

文章编号:1674-8190(2017)02-119-06

# 考虑含界面裂纹应力集中系数的复合材料强度计算

周熠, 黄争鸣

(同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092)

**摘要:** 弱界面复合材料受横向拉伸时, 界面会在材料整体破坏前发生脱粘, 材料横向拉伸强度甚至远低于纯基体的拉伸强度。为了准确地预测弱界面复合材料的偏轴强度, 需要考虑和量化纤维埋入及界面脱粘对基体现场强度的影响。定义考虑界面裂纹的应力集中系数, 提出一种新的方法用于预测弱界面复合材料在任意角度偏轴拉伸作用下界面脱粘对应的临界外加载荷和材料的整体强度; 并对不同种类的复合材料进行算例分析。结果表明: 加入新定义的应力集中系数可以明显提高预测的准确性。

**关键词:** 复合材料; 桥联模型; 应力集中; 界面裂纹; 材料强度

**中图分类号:** TB33

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.16615/j.cnki.1674-8190.2017.02.001

## Strength Prediction of Composite Materials with Consideration of the Stress Concentration Factor with Interfacial Cracks

Zhou Yi, Huang Zhengming

(School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** When the weak interface of composite materials subjected to the transverse tensile, the debonding of the interface will happen before the overall damage of the material, the measured transverse tensile strength of the weak interfacial bonding composite is even much smaller than the original tensile strength of the pure matrix. To predict its off-axial strength accurately, the effect of fiber embedment and interfacial debonding on in-situ strength of the matrix needs to be considered and quantified. The stress concentration factor is defined considering the existence of cracks on interfaces, and a new method is presented to predict the critical load when the interface crack occurs and the strengths of composites under off-axial tensile. Examples are given for different kinds of composite materials. The results compared with experimental data show that the accuracy of prediction can be improved obviously by considering this new stress concentration factor.

**Key words:** composite materials; bridging model; stress concentration; interface cracks; material strength

## 0 引言

界面性能对复合材料的横向力学性能具有重要影响<sup>[1]</sup>, 由此发展出了一系列含有界面强度的强度预测经验公式<sup>[2-4]</sup>和表征复合材料界面强度的微观<sup>[5-7]</sup>和宏观<sup>[8-10]</sup>方法, 例如 P. B. N. Prasad 等<sup>[11]</sup>从能量角度分析了界面裂纹扩展过程中 I 型和 II

型裂纹能量释放率的变化规律。近十年来, 随着试验仪器和方法的不断改进, 国内外通过宏观力学试验进行了诸多针对界面的研究。例如, 考虑到层合板中 90°铺层的拉伸应力比单层板横向拉伸应力更容易控制, T. Hobbiebrunken 等<sup>[12]</sup>将特定铺层的宏观复合材料层合板置于 SEM 中进行三点弯曲试验, 观察其界面的破坏过程; 考虑到界面通常是在组合应力作用下破坏的, S. Ogiwara 等<sup>[13]</sup>提出了一种十字试件测量方法, 这种试件中间包含着与外加应力呈一定角度的纤维, 不同的偏轴角度可以产生不同的界面拉伸和剪切应力状态; J. Lou

收稿日期: 2017-01-12; 修回日期: 2017-03-14

基金项目: 国家自然科学基金(11272238, 11472192)

通信作者: 周熠, 976920979@qq.com

等<sup>[14]</sup>针对 SiC/Ti-6Al-4V 材料的十字形试件进行试验,以应力—应变曲线的突变点作为界面脱粘的起始点,分析了纤维体积含量对界面强度的影响;G. Qi 等<sup>[15]</sup>利用骨头形的横向纤维束试件进行了横向拉伸试验来表征脱粘。

复合材料宏观力学理论认为,界面的破坏会影响组份材料之间应力的传递,从而造成复合材料整体强度降低,但却忽略了复合材料界面的破坏对基体中应力分布的影响,因此未能完整阐明弱界面复合材料的破坏机理,对强度的预测精度也不高。

