

文章编号:1674-8190(2017)02-206-07

含裂纹燃气涡轮叶片结构非概率可靠性分析

孙文彩^{1,2}, 杨自春^{1,2}, 王磊^{1,2}

(1. 海军工程大学 动力工程学院, 武汉 430033)

(2. 海军工程大学 舰船高温结构复合材料研究室, 武汉 430033)

摘要: 涡轮叶片是燃气轮机装置中失效最频繁的工作部件, 其主要的失效模式之一为裂纹扩展而引起的疲劳断裂失效。以含裂纹燃气涡轮叶片为研究对象, 根据其典型启动运行工况制定载荷谱, 通过瞬态热弹塑性有限元分析确定叶片失效的危险部位, 并据此建立含裂纹叶片的实体模型; 根据瞬态热弹塑性分析结果和 J 积分强度判据, 对含裂纹叶片进行非概率可靠性分析。通过工程实例, 验证了结构非概率可靠性综合模型的可行性和可操作性, 为非完善结构的可靠性分析评定提供了新的方法体系。

关键词: 非概率可靠性; 涡轮; 叶片; 裂纹; J 积分

中图分类号: TB114.3

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2017.02.013

Non-probabilistic Reliability Analysis of Gas Turbine Blade with Cracks

Sun Wencai^{1,2}, Yang Zichun^{1,2}, Wang Lei^{1,2}

(1. College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(2. Institute of High Temperature Structural Composite Materials for Naval Ship, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Turbine blade is the most frequently failure component in the gas turbine and its main failure mode is fatigue failure due to crack propagation. A gas turbine with crack is taken as the study object. The load spectrum is worked out according to the typical start working condition. The dangerous location of the blade is determined by transient thermal elastic-plastic finite element analysis (FEA), and then the solid model of cracked blade for FEA is established. According to the J integral strength criterion and the results of transient thermal elastic-plastic FEA, the non-probabilistic reliability of the cracked blade is analyzed. The feasibility and operability of the comprehensive model of structural non-probabilistic reliability is verified and so a new method is provided for the reliability analysis of imperfect structures.

Key words: non-probabilistic reliability; turbine; blade; crack; J integral

0 引言

涡轮叶片是燃气轮机的核心部件、易损部件,

其工作环境恶劣, 在高温条件下承受巨大的交变应力, 是燃气轮机装置中失效最频繁的工作部件。叶片的主要失效模式之一为裂纹扩展而引起的疲劳断裂失效。

非概率可靠性的概念及其理论雏形是由以色列学者 Y. Ben-Haim 和美国学者 I. Elishakoff^[1-2] 提出的, 其主要思想是: 当结构的不确定性参数的统计信息较少时, 可用结构不失效状态下允许的参数最大波动程度来度量结构的可靠度。随后, 受该思想的启发, 国内外研究人员深刻认识到非概率可

收稿日期: 2016-12-26; 修回日期: 2017-03-01

基金项目: 国家自然科学基金(51509254)

海军工程大学自主立项课题(HGDQNJ13013,

HGDQNEQJJ15009)

通信作者: 孙文彩, sun_wencai@163.com

靠性理论发展的重要理论和现实意义,并开展了许多卓有成效的研究工作,主要包括:度量指标的无量纲化研究^[3]、可比性度量指标的建立与研究^[4-6]、非概率综合可靠性度量指标的研究^[7-8]、非概率可靠性指标的求解算法研究^[9-10]、以及非概率可靠性理论在工程问题上的应用研究^[11-13]等。例如,孙文彩等^[8]综合考虑结构变量域与失效域相交和相离的复杂情况,针对传统凸集在刻画贫信息不确定性时的局限性,建立了基于模糊凸集的非概率可靠性综合模型,该模型在不确定性表征、指标的可比性、模型的适用性等方面具有明显优势。

本文以文献^[8]所建立的模型为基础,将该模型应用于含裂纹结构的可靠性分析,以含裂纹的燃气涡轮叶片为研究对象,借助瞬态热弹塑性分析技术,以 J 积分为基本失效判据,实现模糊凸集非概率可靠性综合模型在非完善结构中的应用,进一步拓展非概率可靠性的应用范围,以期为非完善结构的可靠性分析评定提供新的方法体系。

