

文章编号:1674-8190(2018)02-209-06

复合材料机械连接结构分析中的接触算法适用性研究

李沛城, 赵美英, 侯赤

(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

摘要: 采用有限元方法计算复合材料机械连接结构孔边接触应力分布时, 需要保证其结果的可靠度。分别以 Nastran、Marc 和 Abaqus 为平台, 研究小滑移接触检测技术和有限滑移接触检测技术以及拉格朗日乘子法、直接约束法和罚函数法等接触约束施加技术的基本原理与特点, 结合复合材料销钉连接结构应力分析实验与数值计算, 验证各接触算法的准确性和适用性。结果表明: 在复合材料机械连接结构有限元分析中, 应当采用有限滑移接触检测技术和罚函数接触约束施加方法以提高计算精度。

关键词: 接触算法; 复合材料; 机械连接; 接触检测; 接触约束; 罚函数法; 直接约束法

中图分类号: TB33

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2018.02.009

The Contact Algorithm Applicability Study for the Analysis of Composite Mechanical Joints

Li Peicheng, Zhao Meiyang, Hou Chi

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The reliability of the results must be ensured when using the finite element method to calculate the contact stress distribution on the hole boundary of the composite mechanical connection structure. The basic principles and characteristics of two contact detection technologies, including small sliding contact detection and finite sliding contact detection, and three contact constraints, including Lagrange multiplier method, direct constraint method and penalty function method are studied in detail. In order to validate the accuracy and applicability of different contact algorithms, the commercial finite element analysis software Nastran, Marc and Abaqus are utilized as stress analysis platform, and the numerical simulation results are carried out to compare with the test result of bolted joints composite laminate. The results indicate that the finite sliding contact detection technology and penalty function method are more suitable for the finite element analysis of composite mechanical joints.

Key words: contact algorithm; composite; mechanical joints; contact detection; contact constraints; penalty function method; direct constraint method

0 引言

现阶段复合材料机械连接结构仍然大量存在于飞机结构之中, 而该类结构受载时存在典型的非线性接触效应, 早期的学者通过解析法对此展开了研究, 取得了一定成果。F. K. Chang 等^[1]和 H.

T. Hahn 等^[2]分别采用孔边余弦分布载荷假设和剪切非线性本构关系研究了含孔层合板销钉加载条件下的应力分布情况。然而, 销钉与层合板接触边界上的接触内力受销钉弹性、层合板铺层方式以及摩擦等多方面因素影响, 所以余弦分布载荷假设是存在缺陷的。陈浩然等^[3]提出了一种处理非线性接触问题的增量有限元混合法, 并分析了销钉弹性、层合板铺层以及摩擦效应对复合材料机械连接结构孔边非线性接触应力分布的影响。

目前, 随着商用有限元软件的快速发展, 它们

收稿日期: 2018-01-03; 修回日期: 2018-03-27

通信作者: 赵美英, zhaomeiyang@nwpu.edu.cn

被大量运用在含接触工程结构的应力分析工作中。张宝生等^[4]采用 Marc 软件对圆柱滚子接触问题进行求解,发现接触区域内网格数量越少,计算结果误差越大。龚思楚等^[5]认为采用固定约束模拟典型连接件的紧固件使得结构局部刚度过硬,容易导致连接部位计算结果失真;而当采用 Abaqus 软件建立接触对模拟连接紧固件后,所得计算结果与试验结果较为吻合。陈向明等^[6]基于 Abaqus 自定义了一种只能传递压力而不能传递拉力的粘单元,将其设置在两接触对之间来传递接触压力,有效地解决了复合材料接头强度分析中由接触带来的收敛困难问题。

对于复合材料机械连接结构孔边应力分布及连接强度的研究当前大多借助于数值分析方法进行^[6-9],但由于材料以及机械连接结构的复杂性使得计算结果影响因素多且计算分散度大,其中接触算法的选取对有限元计算结果会产生明显影响。为了模拟连接结构中连接件与被连接件之间的载荷传递,需要在二者接触面上设置接触边界,常用的接触边界建立方法分为两类:一是在接触边(面)上建立接触单元,例如 Nastran 中的 Gap 元、Slideline 单元等;二是在接触边(面)上定义非线性接触边界条件,例如 Marc 中的柔性体接触, ABAQUS 中的点面、面面接触等。无论以上述何种方式设置接触,在有限元计算中都会依据特定的接触算法进行接触状态检测和施加接触约束,且对于不同的分析模型,这些接触算法的适用性存在差异。