桥联模型<sup>[16]</sup>是一种新兴的复合材料细观力学理论,该理论可根据组分材料的性能数据对复合材料的性能进行预测。基体失效是复合材料受横向拉伸破坏的主要原因,添加纤维后基体中产生应力集中,复合材料的横向拉伸强度甚至远低于基体的原始拉伸强度<sup>[17]</sup>,求出应力集中系数后,基体现场强度等于其原始强度除以该系数<sup>[18]</sup>。

由于制造工艺不完善和外加应力作用造成的界面缺陷是普遍存在的,完整界面应力集中系数的应用具有一定的局限性。本文从界面脱粘对应力集中系数的影响入手,分析弱界面复合材料的横向拉伸破坏,求取含有界面裂纹的复合材料受横向拉伸时基体中的精确应力场,基于细观力学桥联模型,根据纤维和基体的原始性能参数,计算弱界面复合材料的应力集中系数,将其应用于单层板偏轴拉伸强度的预测,并与实验值进行对比。

## 1 界面含裂纹的应力集中系数的定义

### 1.1 基体应力场

要得到基体的应力集中系数,首先应采用复变函数方法<sup>[19]</sup>求得受外载荷作用时,基体中的精确应力场。在理想界面的基础上,将界面缺陷转化为基体和纤维间的弧形裂纹,求取无限域基体夹单圆柱纤维受远场横向力作用的应力场。

假设在纤维垂直方向横截面的最小特征体元中,纤维和基体界面上出现一个裂纹,裂纹的圆心角为  $2\psi$ ,在无限远边界上沿  $x_2$  方向施加有横向拉伸应力  $\sigma_0^0$ ,如图 1 所示(图中,  $b \rightarrow \infty$ )。

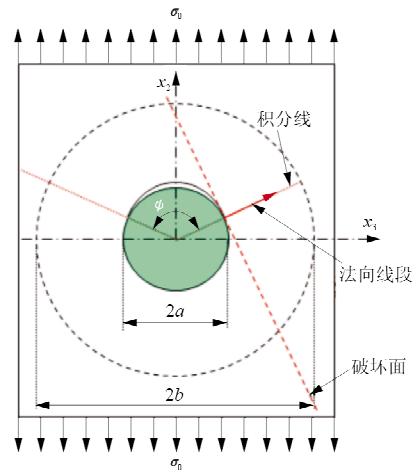


图 1 界面含裂纹的复合材料横向拉伸破坏示意图  
Fig. 1 Schematic failure of a transverse tensile-loaded composite with an interface crack

由文献[20]给出的应力场导出如图 1 所示的基体中的应力场为

$$\sigma_{zz}^m = \text{Re} \left\{ \left( \frac{a^2}{z} - \bar{z} \right) M'(z) - \frac{a^2}{z^2} \cdot \left[ \overline{M} \left( \frac{a^2}{z} \right) + M(z) \right] + 2M(z) \right\} / 2 \quad (1)$$