1 J 积分强度判据

J 积分是弹塑性断裂力学的核心, J. R. Rice^[14] 提出采用 J 积分来综合度量裂纹尖端应力一应变场的强度。对于二维问题, J 积分的定义为

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dx_2 - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} ds \right) \quad (i=1,2) \quad (1)$$

式中: Γ 为围绕裂纹尖端的一条任意逆时针回路; W 为回路 Γ 上任意一点 (x_1, x_2) 的应变能密度, $W = \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$; T_i 为回路 Γ 上任意一点 (x_1, x_2) 处的应力分量; u_i 为回路 Γ 上任意一点 (x_1, x_2) 处的位移分量; ds 为回路 Γ 上的弧元。

经过推导, J. R. Rice 严格证明了 J 积分数值是一个与积分路径无关的常数,即 J 积分具有守恒性,能够反映裂纹尖端的某种力学特性或应力一应变场强度,并可以通过应力一应变场较易求解的围道来求得 J 积分值。

根据裂纹扩展的临界条件,建立 J 积分判据:

$$J = J_c \quad (2)$$

式中: J_c 为 J 积分的临界值,可由实验确定。

若在裂纹失稳点确定 J_c ,则 J_c 受材料尺寸的

影响较大;而在裂纹开裂点确定 J_c ,数据比较稳定,因此 J 积分判据一般作为裂纹开裂的条件。

2 载荷谱的制定

根据某型燃气轮机正常准备工作程序制定典型启动运行工况载荷谱,从点火时刻开始计时,90 s 时达到慢车工况,暖机 10 min 后继续升工况,经过 90 s 加速至 0.6 倍额定工况,到 780 s 时启动结束并保持工况继续运行。考虑材料热响应时间延迟,整个计算时间取 1 380 s。本文燃气涡轮典型启动运行工况载荷谱如表 1 和图 1 所示。为了表述简便,下文将典型启动运行工况简称为典型工况。

表 1 某型燃气涡轮典型工况载荷谱
Table 1 Typical loads spectrum of gas turbine

启动时刻/s	燃气平均温度/K	燃气压力/MPa	涡轮转速/(rad·s ⁻¹)
0(点火时刻)	293	0	0
90(慢车)	593	0.16	94
690(暖机结束)	593	0.16	94
780(启动完成)	893	0.22	280

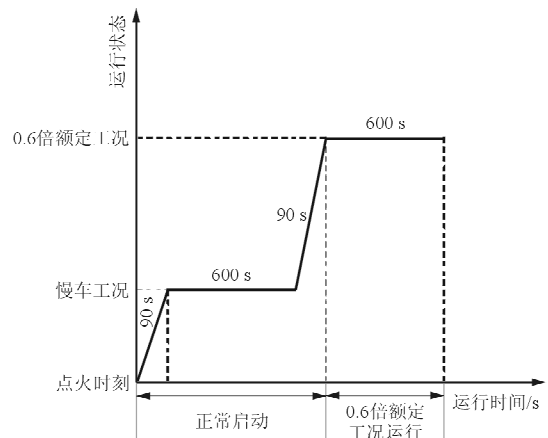


图 1 典型工况载荷谱

Fig. 1 Typical loads spectrum of gas turbine

3 涡轮叶片瞬态热弹塑性分析

叶片材料为 KXXX 合金,热弹塑性分析所需的材料性能参数如表 2~表 3 所示。

表 2 叶片材料物理—力学性能参数

Table 2 Physical and mechanical properties of blade material

温度/°C	弹性模量/GPa	泊松比	线胀系数/ ($e^{-6} \cdot ^\circ C^{-1}$)	比热容/ [$J \cdot (kg \cdot ^\circ C)^{-1}$]	导热系数/ [$W \cdot (m \cdot ^\circ C)^{-1}$]
25	214.7	0.33	—	398	8.13
100	211.0	0.34	12.4	418	9.53
200	206.0	0.34	12.7	444	11.40
300	201.0	0.34	12.9	470	13.40
400	195.0	0.34	13.1	496	15.30
500	188.0	0.34	13.5	522	17.20
600	181.0	0.35	13.8	544	19.00
700	173.0	0.35	14.2	574	20.80