本文针对复合材料机械连接结构中螺栓与层合板间的接触特点,对一些典型的接触算法在复合材料机械连接应力分析中的准确性和适用性进行对比研究,阐述其原理与影响因素,以期为此类结构的有限元分析工作提供参考。

1 接触分析基本流程

含接触的有限元分析是一个依赖于时间并伴随结构边界非线性演化的过程,因此接触问题一般采用增量法求解。由于接触面的范围和接触状态事先未知,在求解过程中需要进行多次迭代来寻求结构的平衡状态。具体而言包括三个主要步骤:(1) 根据前一增量步的结果和当前增量步给定的载荷条件,通过接触状态检测,设定此增量步初次迭代步的接触区域和接触状态;(2) 对假定发生接

触的点施加接触力或接触位移约束,并引入总体协调方程进行求解;(3) 利用计算结果对假定的接触状态进行检查。如果接触面上每一点都不违反假定状态,则完成本增量步的求解并转入下一增量步的求解;否则修改接触状态,回到步骤(2)进行下一次迭代求解。

以上步骤的核心技术包括接触检测技术和接触后节点约束的施加技术。前者用于确定发生接触的区域;后者用于对发生接触的点在系统方程中引入所需要满足的位移和力边界条件。

2 接触检测技术

接触检测技术用于判定发生接触的单元和节点、发生接触的方向和局部坐标系以及接触发生的判据;根据接触对的判定过程是在计算前还是在计算中进行,接触检测技术可以分为小滑移接触检测技术和有限滑移接触检测技术。

2.1 小滑移接触检测技术

小滑移接触中接触对的判定是在计算前进行,计算中接触对将不再变化。当有接触单元存在时,接触对即为接触单元的相应节点,例如 Nastran 中的 Gap 元(如图 1 所示^[10]);在没有明确的接触单元存在时,接触对是由节点或其投影点与单元边界在某一局部坐标系中的相对位置确定。

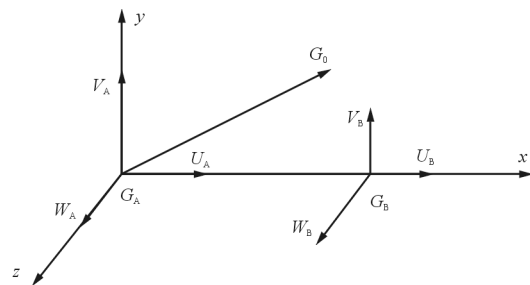


图 1 Gap 元及其局部坐标系

Fig. 1 The nature coordinate system of Gap element

图 1 所示为 Nastran 和 Marc 提供的用于模拟点点接触的 Gap 元及其局部坐标系^[10], Gap 元指定的接触对是 Gap 元的 G_A 和 G_B 两节点,当 Gap 元被定义好后,相应的局部坐标系也将固定不变,因此接触对和沿着坐标系 x 轴的接触方向在计算过程中均保持不变。判定接触发生后,Nastran 中 Gap 元根据节点的相对位移量对接触节点施加接

触力;而 Marc 中的 Gap 元则采用拉格朗日乘子法来施加接触约束。

除了利用接触单元,还可以根据节点与单元边界之间的相对位置判定接触对,一种典型的从面节点与主面接触关系判定的示意图如图 2 所示^[11]。在计算开始之前的模型分析过程中,首先确定主面单元两端节点的法向量,由单元节点的法向量与单元的插值函数就可以共同确定出单元中每个位置的法向量。对于与主面接触的从节点,可以在主面单元中找到一个对应的投影点,也叫锚点,主面单元在锚点处的法向量恰好通过从节点,再根据锚点和锚点处的法线方向,便可以确定与从节点对应的切平面。由从节点与切平面的相对位置即可判断接触是否发生。

