文章编号:1674-8190(2018)04-514-09

用于无人机三维航迹规划改进连接型快速 扩展随机树算法

田疆,李二超

(兰州理工大学 电气工程与信息工程学院,兰州 730050)

摘 要:无人机的广泛应用,使得航迹规划成为研究的热点。很多算法由于模型简单或规划方法低效,难以有效应用于复杂条件下的航迹规划问题,从而提出一种求解该问题的改进连接型双向快速扩展随机树(RRT-Connect)算法。首先,建立无人机航迹规划问题的数学模型;然后,采用 RRT-Connect 算法求解上述模型时,提出六种生成随机节点的改进策略;最后,将改进的 RRT-Connect 算法应用于有雷暴威胁的无人机三维航迹规划问题,并与已有的 RRT 算法和 RRT-Connect 算法进行对比。结果表明:采用本文提出的方法能够高效的生成可行的无人机航迹。

关键词:无人机;RRT-Connect 算法;三维航迹规划;随机节点;雷暴
 中图分类号: V279⁺.2
 文献标识码: A
 DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2018.04.008

An Improved RRT-Connect Algorithm Used for UAV 3D Trajectory Planning

Tian Jiang, Li Erchao

(School of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: The widespread use of unmanned aerial vehicle(UAV) has made trajectory planning becoming a hot research area. Although there have been numerous UAV trajectory planning methods so far, it is difficult to effectively apply them in trajectory planning problems under complicated conditions on account of oversimplified planning models or inefficient planning methods. Therefore, an improved rapidly-exploring random tree connect (RRT-Connect) algorithm for this problem is put forward. Firstly, a mathematical model of UAV 3D trajectory planning problem is established. Then, when solving the mentioned model by adopting classical RRT-Connect algorithm, 6 kinds of improved strategies for generating random nodes are put forward. Finally, the improved RRT-Connect algorithm are applied to UAV 3D trajectory planning problem under threat of thunderstorm, and compared with the classical RRT algorithm to solve the same problem. Results show that the improved RRT-Connect algorithm can efficiently generate feasible UAV trajectory.

Key words: UAV; RRT-Connect algorithm; 3D trajectory planning; random nodes; thunderstorm

无人机航迹规划^[1]是指在人工不干预情形下,

系统根据飞机性能、环境影响要素等约束条件自动 计算无人机可行航迹,确保无人机安全、高效完成 任务的方法。

近年来,在航迹规划方法中,基于全空间贪婪 搜索思想的启发式航迹规划算法由于其不会限于 局部极值、不依赖航迹规划建模也能生成可行航迹 的特点备受关注。其中,将快速扩展随机树(Rap-

⁰ 引 言

收稿日期:2017-12-28; 修回日期:2018-06-03 通信作者:田疆,godface@126.com

idly-exploring Random Tree, 简称 RRT)算法^[2]及 其各种改进型算法或融合型算法应用于求解无人 机航迹规划成果较多。崔挺等[3]将经典的最短路 径搜索算法 Dijkstra 算法嵌入 RRT 算法中,成功 应用于无人机二维航迹规划问题;之后对经典的双 向快速随机搜索树(Dual-RRT)算法进行改进,分 别在前向树和反向树随机节点搜索过程中加入了 前向积分拓展算子和反向积分拓展算子,在无人机 遭遇突发威胁的二维航迹规划情形时,能迅速提供 更多可行航迹点来提高生存概率。Lin Yucong 等^[4]将三维 Dubins 曲线结合经典 RRT 算法应用 于四旋翼无人机航迹规划,可以较平滑地避开三维 环境中的柱体障碍物和椭球体障碍物。Wu Xinggang 等^[5]将航迹规划空间栅格化并引入覆盖率的 概念,添加最大转弯角约束条件于随机节点的产生 过程中,提出了一种可变概率的双向随机搜索树 (VPB-RRT)算法,成功应用于无人机二维航迹规 划问题。刘洋^[6]针对无人机遭遇三维动态环境中 的突发威胁情况时,如何迅速找到一条安全可替换 航迹,在经典的 RRT * 算法中引入排序机制并提 出一种 DRRT*算法,充分利用初次航迹规划得 到的信息,简化了碰撞检测环节的复杂度,成功避 开了可移动圆台障碍物,高效实现了航迹规划任 务。尹高扬等^[7]针对无人战斗机三维航迹规划的 实时性要求,将无人机基本约束条件诸如最大转弯 角约束、最大下滑或爬升角约束、最大航游长度约 束等加入经典的 RRT 算法中,在由零均值高斯白 噪声序列产生的三维起伏地形中,增加启发信息以 克服搜索的随机性,兼顾了航迹规划的最优性与实 时性。