表 3 叶片材料随动强化数据

Table 3 Multilinear kinematic hardening
datasheet of turbine blade material

温度/°C	总应变	应力/MPa
500	0.003 78	711
	0.004 71	780
	0.005 83	860
	0.006 56	900
	0.007 06	920
600	0.003 61	653
	0.004 13	700
	0.004 97	780
	0.006 11	850
	0.007 12	900
700	0.003 57	617
	0.004 29	680
	0.005 23	760
	0.005 74	800
	0.006 56	850

叶片瞬态热分析共分五个载荷步,自动步长打开,1、90、690、780 和 1 380 s 分别为第 1~第 5 个载荷步的结束时刻。热分析时,在叶盆面、叶背面和叶身台面加载各时刻的燃气平均温度。涡轮叶片的有限元模型如图 2 所示。780 s 启动结束时刻的叶片温度分布如图 3 所示。

在弹塑性分析中,将热分析结果作为温度载荷,弹塑性分析载荷步与热分析载荷步保持一致。加载涡轮转速、燃气压力和位移边界条件,对涡轮叶片进行弹塑性有限元分析。780 s 启动结束时刻的叶片等效应力场分布如图 4 所示。

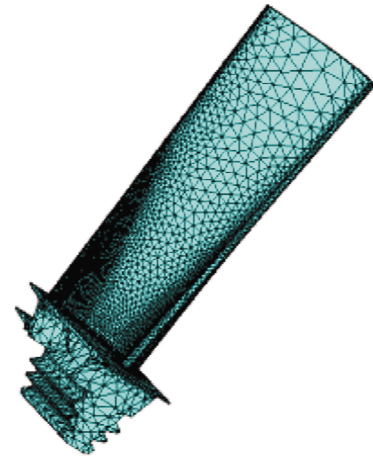


图 2 涡轮叶片有限元模型

Fig. 2 Finite element model of turbine blade

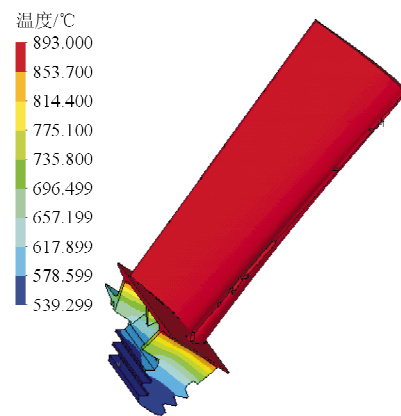


图 3 启动结束时刻(780 s)的叶片温度分布

Fig. 3 Temperature distribution of turbine blade at 780 s

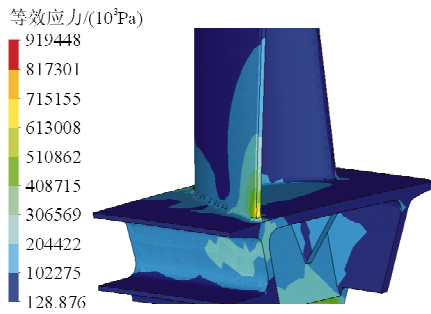


图 4 780 s 时刻的整体应力分布图
Fig. 4 Contour stress distribution of turbine blade at 780 s