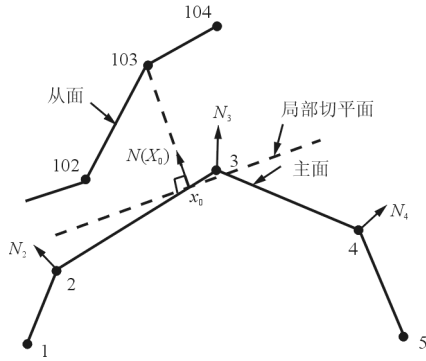


图 2 小滑移接触检测示意图

Fig. 2 Small sliding contact detection based on anchor point and tangent plane

在小滑移接触检测中通常只考虑切平面的转动和默认锚点的位置不改变,且一旦确立切平面后,从节点和切平面的接触对应关系也不再发生变化。

2.2 有限滑移接触检测技术

有限滑移中接触对的判定是在计算中不断检测并更新的。因此接触对关系会发生变化,当接触

面上有切向滑移位移存在时,采用此种检测技术与实际情况更为吻合。

Marc 在处理柔性体接触问题时所提供的接触状态判定方法如图 3 所示^[12],其基本思想基于接触边(面)的接触容限,特点在于它并不以被检测节点和接触段上某个节点在某个特定方向上的距离作为判断依据,而是在接触段两侧设定一个接触容限区域,只要节点落入这个区域即认为节点与对应的接触段发生接触。在使用牛顿-拉普森算法时, Marc 将在每个增量步的迭代中进行穿透检测。

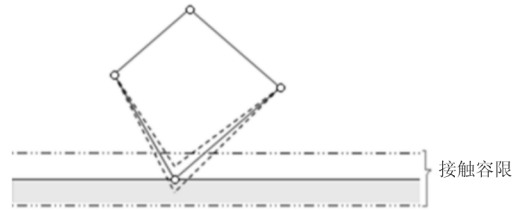


图 3 接触距离容限示意图

Fig. 3 Contact detection based on contact tolerance

此外,图 2 所示接触检测方式如果设定为在计算中由程序跟踪从节点的位置,并不断更新投影点和切平面,从而确定新的接触状态,此时也就转变为有限滑移接触检测。

3 接触约束的施加技术

常用的接触约束施加方法包括拉格朗日乘子法、罚函数法、直接约束法^[13-15]。

3.1 拉格朗日乘子法

拉格朗日乘子法是通过拉格朗日乘子施加接触体必须满足的非穿透约束条件,是一种带约束极值问题的描述方法,它是把约束条件加在一个系统中最完美的数学描述。在迭代求解中,应用拉格朗日乘子法时的系统控制方程一般形式为

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{U}^{(i)} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{U}^{(i)} \\ 0 \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} K^{(i-1)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & K_{\lambda}^{(i-1)} \\ K_{\lambda}^{(i-1)} & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \Delta U^{(i)} \\ \Delta \lambda^{(i)} \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{U}^{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{U}^{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F^{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_c^{(i-1)} \\ \Delta_c^{(i-1)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

式中: M, C, U 分别为质量、阻尼和位移矩阵; $K^{(i-1)}$ 为第 $i-1$ 次迭代后主面刚度矩阵; $K_{\lambda}^{(i-1)}$ 为第 $i-1$

次迭代后包含接触约束关系的接触矩阵; R 为外部节点载荷; $F^{(i-1)}$ 为相应的内部应力等效的节点力; $K_c^{(i-1)}$ 为节点接触力; $\Delta_c^{(i-1)}$ 为接触点的穿透量; $\Delta\lambda^{(i)}$ 为拉格朗日乘子函数。

该方法虽然增加了系统变量数目,且需要在数值方案中处理非正定系统,需要额外的操作才能保证计算精度,但计算中无需用户指定穿透刚度,可以避免由于穿透刚度选择不当而带来的计算不收敛问题。

3.2 罚函数法

罚函数法的原理是一旦接触区域发生穿透,罚函数便夸大这种误差的影响,从而使系统的求解(满足力的平衡和位移的协调)无法正常实现。从物理意义上讲,用罚函数法施加接触约束相当于在物体之间指定弹性变形的区域,其作用类似非线性弹簧^[16-17],该方法不增加未知量数目,但会增加系统矩阵带宽。在实际的计算中,罚函数通常不是一个恒定的常量,Abaqus 常用的指数型罚函数接触约束关系如图 4 所示^[11]。

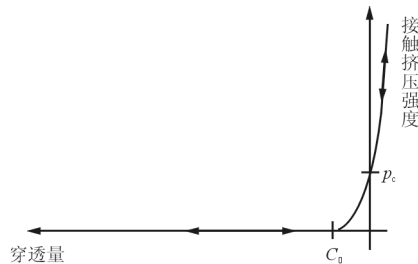


图 4 指数型罚函数与穿透量关系

Fig. 4 Exponential penalty function and penetration relation diagram

3.3 直接约束法

用直接约束法处理接触问题的原理是追踪物体的运动轨迹,一旦探测出发生接触,便将接触所需的运动约束和节点力作为边界条件直接施加在产生接触的节点上。例如在分析柔性体与刚体接触的时候,约束条件是不允许有穿透发生,此时系统直接给柔性体中有接触的节点施加对应的位移边界条件,使得节点的位移增量和与之发生接触的刚性面变化一致,每一迭代步的位移约束量满足如下方程式:

$$\begin{cases} (\Delta u_n)^0 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_0 \\ (\delta u_n)^i = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_1 - \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_0 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_0$ 为不同迭代步的刚体表面法线方向向量; \mathbf{v} 为预估的刚体表面位移。

