应,上述模型足以描述。而对于准定常问题,当前输出开始和当前及前 m

$$\mathbf{u}_k = [\theta_k, \theta_{k-1}, \dots, \theta_{k-m}, C_{l(k-1)}, C_{l(k-2)}, \dots, C_{l(k-n)}, C_{m(k-1)}, C_{m(k-2)}, \dots, C_{m(k-n)}]^T \quad (5)$$

为体现非定常特征,本文采用文献[11]的方法,引入 RBF 神经网络的动态输出反馈,构建 RRBF 神经网络气动力模型,如图 3 所示。

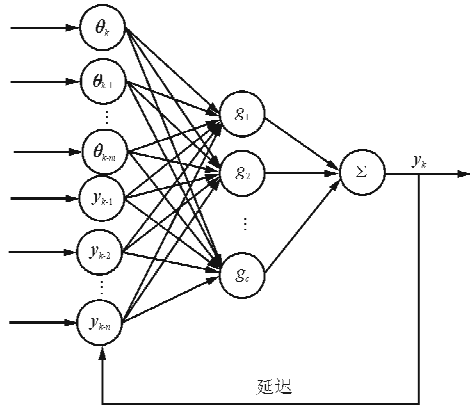


图 3 RRBF 神经网络结构

Fig. 3 Framework of RRBF neural network

2 宽度对神经网络模型的影响

通过 MATLAB 进行仿真,选择快速生成正则化神经网络的 newrbe 函数生成网络。这种网络虽然在训练过程中存在隐含层神经元过多的问题,但是通过调节宽度,能使多数隐含层神经元的权值为 0。因此,即使训练样本过多,实际工作的隐含层神经元也远少于样本数目。下文结合 RBF 神经网络的训练过程,针对宽度对实际的神经网络隐含层神经元数目的影响进行分析。

假设有 N 个训练样本,模型输入和输出的延迟阶数分别为 m, n ,延迟阶数的最大值记为 md ,即第一个样本的起始时刻为 md 。所有输入和输出样本可以构成矩阵 \mathbf{P} 和 \mathbf{T} :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{md+1} & \mathbf{u}_{md+2} & \dots & \mathbf{u}_N \\ \mathbf{y}_{md} & \mathbf{y}_{md+1} & \dots & \mathbf{y}_{N-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

阶输入有关,因此需要引入 m 阶输入延迟,即 $\mathbf{u}_k = [\theta_k, \theta_{k-1}, \dots, \theta_{k-m}]^T$ 。然而,对于非定常的动态问题,除非引入足够大的阶数 m ,否则难以准确表达流场尾迹对气动载荷的非定常记忆效应。对于大振幅下的动态、强非线性效应,需要考虑输出的动力学延迟,即引入前 n 阶的输出作为当前气动力的输入信号,此时输入信号可以进一步写为

$$\mathbf{T} = [\mathbf{y}_{md+1} \quad \mathbf{y}_{md+2} \quad \dots \quad \mathbf{y}_N] \quad (7)$$

从式(6)~式(7)可以看出,输入矩阵 \mathbf{P} 的维数为 $(m+1+2n) \times (N-md)$,输出矩阵 \mathbf{T} 的维数为 $2 \times (N-md)$ 。

RBF 神经网络的训练过程如下:

(1) 输入向量从输入层映射到隐含层,隐含层选择每个输入样本组成中心矩阵 \mathbf{c} 。由于求取欧式距离的要求,令 $\mathbf{v} = \mathbf{P}^T$ 。

$$\mathbf{v} = \mathbf{P}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{md+1} & \mathbf{u}_{md+2} & \dots & \mathbf{u}_N \\ \mathbf{y}_{md} & \mathbf{y}_{md+1} & \dots & \mathbf{y}_{N-1} \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

(2) 隐含层对所有的中心向量求取径向基,即:

$$\mathbf{g} = (g_{ij})_{(N-md) \times (N-md)} \quad (9)$$

$$g_{ij} = g(\|\mathbf{P}(i) - \mathbf{P}(j)\|^2),$$

$$1 \leq i \leq N - md, 1 \leq j \leq N - md \quad (10)$$

式中: \mathbf{g} 为 $(N-md) \times (N-md)$ 维矩阵; g_{ij} 为第 i 个自变量对第 j 个神经元产生激励的大小。

为得到偏差值,将 \mathbf{g} 增加一行全为 1 的行向量,构成增广矩阵 $\mathbf{g1}$ 。

(3) 隐含层到输出层,输出矩阵 \mathbf{T} 直接与隐含层变换矩阵 $\mathbf{g1}$ 相除,或通过伪逆法得到 $2 \times (N-md+1)$ 维的权值矩阵 $\boldsymbol{\omega}$ 。将上述 RBF 神经网络训练过程训练好的中心位置、宽度、权值等用于分类或预测。