从图 4 可以看出:叶片最大应力出现在叶身根部出气侧,由于倒角的影响,最大应力点距离叶根平台约 3~7 mm 处。

叶身根部 A 点处应力随时间的变化曲线如图 5 所示,可以看出:最大应力出现的时刻为起动结束时刻(780 s)。

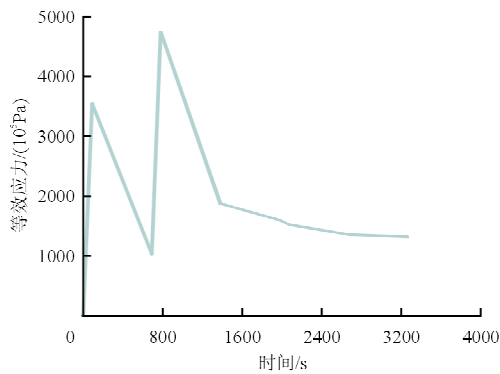


图 5 A 点应力随时间变化曲线
Fig. 5 Variation of stress versus time at point A

理论分析和实践经验表明,燃气涡轮叶片的叶身根部是引起叶片失效的主要部位之一,其失效模式通常为弹塑性疲劳裂纹扩展而导致的疲劳断裂失效。

4 含裂纹叶片结构非概率可靠性分析

由于叶片根部出气侧是容易萌生疲劳裂纹的危险部位,在该部位预制一定尺寸的裂纹模型,分析含裂纹叶片在典型工况下的瞬态应力-应变场和 J 积分,并给出非概率可靠性的度量。在叶片根部出气侧距离台面 5 mm 处预制 6 mm 深的裂纹模型,该结构在 780 s 时的等效应力分布如图 6 所示。

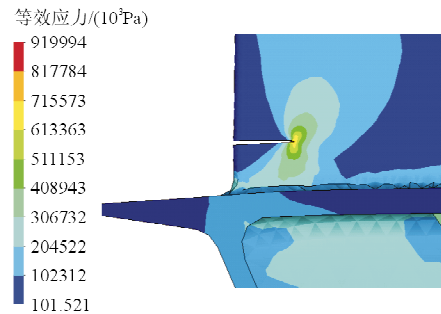


图 6 含裂纹叶片在正常启动 780 s 时的应力分布图
Fig. 6 Stress distribution of cracked blade at 780 s

在计算 J 积分时,由于裂纹侧面与全局坐标系任一坐标轴都不平行,需要在裂纹部位叶片侧边处建立局部坐标系。局部坐标系的原点在全局坐标系中的坐标为(-40.332 5, 31.061, 609.05),绕全局坐标系 z 轴旋转 0.366 5 rad,进而得到局部坐标系。

J 积分路径如图 7 所示,确定积分路径的 6 个点在局部坐标系中的坐标分别为(3, 0, -0.05)、(3, 0, -3.55)、(9, 0, -3.55)、(9, 0, 3.55)、(3, 0, 3.55)、(3, 0, 0.05)。 J 积分的计算过程在局部坐标系内完成,因此下文所用到的坐标值均指局部坐标系下的坐标值。

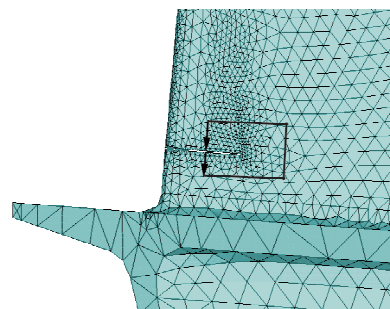


图 7 J 积分计算路径
Fig. 7 Calculation path of J integral

为了与所采用的坐标系相适应,将式(1)改写为

$$J = \int_{\Gamma} W dz - \int_{\Gamma} \left(T_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + T_z \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) ds \quad (3)$$

式中,各变量与符号的含义与式(1)相同。

为了计算式(3)中位移的偏导数,将积分路径向 x 轴正负方向分别移动 $\Delta x/2$,并求出路径 $\Gamma + \Delta x/2$ 上各点的位移 u_{x1}, u_{z1} 以及路径 $\Gamma - \Delta x/2$ 上各点的位移 u_{x2}, u_{z2} ,则

$$\begin{cases} \partial u_x / \partial x = (u_{x2} - u_{x1}) / \Delta x \\ \partial u_z / \partial z = (u_{z2} - u_{z1}) / \Delta z \end{cases} \quad (4)$$

应变能密度 W 的表达式为

$$W = \int \sigma_x d\epsilon_x + \sigma_z d\epsilon_z + \tau_{xz} d\gamma_{xz} \quad (5)$$

积分回路 Γ 上任意一点 (x, z) 处的应力分量为

$$\begin{cases} T_x = \sigma_x n_x + \sigma_{xz} n_z \\ T_z = \sigma_z n_z + \sigma_{xz} n_x \end{cases} \quad (6)$$