$$M(z) = A - \frac{k}{z^2} - \left[ (A - 0.5)z + B + \frac{C}{z} + \frac{D}{z^2} \right] \chi(z) \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A &= \frac{1 - (\cos\psi + 2\lambda\sin\psi)\exp[2\lambda(\pi - \psi)]}{\frac{4}{k} - 2 - 2(\cos\psi + 2\lambda\sin\psi)\exp[2\lambda(\pi - \psi)]} + \frac{(1-k)(1+4\lambda^2)\sin^2\psi}{\frac{4}{k} - 2 - 2(\cos\psi + 2\lambda\sin\psi)\exp[2\lambda(\pi - \psi)]} \\ B &= a(\cos\psi + 2\lambda\sin\psi)(0.5 - A) \\ C &= (k - 1)(\cos\psi - 2\lambda\sin\psi)a^2\exp[2\lambda(\psi - \pi)] \\ D &= (1 - k)a^3\exp[2\lambda(\psi - \pi)] \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\chi(z) = (z - ae^{i\psi})^{-0.5+i\lambda}(z - ae^{-i\psi})^{-0.5-i\lambda} \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} k &= \frac{\mu_1 + \mu_1\omega_2}{(\mu_1 + \mu_2\omega_1)(\mu_2 + \mu_1\omega_2)} \\ \lambda &= \frac{\ln(\mu_1 + \mu_2\omega_1) - \ln(\mu_1 + \mu_2\omega_1)}{2\pi} \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$\begin{cases} \omega_1 = \frac{4}{1 + \nu^m} - 1 \\ \omega_2 = \frac{4}{1 + \nu_{23}^f} - 1 \\ \mu_1 = \frac{E^m(\omega_1 - 1)\nu^m}{(3 - \omega_1)[1 - (\nu^m)^2]} \\ \mu_2 = \frac{E_{22}^f(\omega_2 - 1)\nu_{23}^f}{(3 - \omega_2)[1 - (\nu_{23}^f)^2]} \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $z$  为复变量,  $z = x_2 + ix_3$ ;  $M' = dM/dz$ ;  $E_{22}^f$  和  $\nu_{23}^f$  分别为纤维横向模量和横向泊松比;  $E^m$  和  $\nu^m$  分别为基体的杨氏模量和泊松比;  $\sigma_{22}^0$  为基体在复合材料受到横向外加应力  $\sigma_{22}^0$  时在  $z$  处的横向应力分量;  $\psi$  为界面开裂对应的角度;  $a$  为纤维半径;  $\nu, \lambda, k, \mu$  均为与组分材料性能相关的参数。  $Re$  表示取实部; 变量上方的“ $-$ ”, 例如  $\bar{z} = x_2 - ix_3$  表示共轭; 下标 22 表示与纤维垂直的方向, 下标 1 对应基体、2 对应纤维。

### 1.2 应力集中系数

1978 年, A. Parvizi 等<sup>[21]</sup> 提出了现场强度 (in-situ strength) 的概念, 现场强度是用来直接衡量基

$$\gamma = \frac{2\lambda \sin\psi \exp\left\{\frac{1}{2\lambda}[2\arctan(J_1/J_2) + \psi]\right\}}{\lambda - \left(\frac{2J_2J_3}{J_1^2 + J_2^2} - 1\right) \sin\psi \exp\left\{\frac{1}{2\lambda}[2\arctan(J_1/J_2) + \psi]\right\}} \approx \frac{2\lambda}{1 - \frac{2J_2J_3}{J_1^2 + J_2^2}} \quad (7)$$

$$J_1 = kG_0 - 1 - 2(1 - k)\nu \exp(2\lambda\psi) \cos\psi \quad (8)$$

$$J_2 = 2(1 - k)\nu \exp(2\lambda\psi) \sin\psi \quad (9)$$

$$J_3 = 2(1 - k)\nu \exp(2\lambda\psi) (J_1 \cos\psi - J_2 \sin\psi) / J_2 \quad (10)$$

体是否破坏的参数, 但其无法被直接测量。经典应力集中系数的定义本质上是“点应力”(孔边一点)除以“面应力”(应力施加平面的均值), 根据相似性原则, Z. M. Huang<sup>[17]</sup> 指出, 复合材料中基体的应力集中系数必然定义为“线平均应力”除以“体平均应力”, 他采用纤维垂直方向横截面的最小特征体元为模型, 以桥联理论为基础对其进行了新的定义。得到基体的现场强度后, 便可以和其他组分材料性能一起, 根据桥联模型预测出复合材料的总体强度。

### 1.3 止裂角的计算

在图 1 中沿  $x_2$  方向施加拉力, 界面沿  $x_2$  轴有张开趋势, 而由于基体的泊松比效应, 在纤维与基体接触界面的  $x_3$  轴上, 必然会产生最大的界面压应力, 此压应力将阻止裂纹沿界面进一步扩展。因此, 界面径向相对位移由正到负变化, 在止裂角处的径向相对位移为 0, 此处的角度即为开裂角。裂纹闭合将首先发生在界面上对应圆心角  $\phi = \psi - \gamma$  处, 由 A. H. England 等<sup>[22]</sup> 提出的方法求出:

止裂角方程为

$$\begin{aligned} Re\left\{\left(G_0 - \frac{1}{k} - \frac{2(1 - k)}{k \exp[i(\psi - \gamma)]} \exp[2\lambda(\psi - \pi)]\right) \cdot \left\{\exp[i(\psi - \gamma)] - e^{i\psi}\right\}^{0.5(1 - a)} \cdot \right. \\ \left. \left\{\exp[i(\psi - \gamma)] - e^{-i\psi}\right\}^{0.5(1 - a)} \cdot \exp[-i(\psi - \gamma)]\right\} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

### 1.4 积分线的选取

本文在计算应力集中系数时采用纤维垂直方向横截面的最小特征体元为模型, 纤维直径为  $a$ , 纤维体积含量为  $V_f$ , 特征体元中基体部分半径为  $b, b = a/\sqrt{V_f}$ 。根据应力集中系数的定义, 即基体

中横向应力分量的最大线平均值与桥联模型计算得到的基体横向应力分量的比值, 在界面完全的情况下, 积分方向沿外加应力方向; 界面脱粘后, 考虑到应力在裂纹尖端集中, 把积分路径的起点取于此处。若  $\phi = \psi$ , 表明破坏面不再与外载垂直。根据经典应力集中系数的定义可知, 应力集中系数出现

的方向必然与破坏面的方向一致。在复合材料的基体中,应力集中系数公式中的线积分必须沿破坏面的外法线方向进行。T. Hobbiebrunken 等<sup>[12]</sup>的试验结果也证实,界面开裂后的复合材料受横向拉伸的破坏面的确沿开裂端进行,如图 2 所示。

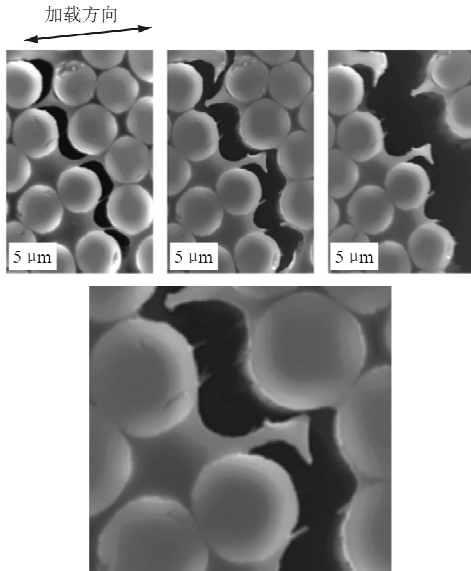


图 2 碳纤维/环氧复合材料界面开裂破坏

Fig. 2 Failure locus of a composite after interface cracks

根据定义,基体中的横向拉伸应力集中系数可由式(13)确定<sup>[16-17]</sup>:

$$K_{22}(\phi) = \frac{1}{|\mathbf{R}_\phi^b - \mathbf{R}_\phi^a|} \int_{\mathbf{R}_\phi^a}^{\mathbf{R}_\phi^b} \frac{\sigma_{22}^m}{(\sigma_{22}^m)_{EM}} d|\mathbf{R}_\phi| \quad (12)$$

式中: $\mathbf{R}_\phi$  为与  $x_2$  夹  $\phi$  角的向量(如图 1 所示); $\mathbf{R}_\phi^a$ 、 $\mathbf{R}_\phi^b$  分别为向量  $\mathbf{R}_\phi$  在纤维和基体圆边界上的分量; $(\sigma_{22}^m)_{EM}$  由桥联模型计算得到。