然而,现有研究成果中多数是固定无人机飞行 高度,将高维航迹规划问题降维处理为二维平面内 的航迹规划问题^[8-10],障碍物的设置只能以圆形、 椭圆形、矩形等规则几何形式呈现^[11-13],难以适应 无人机在真实三维空间中自由飞行的复杂情况。

连接型快速扩展随机树(RRT with Connection,简称 RRT-Connect)算法由J.J.Kuffner 等^[14]于2000年提出,用于求解7自由度运动链在 棋盘上抓取和放置棋子的路径规划问题。该算法 在RRT算法的基础上,将单随机树转化为双向随 机树,并引入了连接型启发式贪婪搜索机制。与 RRT算法相比,RRT-Connect算法具有更好的全 局搜索能力和更高的搜索效率;之后,将 RRT-Connect 算法应用于二维和三维刚体的路径规划 中,还应用于 6 自由度模拟美洲狮的前腿路径规划 中,均取得了很好的效果。RRT-Connect 算法及 其改进已成功应用于多种机器人路径规划问题,例 如:双足^[15-18]、四足^[19-21]和六足^[22-24]机器人,以及 机械手等^[25]。但是将该算法用于无人机航迹规划 问题特别是三维航迹规划问题,至今未见成熟的研 究成果,该算法的潜在应用价值和意义尚未被广泛 了解和认识。

针对上述问题,本文建立数学模型,提出求解 该模型的改进连接型快速扩展随机树算法并进行 实验,以期对无人机三维航迹规划提供一种新的 思路。

1 无人机航迹规划问题的数学模型

建立三维航迹规划问题的数学模型时,不但考虑无人机基本约束,还考虑复杂的飞行环境,包括山体地形和雷暴威胁区。

1.1 无人机基本约束

规划的无人机三维航迹,通常需要满足一些基本约束,包括最大转弯角、最大爬升角或下滑角、最小航迹段长度、最低和最高飞行高度,以及最大航迹长度等约束。其中,最大转弯角约束,是指无人机只能在水平面内小于或等于指定的最大转弯角内转弯;最大爬升角或下滑角约束,是指无人机只能在垂直平面内小于或等于指定的最大爬升角或下滑角内爬升或下滑;最小航迹段长度约束,要求无人机改变飞行姿态之前,按目前的航迹方向飞行的最短航程;最低和最高飞行高度约束,要求无人机在指定的飞行高度区间飞行;最大航迹长度约束,是指无人机的航迹长度小于或等于指定的阈值。

记 $q(x,y,z,\theta,\phi)$ 为无人机的飞行位置与姿态,其中,(x,y,z)为无人机的位置, θ 为无人机的 水平转弯角, ϕ 为无人机的竖直爬升角或下滑角, 进而建立上述基本约束的数学表达式。

(1) 最大转弯角约束。记最大转弯角为 θ_{max} , 第*i*个航迹点 q_i 的水平转弯角为 θ_i ,那么, $\theta_i \leq \theta_{max}$ 。考虑 3 个连续的航迹点 q_{i-1}, q_{i-2}, q_i (*i*=3, 4,…),那么,航迹段 $\overline{q_iq_{i-1}}$ 和 $\overline{q_{i-1}q_{i-2}}$ 形成的向量在 水平面的投影分别为($x_i - x_{i-1}, y_i - y_{i-1}$)和 $(x_{i-1}-x_{i-2}, y_{i-1}-y_{i-2})$,此时, θ_i 可表示为

$$\theta_{i} = \arccos \frac{(x_{i} - x_{i-1})(x_{i-1} - x_{i-2}) + (y_{i} - y_{i-1})(y_{i-1} - y_{i-2})}{\sqrt{(x_{i} - x_{i-1})^{2} + (y_{i} - y_{i-1})^{2}} \cdot \sqrt{(x_{i-1} - x_{i-2})^{2} + (y_{i-1} - y_{i-2})^{2}}}$$
(1)