该方法不需要增加特殊的界面单元,也不增加系统自由度数,但由于接触关系的变化会增加系统矩阵带宽。另外,直接约束法的关键在于准确预测施加在从节点的约束量。对于柔性体与刚体接触的情况,在直接约束法中由于节点位移约束是根据接触面的预知位移或速度以及表面形状来确定的,因此,当接触面网格越细致,表面形状就越准确,相应的位移约束也就越准确,计算精度也会更高。

4 接触算法适用性对比算例

为了比较不同接触算法在复合材料机械连接结构应力分析中的适用性,以 Wang W C 等^[18]开展的单向板销钉连接应力试验中的试验件为计算对象,利用有限元方法对单向板销钉连接试验件进行孔边应力分布数值计算(模型参数详见文献^[18]),并将计算结果与试验数据^[18]进行对比。

4.1 接触检测技术适用性对比算例

在接触检测技术中,由 Gap 元所定义的点点接触是用户在建模时就指定将要发生接触的节点对,并依据单元两节点的相对位置判定接触状态,属于小滑移接触检测,不需要进行接触探测,计算规模较小;而 Marc 中基于接触容限的接触检测可以设定为在计算中实施接触检测和接触对更新,因此属于有限滑移接触检测。为了对比二者的适用性,分别建立相应的有限元模型计算钉孔边缘径向应力并与试验值对比,如图 5 所示。

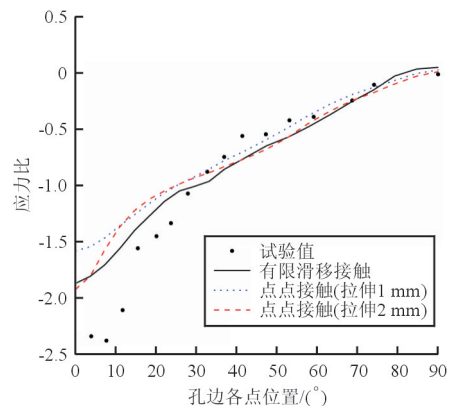


图 5 接触检测对孔边径向应力分布的影响

Fig. 5 The effect of contact detection on radial stress distribution at hole edge

由于试验件沿中心线方向施加拉伸载荷,在以孔中心为原点的圆柱坐标系中,随着孔边各点与中心线夹角由 90° 向 0° 趋近,它们对应的径向应力总体上呈逐渐增大的趋势。但值得注意的是,孔边最大径向应力并没有出现在 0° 位置,而是在 10° 位置附近。M. W. Hyer 等^[19]对这种现象进行了研究并认为这是由接触中的粘着效应和摩擦力共同作用所导致,而在有限元计算中,因为无法模拟接触的粘着效应,所以接触面之间必定存在一定程度的切向滑移量。

图 5 中采用基于 Gap 元的小滑移检测技术所得计算结果准确度低于有限滑移接触模型所得结果,其原因就是连接件与钉孔的接触面上有切向滑移存在,而 Gap 元的接触对不会随着接触面滑移而改变,所以此时再沿着原 Gap 元的方向判断接触状态已失效。

为了进一步说明 Gap 元的计算精度与切向位移量有关,图 5 分别给出了 1 mm 和 2 mm 位移载荷作用下钉孔周围的径向应力分布,由于位移载荷大小会影响钉孔的变形量,导致接触面上出现不同的切向位移,所以在不同位移载荷下计算所得径向应力比也不相同。

由此可知,对于螺栓连接结构应尽量采用有限滑移接触检测的模型。

4.2 接触约束施加技术适用性对比算例

采用拉格朗日乘子法施加接触约束通常用于接触状态可以预知的情况之下,此时所得解非常精确。但对于复合材料螺栓连接结构,由于切向滑移的存在,接触检测的误差将会完全引入分析过程,严重影响计算结果,因此下文只针对罚函数法和直接约束法进行对比分析。