## 2 算例与分析

### 2.1 单向板偏轴拉伸强度预测

假设受横向拉伸达到界面开裂时的基体应力临界值为  $\hat{\sigma}_{22}^m$ ,则有

$$\hat{\sigma}_{22}^m = \sigma_{22}^{m,0} + \frac{\beta E_{22}^f + (1-\beta)E^m}{(V_f + \beta V_m)E_{22}^f + (1-\beta)V_m E^m} \hat{\sigma}_{22}^m \quad (13)$$

式中: $\sigma_{22}^{m,0}$  为基体中的残余应力或初应力,假设只存在热残余应力,则  $\sigma_{22}^{m,0} = b_2^m dT$ ,  $b_2^m$  可根据式(9)

计算得到; $\beta$  为桥联矩阵中的参数,本文取 0.3。

$$\mathbf{b}_i^m = [\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ij}(V_f \mathbf{I} + V_m \mathbf{A}_{ij})^{-1}] \cdot (\mathbf{S}_{ij}^f - \mathbf{S}_{ij}^m)^{-1} (\boldsymbol{\alpha}_j^m - \boldsymbol{\alpha}_j^f) \quad (14)$$

式中: $\boldsymbol{\alpha}_j^f$ 、 $\boldsymbol{\alpha}_j^m$  分别为纤维和基体的热膨胀系数矢量。

$\boldsymbol{\alpha}_j^f$ 、 $\boldsymbol{\alpha}_j^m$ 、 $\mathbf{A}_{ij}$ 、 $\mathbf{S}_{ij}^f$  和  $\mathbf{S}_{ij}^m$  均在  $T_0$  处定义,  $dT = T_1 - T_0$ , 其中  $T_1$  为当前(工作)温度、 $T_0$  为参考温度。温度  $T_0$  时,纤维和基体中的应力已知, $T_0$  通常取为加工成型温度,此时纤维和基体中的应力均为 0。计算热残余应力时, $dT$  通常小于 0。

$$\begin{aligned} & \text{令 } \hat{K}_{22}^t (\hat{\sigma}_{22}^m - \hat{\sigma}_{22}^m) + K_{22}^t \hat{\sigma}_{22}^m = \sigma_{u,t}^m, \text{ 并假设} \\ & \sigma_{22}^m - \hat{\sigma}_{22}^m = \frac{[\beta E_{22}^f + (1-\beta)E^m](\Delta Y - \hat{\sigma}_{22}^m)}{(V_f + \beta V_m)E_{22}^f + (1-\beta)V_m E^m} \end{aligned} \quad (15)$$

引入系数  $\Delta$  用于对横向拉伸强度  $Y$  进行适度修正, $\Delta$  的取值范围一般为 0.9~1.1,本文取 1.0。由此可得:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{22}^m &= \frac{\Delta \hat{K}_{22}^t Y}{K_{22}^t - K_{22}^t} \\ &= \frac{(V_f + \beta V_m)E_{22}^f + (1-\beta)V_m E^m}{[\beta E_{22}^f + (1-\beta)E^m](K_{22}^t - K_{22}^t)} \cdot (\sigma_{u,t}^m - K_{22}^t \hat{\sigma}_{22}^m) \end{aligned} \quad (16)$$

式中: $\hat{\sigma}_{22}^m$  为单向复合材料受横向拉伸至界面开裂时的载荷值。

若  $\hat{\sigma}_{22}^m$  与  $Y$  相等或相近,则表明对应的纤维和基体体系直到破坏都处于理想界面。对于非理想界面的情况,采用基体的临界 Mises 等效应力  $\hat{\sigma}_e^m$  表征其他载荷下的界面开裂,其中:

$$\hat{\sigma}_e^m = \sqrt{(\hat{\sigma}_{11}^m)^2 + (K_{22}^t \hat{\sigma}_{22}^m)^2 - K_{22}^t \hat{\sigma}_{11}^m \hat{\sigma}_{22}^m} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{11}^m &= \sigma_{11}^{m,0} + \frac{\hat{\sigma}_{22}^m V_f (\nu^m E_{11}^f - \nu_{12}^f E^m)}{(E_{11}^f - E^m)(V_f E_{11}^f + V_m E^m)} \\ &= \frac{\beta E_{11}^f E_{22}^f + (1-\beta)E^m E_{11}^f - E^m E_{22}^f}{(V_f + \beta V_m)E_{22}^f + (1-\beta)V_m E^m} \end{aligned} \quad (18)$$