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{P}/\mathbf{g1} = \begin{bmatrix} \omega_{1,1} & \omega_{1,2} & \dots & \omega_{1,N-md} & \omega_{1,0} \\ \omega_{2,1} & \omega_{2,2} & \dots & \omega_{2,N-md} & \omega_{2,0} \end{bmatrix} \quad (11)$$

由式(3)可知,随着高斯基函数中自变量的逐渐变大,或宽度的逐渐变小,高斯基函数都会逐渐趋于 0。

若以 r 为自变量,则:

$$\begin{cases} \lim_{r \rightarrow \infty} g(r) = \exp\left(-\frac{\lim_{r \rightarrow \infty} r}{2\sigma^2}\right) = 0, & \sigma > 0 \\ \lim_{r \rightarrow 0} g(r) = \exp\left(-\frac{\lim_{r \rightarrow 0} r}{2\sigma^2}\right) = 1, & \sigma > 0 \end{cases} \quad (12)$$

若以宽度 σ 为自变量,则:

$$\begin{cases} \lim_{\sigma \rightarrow \infty} g(\sigma) = \exp\left(-\frac{r}{\lim_{\sigma \rightarrow \infty} 2\sigma^2}\right) = 1, & r > 0 \\ \lim_{\sigma \rightarrow 0} g(\sigma) = \exp\left(-\frac{r}{\lim_{\sigma \rightarrow 0} 2\sigma^2}\right) = 0, & r > 0 \end{cases} \quad (13)$$

在神经网络训练过程中,向量间的欧氏距离 $\|P(i) - v_j\|$ 与样本相关,在隐含层中已经确定后相当于定值,因此每个高斯基函数 $g(r)$ 的大小取决于宽度 σ 。从式(13)可以看出,如果选择的宽度 σ 较大,则 $g(r)$ 趋于 1;反之, $g(r)$ 趋于 0。表明宽度较大时,隐含层 c 个输出中趋近于最大值的结果更多,因此可用更少的隐含层神经元描述输出向量。相反,宽度较小时,隐含层输出有总体趋于 0 的趋势,因此所需输出层与隐含层间的权值较多。对于 1 000 个样本组成的某训练信号,通过改变宽度,针对隐含层输出和权值的对比如表 1 所示。

表 1 隐含层输出与权值矩阵随宽度变化的比较
Table 1 Comparison of hidden layer outputs and weights with respect to widths

宽度	隐含层输出最大值	隐含层输出最小值	权值矩阵中的非零元素
0.5	1	6.6758×10^{-12}	550
1	1	0.0016	359
5	1	0.7731	124
10	1	0.9377	81
50	1	0.9974	37
100	1	0.9994	28
1 000	1	0.9999	14

仿真计算中,宽度为 0.5、1 和 5 的预测结果都发生了动态发散。从表 1 可以看出,随宽度增加,隐含层输出最小值逐渐靠近 1,权值矩阵中非 0 元素逐渐减少,即实际产生响应的神经元数目变少。对于矩阵 g 来说,如果是满秩矩阵,有 $\text{Rank}(g) = N - md$;而由于宽度增加,使得 g 的最大值与最小值之间差异变小,数据之间的相似度不断提高,甚至产生较多的冗余数据,造成矩阵的秩不断减小,

这种现象叫做秩亏。由于秩亏现象的存在,导致式(11)构成的方程组变为不定方程组,程序执行除法得到具有最多 0 元素的解,造成权值矩阵非零元素的减少。这种非零元素的减少表明实际用到的隐含层神经元的减少,神经网络的结构得到简化,避免了过度拟合的情况。

3 非定常流场求解

将翼型强迫运动作为输入,CFD 求解器计算的气动力系数作为输出,构建输入输出样本数据。CFD 求解器通过非定常 N-S 方程求解气动力。N-S 方程的积分形式为

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} W d\Omega + \iint_{\partial\Omega} F(W) \cdot n dS = \iint_{\partial\Omega} F_v \cdot n dS \quad (14)$$