(2) 最大爬升角或下滑角约束。记最大爬升 角或下滑角为 ϕ_{max} , q_i 的爬升角或下滑角为 ϕ_i ,那 么, $\phi_i \leqslant \phi_{max}$ 。考虑 2 个连续的航迹点 q_{i-1} , q_i (*i* = 2,3,…),那么,航迹段 $\overline{q_iq_{i-1}}$ 形成的向量为($x_i - x_{i-1}, y_i - y_{i-1}, z_i - z_{i-1}$),此时, ϕ_i 可表示为

$$\psi_i = \arctan \frac{|z_i - z_{i-1}|}{\sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}} \quad (2)$$

(3) 最小航迹段长度约束。记最小航迹段长 度为 $L_{\min}, \overline{q_i q_{i-1}}$ 的长度为 $L_i, 那么, L_i \ge L_{\min}$ 。这 里, L_i 可表示为

$$L_{i} = \sqrt{(x_{i} - x_{i-1})^{2} + (y_{i} - y_{i-1})^{2} + (z_{i} - z_{i-1})^{2}}$$
(3)

(4) 最低和最高飞行高度约束。记最低飞行 高度为 z_{\min} ,最高飞行高度为 z_{\max} ,那么, $z_{\min} \leq z_i \leq z_{\max}$ 。

(5) 最大航迹长度约束。记最大航迹长度为 L_{\max} ,那么,航迹 $\overline{q_1q_2\cdots q_n}$ 满足: $\sum_{i=2}^{n} L_i \leq L_{\max}$ 。

1.2 飞行环境障碍物和威胁区建模

在飞行环境中,高耸的山体近似采用圆锥体等效表示,用以 e 为底的自然指数图形生成^[26],那么,山体地形可以通过多个位置不同的圆锥体叠加 而成。若将参考海拔基准高度设置为 xOy 平面, 记(x,y,z)为山体地形中的点,那么

$$z(x,y) = \sum_{k=1}^{N} \left[h_k e^{-\frac{(x-x_k^0)^2}{x_k^i} - \frac{(y-y_k^0)^2}{y_k^i}} \right]$$
(4)

式中:N为山体个数; x_k^o 和 y_k^o 为第 k 座山体中心 对称轴的横坐标和纵坐标; h_k 为第 k 座山体的最 大高度; x_k^i 和 y_k^i 为第 k 座山体的横向斜度和纵向 斜度。

在飞行环境中,山体附近通常存在雷暴等极端 气象,本文视为飞行威胁区,并通过球体近似等效 表示,且记第 k 座山体附近飞行威胁区的球心坐标 为(x^{s0}_k,y^{s0}_k,z^{s0}_k),半径为 r_k。

1.3 目标函数及航迹表示

在本文中,执行任务的某型无人机,其航迹规

划的目标函数是生成一条由起始点到目标点的无 碰撞可行航迹。采用 $q(x,y,z,\theta,\phi)$ 表示无人机在 飞行空域中某特定位置的特定姿态,那么(x,y,z)则表示无人机所在航迹点, θ 表示无人机的水平转 弯角, ϕ 表示无人机的竖直爬升角或下滑角。采用 r(q)表示由起始点 $q_{initial}$ 到目标点 q_{goal} 的无碰撞可 行航迹,那么航迹规划的过程可以写成如下形式: $q_{initial}(x_1,y_1,z_1,\theta_1,\phi_1)^{r(q)} \neq q_{goal}(x_n,y_n,z_n,\theta_n,\phi_n)$

1.4 数学模型表述

基于 1.1~1.3 节,得到无人机航迹规划问题 的数学模型。

目标函数:

$$q_{\text{initial}}(x_1, y_1, z_1, \theta_1, \psi_1) \xrightarrow{r(q)} q_{\text{goal}}(x_n, y_n, z_n, \theta_n, \psi_n)$$

约束:

$$\begin{cases} \theta_i \leqslant \theta_{\max} & i = 3, 4, \cdots, n \\ \psi_i \leqslant \psi_{\max} & i = 2, 3, \cdots, n \\ L_i \geqslant L_{\min} & i = 2, 3, \cdots, n \\ z_{\min} \leqslant z_i \leqslant z_{\max} & i = 1, 2, \cdots, n \\ \sum_{i=2}^n L_i \leqslant L_{\max} \end{cases}$$