当复合材料受到任意载荷作用,桥联理论得到基体“名义应力”增量  $d\sigma_{ij}^m$  后,须乘以相应的应力集中系数得到“真实应力”全量。平面应力状态下,有:

$$(\sigma_{11}^m)_i = (\sigma_{11}^m)_{i-1} + d\sigma_{11}^m \quad (19)$$

$$(\sigma_{22}^m)_i = (\sigma_{22}^m)_{i-1} + K_{22} d\sigma_{22}^m \quad (20)$$

$$(\sigma_{12}^m)_i = (\sigma_{12}^m)_{i-1} + K_{12} d\sigma_{12}^m \quad (21)$$

$$K_{22} = \begin{cases} K_{22}^t & (d\sigma_{22}^m > 0 \text{ 且 } (\sigma_{\epsilon}^m)_{t-1} < \hat{\sigma}_{\epsilon}^m) \\ \hat{K}_{22}^t & (d\sigma_{22}^m > 0 \text{ 且 } (\sigma_{\epsilon}^m)_{t-1} \geq \hat{\sigma}_{\epsilon}^m) \\ K_{22}^c & (d\sigma_{22}^m < 0) \end{cases} \quad (22)$$

因此,界面脱粘的条件为

$$\begin{cases} (\sigma_{22}^m)_i \geq 0 \\ \text{且 } (\sigma_{\epsilon}^m)_i \geq \hat{\sigma}_{\epsilon}^m \end{cases} \quad (23)$$

相应的,采用 Tsai-Wu 判据判断基体破坏,其形式为

$$F_1 [(\sigma_{11}^m)_i^2 + (\sigma_{22}^m)_i^2 - (\sigma_{11}^m)_i (\sigma_{22}^m)_i] + F_2 (\sigma_{12}^m)_i^2 + F_3 [(\sigma_{11}^m)_i + (\sigma_{22}^m)_i] \geq 1 \quad (24)$$

$$\begin{cases} F_1 = 1/(\sigma_{u,t}^m \sigma_{u,c}^m) \\ F_2 = 1/(\sigma_{u,s}^m)^2 \\ F_3 = 1/\sigma_{u,t}^m - 1/\sigma_{u,c}^m \end{cases} \quad (25)$$

### 2.2 偏轴拉伸强度预测算例

以 E-glass/8804 和 Kevlar-49/epoxy 两种单向复合材料为研究对象,研究考虑界面裂纹对复合材料偏轴强度预测的影响。组份材料性能如表 1 所示<sup>[23-26]</sup>,偏轴拉伸实验值<sup>[23,27]</sup>和预测值的对比如图 3~图 4 所示。

表 1 复合材料组份材料性能参数

Table 1 Composite material performance parameters

组分材料	E/GPa	G/GPa	$\nu$	$\sigma_{u,t}/\text{MPa}$	$\sigma_{u,c}/\text{MPa}$
E-glass	71.00	28.17	0.26	2 260	2 000
Kevlar-49	124.10	2.90	0.35	2 060	2 000
8804	4.66	1.80	0.29	76	120
epoxy	3.45	1.28	0.35	69	120

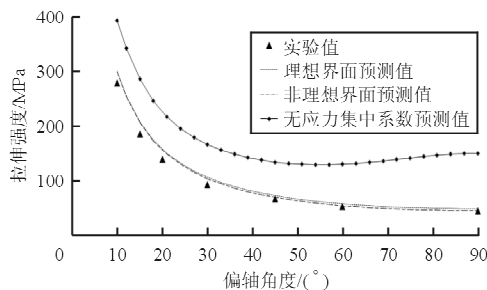


图 3 不同方法 E-glass/8804 偏轴拉伸强度预测值与实验值对比

Fig. 3 Comparison of different schemes' predictions with experiments for off-axis tensile strengths of a E-glass/8804 UD composite