式中: W 为守恒变量, $W = [\rho, \rho u, \rho v, \rho e]^T$, 其中 ρ, u, v, e 分别为流体密度、 x 轴向速度、 y 轴向速度和单位质量流体的总内能; $F(W)$ 和 F_v 为对流量和黏性通量; n 为控制体边界外的法向单位向量; Ω 为任意控制体; $\partial\Omega$ 为该控制体的单元边界。

CFD 求解器求解时,空间上采用 Jameson 中心格式的有限体积法进行离散。为求解非定常 N-S 方程,采用双时间推进方法。实时间采用二阶精度向后差分,伪时间采用隐式对称 Gauss-Seidel 迭代,空间离散通过非结构网格实现,采用 RBF 网格插值实现网格运动。CFD 具体数值方法可参考文献[19]。

4 算例与分析

4.1 训练信号及基本参数

训练信号所包含的信息对神经网络的性能有很大影响,因此需要训练样本能够涵盖较多频率和振幅,同时又要保证信号能够包含某些随机特性。本文的模型训练信号有 1000 个样本点,是过滤的高斯白噪声信号(Filtered White Gaussian Noise, 简称 FWGN)。定义样本数据相对振幅为 $A, A=1$ 时,最大振幅约为 74.5° 。RRBF 神经网络模型训练信号如图 4 所示,位移输入的相对振幅 $A=0.1$;无量纲时间 $T=t/(2b/a), t$ 为实际时间, b 为翼型半弦长, a 为来流声速;最高点的俯仰位移约为 7.45° 。

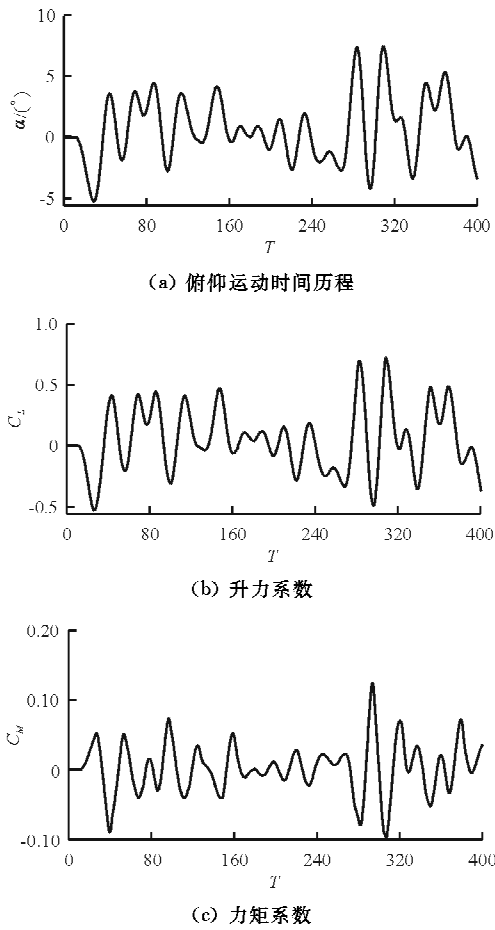


图 4 RRBF 神经网络模型训练信号($Ma=0.8$)
Fig. 4 Training signal of RRBF neural network model($Ma=0.8$)

采用 NACA0012 翼型俯仰运动的位移及之前的气动力输出作为输入信号(式(5)),对应的升力和力矩系数作为输出信号。NACA0012 翼型绕 25% 弦长处做俯仰运动, Ma 为 0.80 或 0.75, 激波在定常零迎角状态下位于翼型 50% 弦长处, 是典型的跨声速算例。选择的无量纲时间步长 $DT = dt/(2b/a)$, 其中 dt 为物理时间步长。算例将宽度从 1 取到 100, 使用三种误差准则衡量结果, 通过对比分析, 研究宽度对神经网络的影响。