式中: n_x 、 n_z 分别为积分路径外法向向量 n 的分量。

有限元分析软件 ANSYS 具有强大的后处理功能, 可以利用 ANSYS 的通用后处理器 POST1 中的单元列表功能, 把各变量映射到自定义的路径中, 路径操作中提供了积分运算, 被映射到路径上的变量经过运算, 并沿路径进行积分即可得到一种模型在特定工况下的 J 积分值。含裂纹叶片模型的 J 积分计算宏文件如图 8 所示。

彭茂林^[15]研究了叶片最大应力对各变量的灵敏度。本文选取对叶片最大应力影响最为显著的四个变量(燃气最高平均温度、线膨胀系数、涡轮最大转速、材料密度)为研究对象, 将该四个变量分别记为 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 。采用模糊凸集模型描述上述变量的不确定性, 即

$$\tilde{U}_{X_1}(\tilde{\theta}_1, \phi_1, \bar{x}_1) = \{x \mid |x - 893| \leq 53.58 \tilde{\theta}_1\} \quad (7)$$

$$\tilde{U}_{X_2}(\tilde{\theta}_2, \phi_2, \bar{x}_2) = \{x \mid |x - 13.8| \leq 0.414 \tilde{\theta}_2\} \quad (8)$$

$$\tilde{U}_{X_3}(\tilde{\theta}_3, \phi_3, \bar{x}_3) = \{x \mid |x - 280| \leq 16.8 \tilde{\theta}_3\} \quad (9)$$

$$\tilde{U}_{X_4}(\tilde{\theta}_4, \phi_4, \bar{x}_4) = \{x \mid |x - 8239| \leq 247.17 \tilde{\theta}_4\} \quad (10)$$

式中: $\tilde{\theta}_1 \sim \tilde{\theta}_4$ 为半梯形偏小型分布, 在区间 $[1, 5/3]$ 内, 其可能性分布函数值均由 1 线性降低到 0。

叶片最大应力随 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 呈单调变化^[15], 因此可以采用组合法分析 J 积分响应的模糊特性。对模糊区间参数取三个截集水平 0、0.5 和 1.0, 得到相应的三组区间参数, 并通过组合法得到 J 积分的响应区间, 如表 4 所示。

```
* creat, jin, mac
local, ll, 0, -40, 3325, 31.061, 609.05, 0.3665, 0, 0
PATH, jflujing, 6, 30, 20,
PPATH, 1, 0, -37.5317, 29.9859, 609.11,
PPATH, 2, 0, -37.5317, 29.9859, 605.5, 11,
PPATH, 3, 0, -31.9302, 27.8358, 605.5, 11,
PPATH, 4, 0, -31.9302, 27.8358, 612.6, 11,
PPATH, 5, 0, -37.5317, 29.9859, 612.6, 11,
PPATH, 6, 0, -37.5317, 29.9859, 609.1, 11,
etable, volu, volu,
etable, sene, sene,
sexp, w, sene, volu, 1, -1
pdef, w, etab, w
pcale, intg, j, w, zg
* get, ja, path, , last, j
pdef, clear
psect, norm, nx, ny, nz
pdef, intr, sx, sx
pdef, intr, sz, sz
pdef, intr, sxz, sxz
pcale, mult, tx, sx, nx
pcale, mult, cl, sxz, nz
pcale, add, tx, tx, cl
pcale, mult, tz, sxz, nx
pcale, mult, cl, sz, nz
pcale, add, tz, tz, cl
* get, dx, path, , last, s
dx - dx/100
pcale, add, xg, xg, , , -dx/2
pdef, intr, uz1, uz
pdef, intr, uz1, uz
pcale, add, xg, xg, , , dx
pdef, intr, uz2, uz
pdef, intr, uz2, uz
pcale, add, xg, xg, , , -dx/2
c - (1/dx)
pcale, add, cl, uz2, uz1, c, -c
pcale, add, c2, uz2, uz1, c, -c
pcale, mult, cl, tx, cl
pcale, mult, c2, tz, c2
pcale, add, cl, cl, c2
pcale, intg, j, cl, s
* get, jb, path, , last, j
jint= 12 * (ja - jb)
pdef, clear
* end
```

图 8 含裂纹叶片模型的 J 积分计算宏文件
Fig. 8 J integral calculation macro file of cracked blade model