经典 RRT-Connect 算法仅依赖本身隐含的连 接启发式贪婪搜索函数,已能获得可行航迹,虽然 不是最优航迹,且可行航迹点搜索时间成本较高, 但在不引入外部数学模型就能求解得出无人机的 可行航迹,这是该算法的一个显著特点;当引入数 学模型求解无人机航迹规划问题后,随机树对于航 迹点的搜索将由之前的全空间贪婪搜索转为在满 足数学模型约束函数的区域内贪婪搜索,极大地减 小了搜索空间范围,同时节约了可行航迹点搜索时 间,并在一定程度上缩短了生成的可行航迹总 长度。

2 RRT-Connect 算法及其改进算法

2.1 RRT-Connect 算法

RRT-Connect 算法的基本思想是:自起始点

和目标点,通过多步长启发式扩展策略,等概率的 交替向对方扩展新节点,形成随机树,直至两棵随 机树相遇,形成的轨迹即为规划的机器人可行路 径。已有研究表明,RRT-Connect 算法能够生成 可行的机器人路径。本文探索该算法在无人机三 维可行航迹规划中的应用,具体的执行过程如下 所示:

记 L 为航迹的平均子区间长度,q1 和 qn 分别 为航迹的起始点和目标点。直连 q1qn,将距离记为 $L(q_1,q_n),$ 如果 $L(q_1,q_n) < \overline{L}$ 且航迹 $\overline{q_1q_n}$ 是可行 的,那么, q_1 到 q_n 是可直达的,航迹规划结束;否 则,需要通过若干次迭代生成若干中间航迹点,进 而形成航迹。为此,首先,在非生长树中随机采样 一个节点 qrand,选择待生长树上与 qrand 距离最近的 节点,记为 q_{near} ,距离为 $L(q_{rand},q_{near})$;然后,将 q_{near} 朝 q_{rand} 扩展,产生新节点 $q_{new} = q_{near} + \overline{L} \times$ $\frac{q_{\text{rand}} - q_{\text{near}}}{L(q_{\text{rand}}, q_{\text{near}})}$ 。如果航迹 $\overline{q_{\text{near}}q_{\text{new}}}$ 是可行的,那么, 将q_{new}添加到待生长树上。接着,选择非生长树上 与 q_{new} 距离最近的节点,记为 q_{near*},距离为 L $(q_{\text{near*}}, q_{\text{new}});$ 如果 $L(q_{\text{near*}}, q_{\text{new}}) < \overline{L}$ 且航迹 $\overline{q_{\text{near}*}q_{\text{new}}}$ 是可行的,则直连 $\overline{q_{\text{near}*}q_{\text{new}}}$ 。最后,若直连 $\overline{q_{\text{near}} * q_{\text{new}}}$ 后, q_1 到 q_n 是可直达的, 航迹规划结束; 否则,下次迭代时,交换待生长树和非生长树,持续 执行上述过程,直到形成完整的航迹。

2.2 改进型 RRT-Connect 算法

为了采样随机节点 q_{rand} ,RRT-Connect 算法通 常引入一个阈值,记为 P_g ,并产生(0,1)的随机数 p_o 如果 $p < P_g$,那么, q_{rand} 的坐标为(px_{max} , py_{max} , pz_{max}),其中, x_{max} 、 y_{max} 和 z_{max} 分别为搜索空间中横 坐标、纵坐标和竖坐标的上限值;否则, q_{rand} 为非生 长树的最后一个节点。可以看出,生成随机节点 时,没有充分利用待生长树和非生长树中其他节点 的信息,此外,也没有利用非生长树累计航迹段的 长度、起始点和目标点。如果充分利用这些信息, 那么有望提高随机节点的生成性能。 本文通过提出多种随机节点产生方式,改进 RRT-Connect算法。为此,首先引入 2 个参数,记 为 p_d 和 p_r ,其中, p_d 为待生长树的末节点、 q_0 或 q_n 对非生长树所有节点的贡献率; p_r 为待生长树 的所有节点对 q_0 或 q_n 的贡献率。

对于根为 q_n 的非生长树,采用以下方法产生 q_{rand} :

(1) 选择非生长树中,距末节点最近的节点;

(2) 选择非生长树中,距q1 最近的节点;