4.2 误差准则

在振动工程领域, 用于衡量各阶振型线性独立性^[20]、模态振型向量空间交角^[21]等的重要指标是模态置信度准则(Modal Assurance Criterion, 简称 MAC), 定义为

$$MAC = \frac{(\Phi^T \Phi_s)^2}{(\Phi^T \Phi)(\Phi_s^T \Phi_s)} \quad (15)$$

式中: Φ_s 为标准模态; Φ 为计算模态。

MAC 越接近 1, 则结果越准确。为评价非定常气动力模型的精度, 本文借鉴 MAC 的计算准则, 通过输出气动力系数的置信度准则来考核模型精度, 下文将其称为气动力系数置信度准则(Aerodynamic Force Coefficient Assurance Criterion, 简称 AFCAC)。标准输出矩阵为 y_s , 实际输出矩阵为 y , 该准则表述为

$$AFCAC = \frac{(y_s y^T)^2}{(y_s y_s^T)(y y^T)} \quad (16)$$

本文还采用另外两种指标对比模型精度, 分别是相对误差(Relative Error, 简称 RE)和均方误差(Mean Squared Error, 简称 MSE)。对于有 N_i 个样本的预测信号, 预测信号的两端误差分别表示为

$$RE = \frac{\sum_i \sum_j^{N_i - md} |y_s(i, j) - y(i, j)|}{\sum_i \sum_j^{N_i - md} |y_s(i, j)|} \quad (17)$$

$$MSE = \frac{1}{N_i} \sum_i \sum_j^{N_i - md} (|y_s(i, j) - y(i, j)|)^2 \quad (18)$$

4.3 典型算例

用 FWGN 信号训练递归神经网络, 预测两组不同 FWGN 信号的气动力系数, 并与 CFD 计算结果进行比较。第一组样本数据为: 用相对振幅 $A=0.10$ 的 FWGN 信号预测相同形状, 相对振幅 $A=0.05$ 的随机信号; 第二组样本数据为: 用相对振幅 $A=0.10$ 的 FWGN 信号预测不同形状, 相对振幅 $A=0.10$ 的 FWGN 信号。除基本状态外, 改变延迟阶数和流动状态(即改变训练信号)进一步比较宽度的影响。

从表 1 可以看出, 当宽度为 100 时, 实际用到的隐含层神经元有 28 个, 而继续增加宽度, 则隐含层神经元会进一步减少。为保证良好的泛化能力, 神经网络的结构不能过于简单, 必须保证一定数目的隐含层神经元。对于气动力建模问题, 28 个神经元已足够少, 故不必研究宽度大于 100 的情况。在 $Ma=0.8, m=2, n=2$ 状态下, 用 $A=0.10$ 的 FWGN 信号, 预测相对振幅为 $A=0.05$ 的相同信号时, 宽度从 0 取到 1000, 训练样本和预测样本置信度的变化如图 5 所示。

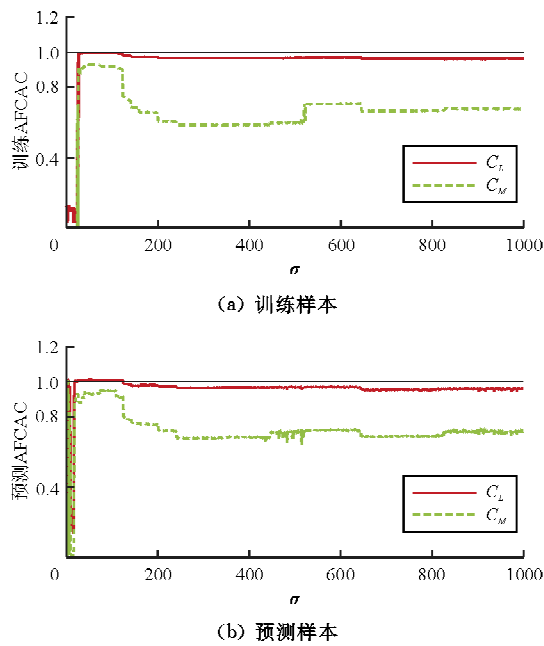


图 5 宽度为 1~1 000 时模型气动力系数置信度比较
Fig. 5 Comparison of AFCAC model with widths changing from 1 to 1 000

从图 5 可以看出,宽度大于 100 后, AFCAC 开始逐渐下降。因此下文主要针对基函数宽度在 100 以下时对网络精度的影响进行分析。

4.3.1 基本状态

采用流动状态 $Ma=0.75$, CFD 时间推进的时间步长 $DT=0.4$, 模型的延迟阶数 $m=4, n=4$ 。升力和力矩系数的 AFCAC 随宽度的变化结果如图 6 所示。