表 4 不同截集水平下的参数区间

Table 4 The parameter intervals under different cut levels

截集水平	燃气最高平均温度 X_1/K	线胀系数 $X_2(20 \sim 600 \text{ }^\circ\text{C}) / (10^{-6} \cdot \text{ }^\circ\text{C}^{-1})$	涡轮最大转速 $X_3 / (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	材料密度 $X_4 / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	J 积分 / $(\text{Pa} \cdot \text{m})$
0	[803.7, 982.3]	[13.11, 14.49]	[252, 308]	[7827.05, 8650.95]	[22374.3, 63483.8]
0.5	[821.56, 964.44]	[13.25, 14.35]	[257.6, 302.4]	[7909.44, 8568.56]	[24683.3, 58958.0]
1.0	[839.42, 946.58]	[13.39, 14.21]	[263.2, 296.8]	[7991.83, 8486.17]	[27327.8, 53936.5]

根据 J 积分强度判据建立极限状态方程:

$$M = J_c - J = 0 \quad (11)$$

J_c 的不确定性采用模糊区间模型(式(12))来刻画。

$$\tilde{U}_{J_c}(\tilde{\theta}_{J_c}, \phi_{J_c}, \bar{J}_c) = \{J_c \mid |J_c - 59511| \leq 1300 \tilde{\theta}_{J_c}\} \quad (12)$$

式中: $\tilde{\theta}_{J_c}$ 为半梯形偏小型分布, 在区间 $[1, 1.3]$ 内, 其可能性分布函数值由 1 线性降低到 0。

采用五个节点的 Gauss-Legendre 求积公式, 由求积节点^[16]和 $\lambda = (1+t)/2$ 可得五个对应的截集水平:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0.953\ 089\ 922\ 95 \\ \lambda_2 = 0.046\ 910\ 077\ 05 \\ \lambda_3 = 0.769\ 234\ 655\ 05 \\ \lambda_4 = 0.230\ 765\ 344\ 95 \\ \lambda_5 = 0.5 \end{cases}$$

相应的求积系数 A_i 为

$$\begin{cases} A_1 = A_2 = 0.236\ 926\ 885\ 1 \\ A_3 = A_4 = 0.478\ 628\ 670\ 5 \\ A_5 = 0.568\ 888\ 888\ 9 \end{cases}$$

各个截集水平下的非概率可靠性综合指标^[8]为

$$\begin{cases} \kappa(\lambda_1) = 0.902\ 0 \\ \kappa(\lambda_2) = 1.196\ 7 \\ \kappa(\lambda_3) = 0.949\ 6 \\ \kappa(\lambda_4) = 1.098\ 9 \\ \kappa(\lambda_5) = 0.997\ 6 \end{cases}$$

根据 Gauss-Legendre 求积公式, 结构总体非概率可靠性综合指标为

$$R' \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 A_i \kappa(\lambda_i) = 1.022\ 6$$

5 结 论

(1) 本文将非概率可靠性理论应用于非完善结构的可靠性/安全性评价, 既拓展了非概率可靠性理论的应用范围, 又为非完善结构的可靠性/安全性分析提供了新的方法体系。

(2) 基于有限单元法的 J 积分计算方法为弹塑性裂纹结构的强度分析及可靠度计算提供了行之有效的数值计算途径。

(3) 本文所采用的方法不仅可以对含有裂纹的结构进行可靠性评定, 而且通过对含有不同尺寸裂纹结构的可靠性分析, 还可以进一步确定疲劳裂纹的临界尺寸, 进而求得结构的疲劳剩余寿命。