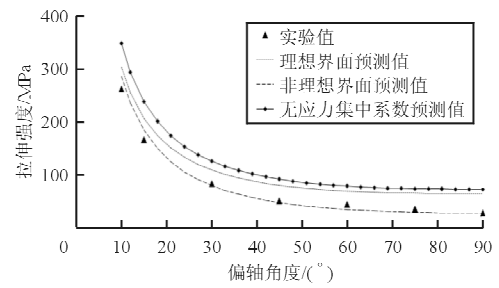


图 4 不同方法 Kevlar-49/epoxy 偏轴拉伸强度预测值与实验值对比

Fig. 4 Comparison of different schemes' predictions with experiments for off-axis tensile strengths of a Kevlar-49/epoxy UD composite

从图 3~图 4 可以看出:未加入应力集中系数的计算结果误差最大,加入了考虑界面裂纹的应力集中系数的预测曲线与实验值最吻合,而仅加入理想界面应力集中系数对应的预测曲线介于两者之间。

### 3 结 论

(1) 弱界面复合材料受横向载荷的破坏顺序为:与外力方向垂直处的界面首先发生破坏,沿界面产生不稳定裂纹;裂纹角度扩展至最终发展角度,应力集中系数趋于稳定;界面裂纹的产生影响组分材料之间应力的传递并且增大了基体中的应力集中系数;外加应力继续增大,基体由于应力集中进而发生破坏。

(2) 考虑界面脱粘对于弱界面复合材料的强度预测有明显修正,而对于具有足够界面强度的材料则影响较小。

(3) 在大角度偏轴拉伸情况下,考虑脱粘对于强度预测有明显的修正作用;在小角度偏轴拉伸情况下,剪切应力集中系数的修正作用更加明显,同时考虑两者即可对单层板偏轴拉伸强度进行准确的预测。

(4) 本文方法可以通过计算复合材料在界面部分脱粘后的应力集中系数,仅根据组份材料性能和复合材料的横向拉伸强度,就能反演出复合材料的界面强度,并以此判断出材料界面是否需要通过改性进行增强以及理想的增强幅度。