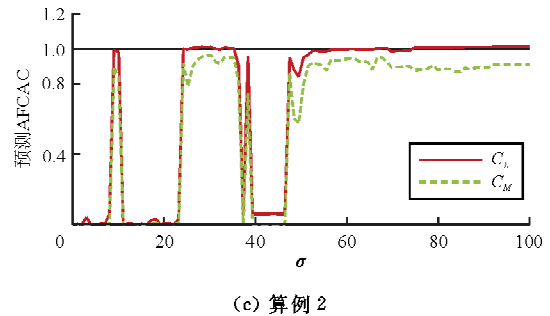
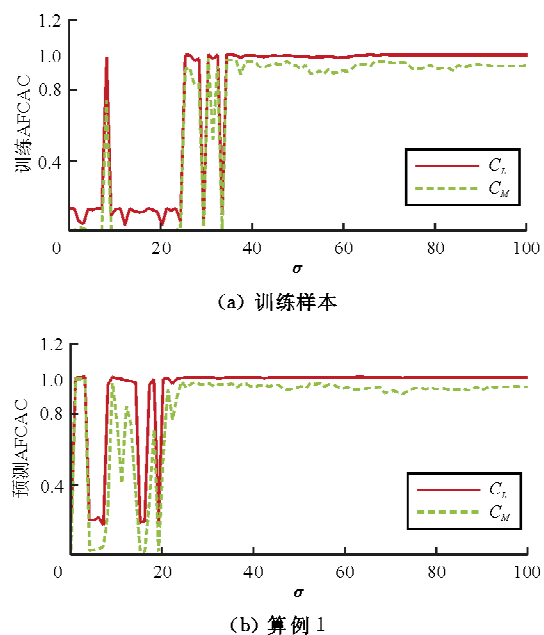


图 6 基本状态下宽度的影响
Fig. 6 Influence of widths under basic condition

从图 6 可以看出:某些结果的相对误差较大甚至发生发散,故其气动力系数置信度接近于 0,表明宽度的取值对动态神经网络的泛化能力及稳定性均有很大影响;训练样本、算例 1 和算例 2 的置信度都在一个明显阶跃后趋于平稳,而具体的置信度结果中,升力系数的置信度明显较高,原因是升力系数的非线性比力矩系数弱;宽度大于 50 后, AFCAC 有明显提高,但是随着宽度的增加, AFCAC 并未遵循线性变化规律,而是存在不规则的波动;三种信号 AFCAC 的最大值对应的宽度不统一,训练样本模型预测置信度最高的宽度为 67,算例 1 模型预测置信度最高的宽度为 55,算例 2 模型预测置信度最高的宽度为 67,故难以用固定宽度来确定最优置信度。

从图 6(a)~图 6(b)可以看出:宽度从 1 增加的过程中,置信度首先经历一段不稳定的振荡区,而图 6(a)的宽度到达 35、图 6(b)的宽度到达 25 后,置信度随宽度的变化逐渐趋于平稳,维持在 0.9 左右。对比两图发现,宽度在 30 时,训练信号的预测结果产生很大偏差,使 AFCAC 趋近于 0,而预测信号却能够保持较高的置信度。

从图 6(c)可以看出:随着宽度的增加,置信度首先经历一段较宽的稳定区(宽度为 25~37),而后大幅下降,并在宽度为 50 之后,上升至 0.9 左右。由于该图是不同于训练信号的预测信号,模型的预测置信度不及图 6(b)。

此外,通过式(4)计算可以得到最优中心点为宽度 $\sigma=0.0599$,若选择该值作为固定中心,从图 6 可以明显看出, AFCAC 接近于 0,表明结果与实际相差很大,即这种固定宽度的选择方法并不一定适用于所有情况。