参考文献

- [1] Ben-Haim Y. A non-probabilistic concept of reliability[J]. *Structural Safety*, 1994, 14(4): 227-245.
- [2] Ben-Haim Y, Elishakoff I. Discussion on: A non-probabilistic concept of reliability[J]. *Structural Safety*, 1995, 17(3): 195-199.
- [3] 李永华, 黄洪钟, 刘忠贺. 结构稳健可靠性分析的凸集模型[J]. *应用基础与工程科学学报*, 2004, 12(4): 383-391. Li Yonghua, Huang Hongzhong, Liu Zhonghe. Convex model in robust reliability analysis of structure[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2004, 12(4): 383-391. (in Chinese)
- [4] 郭书祥, 吕震宙, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. *计算力学学报*, 2001, 18(1): 56-60. Guo Shuxiang, Lü Zhenzhou, Feng Yuansheng. A non-probabilistic model of structural reliability based on interval analysis[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2001, 18(1): 56-60. (in Chinese)
- [5] 王晓军, 邱志平, 武哲. 结构非概率集合可靠性模型[J]. *力学学报*, 2007, 39(5): 641-646. Wang Xiaojun, Qiu Zhiping, Wu Zhe. Non-probabilistic set-based model for structural reliability[J]. *Chinese Journal of Theoretical Applied Mechanics*, 2007, 39(5): 641-646. (in Chinese)
- [6] 孙文彩, 杨自春. 区间参数结构可靠性分析新模型[J]. *海军工程大学学报*, 2011, 23(3): 62-66. Sun Wencai, Yang Zichun. New model for reliability analysis of structures with interval parameters[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2011, 23(3): 62-66. (in Chinese)
- [7] 周凌, 安伟光, 贾宏光. 超椭球凸集可靠性综合指标定义及求解方法[J]. *航空学报*, 2011, 32(11): 2025-2035. Zhou Ling, An Weiguang, Jia Hongguang. Definition and solution of reliability comprehensive index of super-ellipsoid convex set[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(11): 2025-2035. (in Chinese)
- [8] 孙文彩, 杨自春. 基于模糊凸集的结构非概率可靠性综合模型[J]. *中国科学: 物理学·力学·天文学*, 2014, 44(9): 935-943. Sun Wencai, Yang Zichun. A non-probabilistic model of structural reliability based on fuzzy convex set model[J]. *Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica*, 2014, 44(9): 935-943. (in Chinese)
- [9] Jiang Tao, Chen Jianjun, Xu Yalan. A semi-analytic method for calculating non-probabilistic reliability index based on interval models [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2007, 31(7): 1362-1370.
- [10] Chen Xuyong, Chak-yin Tang, Chi-pong Tsui, et al. Modified scheme based on semi-analytic approach for computing non-probabilistic reliability index[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2010, 23(2): 115-123.
- [11] 周凌, 安伟光, 安海. 超空泡运动体强度与稳定性的非概率可靠性分析[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2009, 30(4): 362-367. Zhou Ling, An Weiguang, An hai. Non-probabilistic reliability concept of reliability[J]. *Structural Safety*, 1995, 17(3): 195-199.

- bility analysis of supercavitating vehicles based on structure strength and buckling[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2009, 30(4): 362-367. (in Chinese)
- [12] 云永琥, 陈建军, 曹鸿钧. 改进 Kriging 的热结构耦合梁共振非概率可靠性分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(10): 131-136.
Yun Yonghu, Chen Jianjun, Cao Hongjun. Non-probabilistic reliability analysis on resonance of thermal-structural coupling of a beam based on improved Kriging[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(10): 131-136. (in Chinese)
- [13] 孙文彩, 杨自春. 含缺陷结构非概率可靠性分析方法研究[J]. 航空工程进展, 2011, 2(1): 89-92.
Sun Wencai, Yang Zichun. Non-probabilistic reliability analysis of defect structure[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2011, 2(1): 89-92. (in Chinese)
- [14] Rice J R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks[J]. Journal of Applied Mechanics, 1968, 35: 379-386.
- [15] 彭茂林. 燃气涡轮轮盘一片的结构可靠度计算及灵敏度分析[D]. 武汉: 海军工程大学, 2009.
Peng Maolin. Structural reliability calculation and sensitivity analysis of the gas turbine blade-disc structures[D]. Wuhan: Naval University of Engineering, 2009. (in Chinese)
- [16] 颜庆津. 数值分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006.
Yan Qingjin. Numerical analysis[M]. Beijing: Beihang University Press, 2006. (in Chinese)

作者简介:

孙文彩(1984—),男,博士,讲师。主要研究方向:热动力装置性能分析、结构可靠性。

杨自春(1967—),男,博士,教授。主要研究方向:舰船新材料新技术、热动力装置性能分析、结构可靠性。

王磊(1992—),男,硕士研究生。主要研究方向:结构可靠性理论及应用。

(编辑:马文静)