(3) 记非生长树累计航迹段的长度为 \overline{L}_i ,选择 非生长树中,满足 $\min_{j} \{ p_d L(q_j, q_1) + (1-p_d) \overline{L}_i \}$ 的 节点;

(4) 记非生长树的末节点为 q_e ,选择非生长树 中,满足min{ $p_d L(q_j, q_e) + (1-p_d)\overline{L}_i$ }的节点;

(5) 引入随机数 *p*₁∈(0,1),如果 *p*₁<*p*_r,那
 么,基于方法(4)产生 *q*_{rand};否则,采用方法(3)产
 生 *q*_{rand};

(6) 选择非生长树中,满足 $\min_{j} \{ p_{d}L(q_{j}, q_{e}) + p_{r}L(q_{j}, q_{1}) + (1 - p_{d} - p_{r})\overline{L}_{i} \}$ 的节点。

对于根为 q_1 的非生长树,将上述方法中的 q_1 改为 q_n ,即可得到与之对应的 q_{rand} 产生方法,不再 赘述。

2.3 基于改进型 RRT-Connect 算法的航迹 规划数学模型约束转化

采用本文所提的改进型 RRT-Connect 算法求 解航迹规划问题数学模型时,需要对约束进行 转化。

(1)转化最大转弯角约束:当前新生成备选航 迹点 q_{new} 的水平转弯角 θ_{new} ,需要满足 $\theta_{\text{new}} \leqslant \theta_{\text{max}}$, 设当前相邻两个航迹段 $\overline{q_{\text{before_near}}}$ 和 $\overline{q_{\text{near}}}q_{\text{new}}$ 形成 的向量在水平面内投影分别为($x_{\text{near}} - x_{\text{before_near}}$, $y_{\text{near}} - y_{\text{before_near}}$)和($x_{\text{new}} - x_{\text{near}}$, $y_{\text{new}} - y_{\text{near}}$)。那么, θ_{new} 将转化为如下具体形式:

$$\theta_{\rm new} = \arccos \frac{(x_{\rm near} - x_{\rm before_near})(x_{\rm new} - x_{\rm near}) + (y_{\rm near} - y_{\rm before_near})(y_{\rm new} - y_{\rm near})}{\sqrt{(x_{\rm near} - x_{\rm before_near})^2 + (y_{\rm near} - y_{\rm before_near})^2}} \cdot \sqrt{(x_{\rm new} - x_{\rm near})^2 + (y_{\rm new} - y_{\rm near})^2}}$$
(5)

(2) 转化最大爬升角或下滑角约束:当前航迹

段 $\overline{q_{near}q_{new}}$ 的竖直爬升角或下滑角 ϕ_{new} ,需要满足

 $\psi_{\text{new}} \leqslant \psi_{\text{max}}, \mathcal{U}(x_{\text{new}} - x_{\text{near}}, y_{\text{new}} - y_{\text{near}}, z_{\text{new}} - z_{\text{near}})$ 为 航迹段 $\overline{q_{\text{near}}q_{\text{new}}}$ 形成的向量。那么, ψ_{new} 将转化为如 下具体形式:

$$\psi_{\text{new}} = \arctan \frac{|z_{\text{new}} - z_{\text{near}}|}{\sqrt{(x_{\text{new}} - x_{\text{near}})^2 + (y_{\text{new}} - y_{\text{near}})^2}}$$
(6)

(3)转化最小航迹段长度约束:当前航迹段 $\overline{q_{near}q_{new}}$ 的长度 L_{new} ,需要满足 $L_{new} \geqslant L_{min}$ 。那么, L_{new} 将转化为如下具体形式:

$$L_{\rm new} = \sqrt{(x_{\rm new} - x_{\rm near})^2 + (y_{\rm new} - y_{\rm near})^2 + (z_{\rm new} - z_{\rm near})^2}$$
(7)

(4)转化最低和最高飞行高度约束:当前新生 成备选航迹点 q_{new} 的飞行高度 z_{new} ,需要满足 $z_{\text{min}} \leqslant z_{\text{new}} \leqslant z_{\text{max}}$ 。

(5)转化最大航迹长度约束:航迹 $\overline{q_1q_2\cdots q_n}$ 需要满足 $\sum_{i=2}^{n} L_{new} \leqslant L_{max}$ 。

基于改进型 RRT-Connect 算法的航迹 规划数学模型

基于 2.1~2.3 节,得到基于改进型 RRT-Connect 算法的无人机航迹规划问题数学模型。

目标函数:

 $q_1(x_1, y_1, z_1, \theta_1, \phi_1) \xrightarrow{r(q)} q_n(x_n, y_n, z_n, \theta_n, \phi_n)$ 约束:

$$egin{split} & heta_{ ext{new}} \leqslant heta_{ ext{max}} \ & \psi_{ ext{new}} \leqslant \psi_{ ext{max}} \ & L_{ ext{new}} \geqslant L_{ ext{min}} \ & z_{ ext{min}} \leqslant z_{ ext{new}} \leqslant z_{ ext{max}} \ & \sum_{i=2}^n L_{ ext{new}} \leqslant L_{ ext{max}} \end{split}$$

3 实 验

将提出的六种改进型 RRT-Connect 算法,应 用于我国西南横断山区存在森林火险隐患的山体 地形和雷暴威胁区的某区域,以无人机定期执行常 规森林防火巡查检测任务的在线可行航迹规划问 题为应用背景的无人机三维可行航迹规划问题中, 并与 RRT 算法和 RRT-Connect 算法进行对比。

3.1 实验环境和参数设置

所有算法均采用 MATLAB2010B 编程实现,

运行环境为: Windows 7 专业版、Intel(R) Core (TM) i7-5500U CPU@2.40 GHz 处理器、4.00 GB 内存、64 位操作系统。

实验中,相关参数的设置如下:飞行环境为 8 km×8 km×10 km 的三维空间; $L_{\min} = 0.019$ 4, $z_{\min} = 0.5, z_{\max} = 8, L_{\max} = 170; q_1 = (0, 0, 3), q_n =$ $(8, 8, 4); \overline{L} = 0.5; N = 6, 山体数据维数 dimension$ $= 80, h = \{8, 6, 4, 5, 5, 5, 7\}, x^0 = \{1, 3, 3, 5, 6, 5, 5, 7\}, y^0 = \{2, 2, 5, 5, 5, 4, 5, 7, 5\}; x^i = \{5, 5, 8, 5, 4, 5, 5, 5, 3, 5\}, y^i = \{5, 7, 6, 5, 5, 6, 4, 5\}; 威胁区个$ $数 <math>l = 2, x^{s_0} = \{7, 2\}, y^{s_0} = \{7, 2, 2\}, z^{s_0} = \{4, 2, 3, 5\}, r = \{0, 6, 1\}$ 。在上述参数中,除了 N,dimension 和 l之外,单位均为 km。此外, $P_g = 0.5, p_d = 0.5, p_r = 0.3, \theta_{\max} = 60^\circ, \phi_{\max} = 45^\circ$ 。

3.2 对比算法和性能指标

为了便于说明,记融入第 i 种随机节点生成策略的 RRT-Connect 的算法为 RRT-Connect_i。对于 RRT-Connect 算法,指定非生长树的末节点 q_e 为 q_{rand} ;对于 RRT 算法,指定 q_n 为 q_{rand} 。采用八种算法分别求解无人机三维航迹规划问题,性能指标为平均航迹长度和航迹规划平均时间。每种算法独立执行 10 次。运行结果的平均值,作为评价算法性能的依据。

3.3 实验结果及数据分析

不同算法的平均航迹长度和航迹规划平均时间如表1所示,表中加粗的数据为最优值。

衣 1 千均加迎长及和加迎观刈千均	时间
-------------------	----

Table 1 The mean length and planning mean time of trajectory

算 法	平均航迹长度/km	航迹规划平均时间/s
RRT	12.62	7.2
RRT-Connect	12.30	3.0
RRT-Connect ₁	12.32	4.1
RRT - $Connect_2$	12.01	5.7
RRT - $Connect_3$	12.74	2.8
RRT-Connect ₄	12.37	2.8
RRT-Connect ₅	12.41	2.5
RRT-Connect ₆	11.36	1.9

从表1可以看出:对于平均航迹长度而言, RRT-Connect₂和 RRT-Connect₆均优于 RRT 算 法和 RRT-Connect 算法, RRT-Connect₁、RRT-Connect₄和 RRT-Connect₅均优于 RRT 算法,但 劣于 RRT-Connect 算法,性能最差的是 RRT-Connect₃,甚至劣于 RRT 算法;关于航迹规划平均 时间, RRT-Connect₃、RRT-Connect₄、RRT-Connect₅和 RRT-Connect₆均优于 RRT 算法和 RRT-Connect 算法, RRT-Connect₁和 RRT-Connect₂ 优于 RRT 算法,但劣于 RRT-Connect 算法;在所 有算法中, RRT-Connect₆具有最优的平均航迹长 度和航迹规划平均时间,因此,是最优的算法。