4.3.2 改变延迟阶数

将4.3.1中所有算例的延迟阶数变为 $m=2, n=2$,重复算例得到的结果如图7所示。

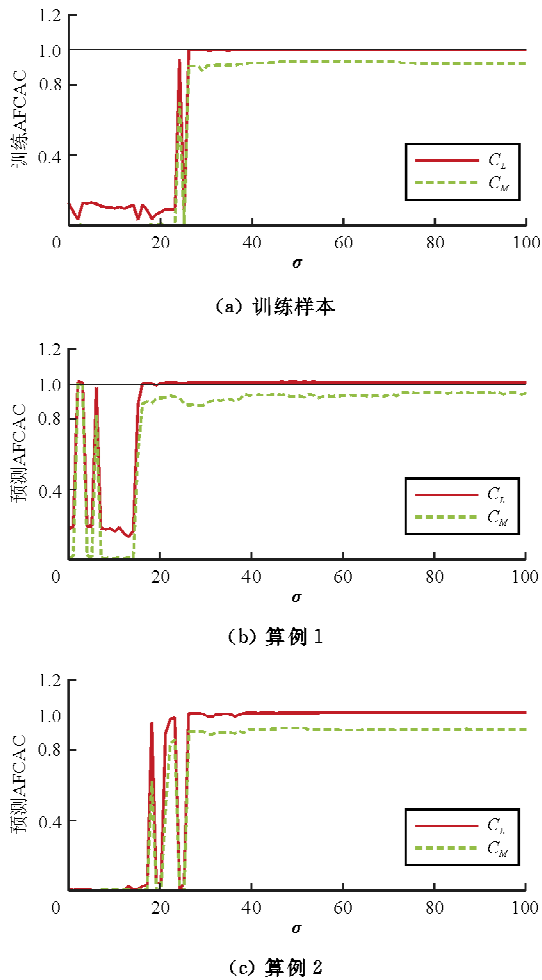


图7 改变延迟阶数后宽度影响

Fig. 7 Influence of widths after delay orders change

从图7可以看出:将延迟阶数设置较小后,图7的变化趋势总体上与图6相同,仍是随着宽度的增加并到达某一临界点,置信度几乎从0阶跃到0.9附近。延迟阶数的下降并未导致置信度下降较多,反而使宽度随训练和预测信号误差的变化趋势更加平稳。该趋势和带反馈系统的特点一致,即引入延迟阶数越多,系统对内部扰动的稳定性越差,而宽度取值会影响训练中的关键矩阵(式(9)),因此可视为对系统的扰动。该图训练样本模型预测置信度最高的宽度为60,算例1模型预测置信度最高的宽度为75,算例2模型预测置信度最高的宽度为50。

图7(a)中,宽度为27时,AFCAC明显上升并

随宽度的增加保持稳定;该趋势在图7(b)~图7(c)中均有所体现,引起明显上升的宽度分别为20和26。三幅图的升力系数在超过明显上升点后,均保持着较为稳定的趋势。图7(b)中,力矩系数的AFCAC在宽度超过20后,相比另外两种信号,有较大的波动,但仍能维持在较高的置信度。

4.3.3 改变流动状态

将4.3.1中所有算例的流动状态变为 $Ma=0.8$,重复算例得到的结果如图8所示。

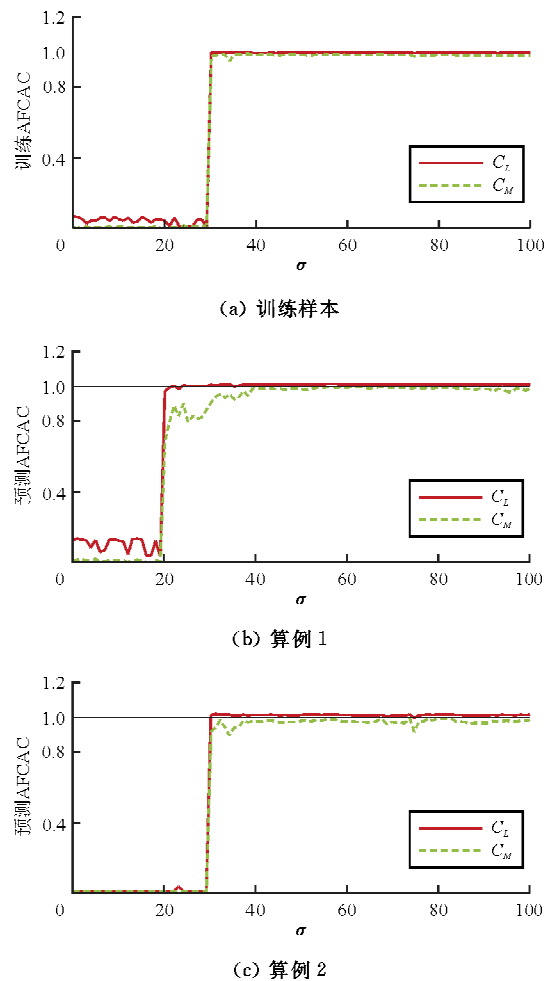


图8 改变流动状态后的宽度影响

Fig. 8 Influence of widths after flow velocity changes

从图8可以看出:改变流动速度($Ma=0.8$)后,三幅图的AFCAC均随着宽度的增加出现一次大幅度的阶跃,而在此之前没有较大波动。置信度发生较大变化的宽度值分别为31、21和31。该图训练样本模型预测置信度最高的宽度为60,算例1模型预测置信度最高的宽度为60,算例2模型预测置信度最高的宽度为74。