(5) 相比依赖大量实验数据的宏观力学预测方法,细观力学桥联模型理论可以仅根据组份材料的性能进行准确的强度预测,因此是预测单向复合材料力学性质的有力工具。

## 参考文献

- [1] Hughes J D H. The carbon fibre/epoxy interface—a review[J]. *Composites Science and Technology*, 1991, 41(1): 13-45.
- [2] Kattner U R, Lin J C, Chang Y A. Thermodynamic assessment and calculation of the Ti-Al system[J]. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 1992, 23(8): 2081-2090.
- [3] Jansson S, Dève H E, Evans A G. The anisotropic mechanical properties of a Ti matrix composite reinforced with SiC fibers[J]. *Metallurgical & Materials Transactions A*, 1991, 22(12): 2975-2984.
- [4] Aghdam M M, Smith D J, Pavier M J. Finite element micromechanical modelling of yield and collapse behaviour of metal matrix composites[J]. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 2000, 48(3): 499-528.
- [5] Zhou X F, Wagner H D, Nutt S R. Interfacial properties of polymer composites measured by push-out and fragmentation tests[J]. *Composites Part A: Applied Science & Manufacturing*, 2001, 32(11): 1543-1551.
- [6] Miller B, Muri P, Rebenfeld L. Microbond method for determination of the shear strength of a fiber/resin interface [J]. *Composites Science & Technology*, 1987, 28(1): 17-32.
- [7] Mandell J F, Chen J H, McGarry F J. A microbonding test for in situ assessment of fibre/matrix bond strength in composite materials[J]. *International Journal of Adhesion & Adhesives*, 1980, 1(1): 40-44.
- [8] Rosen B W. A Simple procedure for experimental determination of the longitudinal shear modulus of unidirectional composites[J]. *Journal of Composite Materials*, 1972, 6(3): 552-554.
- [9] Adams D F, Walrath D E. Current status of the Iosipescu shear test method[J]. *Journal of Composite Materials*, 1987, 21(6): 494-507.
- [10] Madhukar M S, Drzal L T. Fiber-matrix adhesion and its effect on composite mechanical properties. II. longitudinal (0°) and transverse (90°) tensile and flexure behavior of graphite/epoxy composites[J]. *Journal of Composite Materials*, 1991, 25(8): 958-991.
- [11] Prasad P B N, Simha K R Y. Energy released during arc crack propagation[J]. *International Journal of Fracture*, 2002, 116(1): 3-8.
- [12] Hobbiebrunken T, Hojo M, Adachi T, et al. Evaluation of interfacial strength in CF/epoxies using FEM and in-situ experiments[J]. *Composites Part A: Applied Science & Manufacturing*, 2006, 37(12): 2248-2256.
- [13] Ogihara S, Koyanagi J. Investigation of combined stress state failure criterion for glass fiber/epoxy interface by the cruciform specimen method [J]. *Composites Science & Technology*, 2010, 70(1): 143-150.
- [14] Lou J, Yang Y, Luo X, et al. Effects of fiber volume fraction on transverse tensile properties of SiC/Ti-6Al-4V composites[J]. *Rare Metal Materials & Engineering*, 2011, 40(4): 575-579.
- [15] Qi G, Du S, Zhang B, et al. Evaluation of carbon fiber/epoxy interfacial strength in transverse fiber bundle composite: experiment and multiscale failure modeling[J]. *Composites Science & Technology*, 2014, 105: 1-8.
- [16] Huang Z M. Simulation of the mechanical properties of fibrous composites by the bridging micromechanics model [J]. *Composites Part A: Applied Science & Manufacturing*, 2001, 32(2): 143-172.
- [17] Huang Z M. Micromechanical prediction of ultimate strength of transversely isotropic fibrous composites[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2001, 38(22/23): 4147-4172.
- [18] Huang Z M, Liu L. Predicting strength of fibrous laminates under triaxial loads only upon independently measured constituent properties[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2014, 79(1): 105-129.
- [19] Muskhelishvili N I. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity[M]. Netherlands: Springer, 1977: 445-447.
- [20] Toya M. A crack along the interface of a circular inclusion embedded in an infinite solid[J]. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 1974, 22(5): 325-348.
- [21] Parvizi A, Garrett K W, Bailey J E. Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy crossply laminates[J]. *Journal of Materials Science*, 1978, 13(1): 195-201.
- [22] England A H. A crack between dissimilar media[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1965, 32(2): 400-402.
- [23] Steven Mayes J, Andrew C Hansen. Multicontinuum failure analysis of composite structural laminates[J]. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 2001, 8(4): 249-262.
- [24] Rojstaczer S, Cohn D, Marom G. Thermal expansion of Kevlar fibres and composites[J]. *Journal of Materials Science Letters*, 1985, 4(10): 1233-1236.
- [25] Suppakul P, Bandyopadhyay S. The effect of weave pattern on the mode-I interlaminar fracture energy of E-glass/vinyl ester composites[J]. *Composites Science and Technology*, 2002, 62(5): 709-717.
- [26] Hinton M J, Soden P D. Predicting failure in composite laminates; the background to the exercise[J]. *Composites Science & Technology*, 1998, 58(7): 1001-1010.
- [27] Pindera M J, Gurdal Z, Hilde J S, et al. Mechanical and thermal characterization of unidirectional aramid/epoxy [R]. Report CCMS-86-08, VPI-E-86-29, USA: Virginia Polytechnic Institute and State University, 1987.

## 作者简介:

周 熠(1991—),女,博士研究生。主要研究方向:复合材料细观力学。

黄争鸣(1957—),男,教授,博导。主要研究方向:复合材料细观力学。

(编辑:马文静)