为了直观说明,不同算法规划的最短航迹如图 1~图8所示,图中,粉色细线为无人机的三维飞行 航迹,各坐标轴单位均为百米(10² m)。



图 1 经典 RRT 规划的航迹







图 3 RRT-Connect₁ 规划的航迹





(a) 水平 45°显示





Fig. 4 Trajectory planning by RRT-Connect₂ algorithm



图 5 RRT-Connect₃ 规划的航迹







图 6 RRT-Connect₄ 规划的航迹





0 (b) 俯仰 75°显示

20

图 7 RRT-Connect₅ 规划的航迹







(b) 俯仰 75°显示

图 8 RRT-Connect₆ 规划的航迹



4 结 论

所提六种改进型 RRT-Connect 算法,均能够 不同程度的改进平均航迹长度或航迹规划平均时 间等性能指标,有的策略在上述两个性能指标上均 有改进。尤其是提出的改进 RRT-Connect。算法, 在求解无人机三维航迹规划问题上,相较其他五种 改进策略具有更大优势。今后将在此研究的基础 上探索更合理的航迹规划方法以及更高效的航迹 规划求解算法。

参考文献

```
[1] 杜萍,杨春.飞行器航迹规划算法综述[J].飞行力学,
2005,23(2):10-14.
Du Ping, Yang Chun. An overview of aircraft trajectory
planning algorithms[J]. Flight Dynamics, 2005, 23(2):
10-14. (in Chinese)
```

- [2] Lavalle S M. Rapidly-exploring random trees: a new tool for path planning [J]. Algorithmic & Computational Robotics New Directions, 1998, 293-308.
- [3] 崔挺,李俨,张明庄. 基于改进 RRT 算法的无人机航迹规 划[J]. 电子设计工程, 2013, 21(12): 50-53.
 Cui Ting, Li Yan, Zhang Mingzhuang. An improved RRTconnect algorithm used for UAV trajectory planning[J]. Electronic Design Engineering, 2013, 21(12): 50-53. (in Chinese)
- [4] Lin Yucong, Saripalli Srikanth. Path planning using 3D Dubins curve for unmanned aerial vehicles [C] // 2014 International Conference On Unmanned Aircraft Systems, Orlando, FL, USA, 2014: 296-304.
- [5] Wu Xinggang, Guo Cong, Li Yibo. Variable probability based bidirectional RRT algorithm for UAV path planning [C] // 26th Chinese Control And Decision Conference, Changsha, China, 2014: 2217-2222.
- [6] 刘洋. 动态环境中的无人机路径规划研究[D]. 西安: 西北

工业大学,2015.

Liu Yang. Research on UAV path planning in dynamic environment[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2015. (in Chinese)

- [7] 尹高扬,周绍磊,吴青坡.无人机快速三维航迹规划算法
 [J].西北工业大学学报,2016,34(4):564-570.
 Yin Gaoyang, Zhou Shaolei, Wu Qingpo. UAV fast 3D trajectory planning algorithm[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2016, 34(4):564-570. (in Chinese)
- [8] 秦帆,潘广贞,杨剑.改进 RRT 无人机航迹规划算法[J]. 微电子学与计算机, 2012, 29(2): 70-73.
 Qin Fan, Pan Guangzhen, Yang Jian. An improved RRT algorithm used for UAV trajectory planning[J]. Microelectronics & Computers, 2012, 29(2): 70-73. (in Chinese)
- [9] 路引,郭昱津,王道波.基于 RRT 算法的某型无人机航路 在线规划设计[J]. 兵器装备工程学报,2016,37(12):18-21.