通过与图 6 对比,发现随着训练信号的改变,模型置信度随宽度增加的变化趋势有所改变。图 8 的模型置信度随宽度的变化在绕过阶跃点后更加平稳。此外,图 8(a)中力矩系数的最优值明显好于图 6(a),而升力系数的变化不大,表明递归 RBF 神经网络模型置信度与训练信号存在较强的相关性。

4.4 最优宽度验证

将上述算例观察到的宽度特点应用于新的 FGWN 信号的测试, $A=0.1$ 。从图 6~图 8 可以看出,当宽度大于 50 时,能够确保模型有较高的预测置信度;而使模型预测置信度最优的宽度值约为 55~75。为验证结果的可靠性,采用 4.3.1 中的训练信号对相同状态 $Ma=0.75$ 、相同振幅的随机信号进行预测,且运动形式与 4.3 节两种信号均不同。选择宽度 65,延迟阶数 $m=4, n=4$,预测结果如图 9 所示。

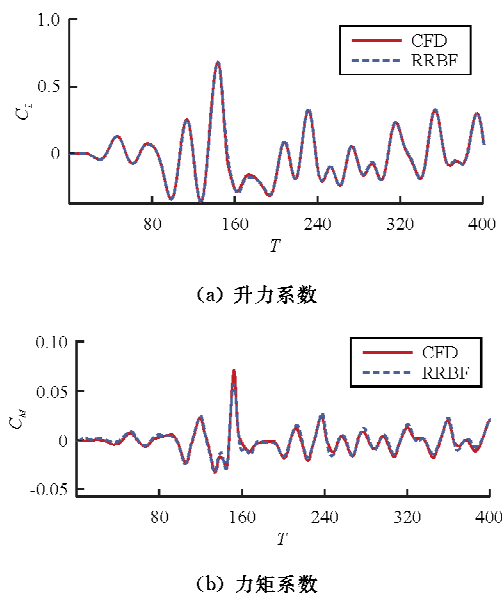


图 9 气动力系数的预测结果

Fig. 9 Predicting results of aerodynamic coefficients

从图 9 可以看出:预测信号的 AFCAC 分别为 0.997 8 和 0.955 1,相对误差分别为 0.004 1 和 0.242 9,均方误差分别为 7.85×10^{-5} 和 6.70×10^{-6} ;结合误差准则可知,选择的宽度能够保证模型具有良好的预测性能;升力系数的精度优于力矩系数,与上文的结论相吻合。

5 结 论

(1) 宽度对递归 RBF 神经网络气动力模型的稳定性有很大影响。模型宽度选择不当,有可能导致预测结果产生较大偏差甚至不稳定。

(2) 递归 RBF 神经网络气动力模型高精度预测的宽度取值范围及最优精度对应的宽度,随训练信号、延迟阶数、流动状态等因素的不同而有所差异。

(3) 对样本数目较多的训练信号,递归 RBF 神经网络气动力模型,在宽度大于 50 之后,能够保证较高的预测精度;保证较高精度的宽度范围约为 55~75。小于这一范围极有可能存在不稳定。

(4) 宽度增加后,由于训练过程中的矩阵秩亏问题,有效神经元数目减少,不宜采用大于 100 的宽度进行气动力建模。

参考文献

- [1] 张伟伟,叶正寅. 基于 CFD 的气动力建模及其在气动弹性中的应用[J]. 力学进展, 2008, 38(1): 77-86.
Zhang Weiwei, Ye Zhengyin. On unsteady aerodynamic modeling based on CFD technique and its applications on aeroelastic analysis[J]. Advances in Mechanics, 2008, 38(1): 77-86. (in Chinese)
- [2] Hall K C, Thomas J P, Dowell E H. Proper orthogonal decomposition technique for transonic unsteady aerodynamic flows[J]. AIAA Journal, 2000, 38(10): 1853-1862.
- [3] Rowley C W. Model reduction for fluids, using balanced proper orthogonal decomposition[J]. International Journal on Bifurcation and Chaos, 2005, 15(3): 997-1013.
- [4] Raveh D E. Reduced-order models for nonlinear unsteady aerodynamics [J]. AIAA Journal, 2001, 39(8): 1417-1429.
- [5] Zhang Weiwei, Ye Zhengyin, Zhang Chenan. ROM based aeroservoelastic analysis in transonic flow[J]. Journal of Aircraft, 2009, 46(6): 2187-2183.
- [6] Glaz B, Liu L, Friedmann P P. Reduced order nonlinear unsteady aerodynamic modeling using a surrogate based recurrence framework[J]. AIAA Journal, 2010, 48(10): 2418-2429.
- [7] Marques F D, Anderson J. Identification and prediction of unsteady transonic aerodynamic loads by multi-layer functionals[J]. Journal of Fluids and Structures, 2001, 15(1): 83-106.
- [8] Ghoreyshi M, Jirásek A, Cummings R M. Computational approximation of nonlinear unsteady aerodynamics using an aerodynamic model hierarchy[J]. Aerospace Science and