Lu Yin, Guo Yujin, Wang Daobo. An UAV trajectory online planning and designing based on RRT algorithm[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2016, 37 (12): 18-21. (in Chinese)

- [10] 张煜,任保安,陈璟.基于改进 RRT 算法的预警机实时航 迹规划[J].计算机仿真,2016,33(9):106-112.
 Zhang Yu, Ren Baoan, Chen Jing. An improved RRT algorithm used for AWACS real-time trajectory planning[J].
 Computer Simulation, 2016, 33(9):106-112. (in Chinese)
- [11] 李猛. 基于智能优化与 RRT 算法的无人机任务规划方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2012.
 Li Meng. Research on UAV mission planning methods based on intelligent optimization and RRT algorithm[D].
 Nanjing: Nanjing University of Aeronautics And Astronautics, 2012. (in Chinese)
- [12] 田晓亮. 无人机路径规划方法研究[D]. 西安: 西安电子科 技大学, 2014.
 Tian Xiaoliang. Study on unmanned aerial vehicle path planning[D]. Xi'an; Xidian University, 2014. (in Chinese)
- [13] 王凡,冯楠,胡小鹏. 一种基于 RRT-ConCon 改进的路径 规划算法[J]. 大连理工大学学报,2014,54(6):637-643.
 Wang Fan, Feng Nan, Hu Xiaopeng. An improved RRT-ConCon algorithm used for trajectory planning[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2014,54(6):637-643. (in Chinese)
- [14] Kuffner J J, Lavalle S M. RRT-Connect: an efficient approach to single-query path planning [C] // Proceedings of The 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Francisco, CA, USA, 2000; 995-1001.
- [15] Sebastien Dalibard, Alireza Nakhaei, Florent Lamiraux, et al. Whole-body task planning for a humanoid robot: a way to integrate collision avoidance[C] // 9th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Paris, France, 2009: 355-360.

- [16] Yasushi Shimizu, Tomomochi Sugihara. Efficient path planning of humanoid robots with automatic conformation of body representation to the complexity of environments[C] // 2012 12th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Osaka, Japan, 2012; 755-760.
- [17] Toshiya Nishi, Tomomichi Sugihara. Motion planning of a humanoid robot in a complex environment using RRT and spatiotemporal post-processing techniques[J]. International Journal of Humanoid Robotics, 2014, 11(2): 1-35.
- [18] Hari Teja, Abhilash Balachandran, Suril V Shah. Optimal task planning of humanoid in cluttered environment[C] // Proceedings of the ASME 2016 International Design Engineering Technical Conference and Computers and Information in Engineering Conference, Charlotte, North Carolina, USA, 2016: 1-7.
- [19] Brian W Satzinger, Katie Byl, Jason I Reid, et al. More solutions means more problems: resolving Kinematic redundancy in robot locomotion on complex terrain [C] // 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Chicago, IL, USA, 2014: 4861-4867.
- [20] Nicola Preda, Auralius Manurung, Olivier Lambercy, et al. Motion planning for a multi-arm surgical robot using both sampling-based algorithms and motion primitives[C] // 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Hamburg, Germany, 2015: 1422-1427.
- [21] Nassime Blin, Michel Taix, Philippe Fillatreau, et al. I-RRT-C: Interactive motion planning with contact [C] // 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Daejeon, Korea, 2016: 4244-4249.
- [22] Muhammad Sarmad Khan, Asad Ali Awan, Fahad Islam.

Safe-radius based motion planning of Hexapod using RRT-Connect[C] // Proceeding off the 2015 IEEE International Conference on Information and Automation, Lijiang, China, 2015: 415-418.

- [23] Chelsea Lau, Katie Byl. Smooth RRT-Connect: an extension of RRT-Connect for practical use in robots [R].
 Woburn, MA, USA: 2015 IEEE International Conference on Technologies for Practical Robot Applications, 2015.
- [24] Daniel Schneider, Nicola Wolpert. Completely randomized RRT-Connect: a case study on 3D rigid body motion planning[C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Seattle, Washington, USA, 2015: 2944-2950.
- [25] Yichih Tsai, Hanpang Huang. Motion planning of a dualarm mobile robot in the configuration-time space[C]//2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, St. Louis, USA, 2009: 2458-2463.
- [26] Qian Xue, Peng Cheng, Nong Cheng. Offline path planning and online replanning of UAVs in complex terrain [R]. Yantai, China: Proceeding of the 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference, 2014.

作者简介:

田 疆(1990-),男,硕士研究生。主要研究方向:无人机航 迹规划。

李二超(1980-),男,博士,副教授,博导。主要研究方向:人 工智能、多目标优化、机器人控制等。

(编辑:赵毓梅)