- Technology, 2013, 28(1): 133-144.
- [9] Lindhorst K, Haupt M C, Horst P. Efficient surrogate modelling of nonlinear aerodynamics in aerostructural coupling schemes[J]. AIAA Journal, 2014, 52(9): 1952-1966.
- [10] Huang Rui, Hu Haiyan, Zhao Yonghui. Nonlinear reduced-order modeling for multiple-input/multiple-output aerodynamic systems[J]. AIAA Journal, 2014, 52(6): 1219-1231.
- [11] Zhang Weiwei, Wang Bobin, Ye Zhengyin, et al. Efficient method for limit cycle flutter analysis by nonlinear aerodynamic reduced-order models[J]. AIAA Journal, 2012, 50(5): 1019-1028.
- [12] Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Nonlinear inviscid aerodynamic effects on transonic divergence, flutter, and limit-cycle oscillations[J]. AIAA Journal, 2002, 40(4): 638-646.
- [13] 陈刚, 李跃明. 非定常流场降阶模型及应用研究进展与展望[J]. 力学进展, 2011, 41(6): 686-701.
Chen Gang, Li Yueming. Advances and prospects of the reduced order model for unsteady flow and its application[J]. Advances in Mechanics, 2011, 41(6): 686-701. (in Chinese)
- [14] 刘金琨. RBF神经网络自适应控制 MATLAB 仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014: 1-10.
Liu Jinkun. RBF neural network control for mechanical systems design, analysis and MATLAB simulation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2014: 1-10. (in Chinese)
- [15] Broomhead D S, Lowe D. Multivariable functional interpolation and adaptive networks[J]. Complex System, 1988(2): 321-355.
- [16] Moody J, Darken C J. Fast learning in network of locally-tuned processing units[J]. Neural Computation, 1989, 1(2): 281-294.
- [17] Kayhan G, Ozdemir A E, Eminoglu I. Reviewing and designing pre-processing units for RBF networks; initial structural identification and course-tuning of free parameters[J]. Neural Computing & Applications, 2013, 22(7/8): 1655-1666.
- [18] Harpham C, Dawson C W. The effect of different basis functions on a radial basis function network for time series prediction; a comparative study [J]. Neurocomputing, 2006, 69(16-18): 2161-2170.
- [19] 蒋跃文, 叶正寅. 适用于任意网格拓扑和质量的格心有限体积法[J]. 力学学报, 2010, 42(5): 830-837.
Jiang Yuewen, Ye Zhengyin. A cell-centered finite volume method for arbitrary grid type[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2010, 42(5): 830-837. (in Chinese)
- [20] 费庆国, 李爱群, 韩晓林, 等. 大跨桥梁结构健康监测系统振动传感器配置仿真[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2010, 40(6): 1243-1246.
Fei Qingguo, Li Aiqun, Han Xiaolin, et al. Simulation study on vibration sensor placement for structural health monitoring system of long-span bridge girder[J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2010, 40(6): 1243-1246. (in Chinese)
- [21] 田莉, 陈换过, 祝俊, 等. 基于自适应模拟退火遗传算法的传感器优化配置研究[J]. 振动工程学报, 2012, 25(3): 238-243.
Tian Li, Chen Huanguo, Zhu Jun, et al. A study of optimal sensor placement based on the improved adaptive simulated annealing genetic algorithms[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(3): 238-243. (in Chinese)

作者简介:

寇家庆(1993—),男,硕士研究生。主要研究方向:飞行器系统辨识、非定常空气动力学。

张伟伟(1979—),男,博士,教授。主要研究方向:非定常空气动力学、气动弹性力学。

(编辑:马文静)