罚函数法将在模型中引入较大的穿透刚度,且罚函数只有在穿透发生后才生效,因此会出现节点穿透的情况;而直接约束法则是将接触的位移约束转化到接触段的局部坐标系中,作为边界条件直接施加到节点上,使用直接约束法不会产生节点的穿透现象。本文分别采用罚函数法和直接约束法,以相同的有限元模型计算钉孔边的径向应力,计算结果如图 6 所示。

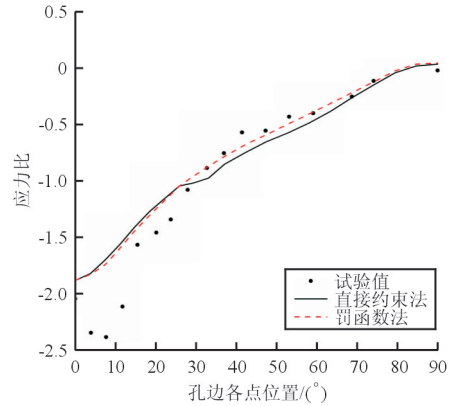


图 6 接触约束对孔边径向应力分布的影响

Fig. 6 The effect of contact constraints on radial stress distribution at hole edge

从图 6 可以看出:在孔边 30° 范围以内二者计算结果几乎一致,但是在约 30° 的位置由直接约束法所得计算结果出现了明显的奇异点,从而导致 30° 至 40° 范围内的计算结果与罚函数法差异较大。出现奇异点的原因在于直接约束法的求解精度依赖于对发生接触的节点所应满足的位移条件的预估准确度。在本例中,此位移条件由销钉的位移和接触表面形状所决定,当销钉固定时,其位移保持为 0。而接触表面形状则是利用样条函数和单元形函数共同描述的,因此与实际几何出现差异,如果增加接触面的单元密度,就能改善计算精度。

保持图 6 对应的有限元模型其余设置不变,仅将网格密度增加一倍后分别采用直接约束法和罚函数法所得计算结果如图 7 所示,证明了网格适当加密后,局部的奇异点得到有效消除,计算精度进一步提高。

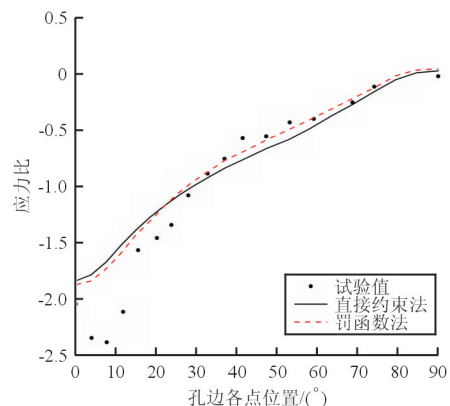


图 7 接触约束对孔边径向应力分布的影响(网格加密)

Fig. 7 The effect of contact constraints on radial stress distribution at hole edge with refined mesh

由此可见,虽然直接约束法可以不需要用户输入接触刚度等数据就能获得收敛的结果,但是需要用户建立与实际结构严格一致的模型和精度足够的网格,导致有限元建模的前处理工作相对繁琐;罚函数法对模型精度的要求则没有直接约束高,只需要用户选择合适的罚函数就可以保证结果收敛。

5 结 论

(1) 复合材料机械连接结构中连接件与钉孔之间存在着一定的切向滑移,因此尽量采用有限滑移接触检测方式,避免使用 Gap 元。

(2) 接触约束施加方法中,拉格朗日乘子法虽是施加约束最为准确的一种方法,但是需要准确判定接触状态,只适用于无滑移时的接触状况,因此不适用于易产生滑移的复合材料机械连接结构。

(3) 为了提高直接约束法的计算精度,可通过细分接触面网格的方式获取更为准确的位移约束。

(4) 采用罚函数方法时需合理选择罚函数使其满足接触刚度与接触体刚度相匹配,以避免计算不收敛。

(5) 对于复合材料机械连接结构中的接触问题,推荐采用有限滑移接触检测技术和罚函数法接触约束施加方法,兼顾建模效率及计算精度。

参考文献

- [1] Chang F K, Scott R A, Springer G S. Failure strength of nonlinearly elastic composite laminates containing a pin loaded hole[J]. *Journal of Composite Materials*, 1984, 18(5): 464-477.
- [2] Hahn H T, Tsai S W. Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminae[J]. *Journal of Composite Materials*, 1973, 7(1): 102-118.
- [3] 陈浩然, 息志臣. 复合材料机械连接件非线性接触应力分析[J]. *航空学报*, 1990, 11(7): 410-414.
Chen Haoran, Xi zhichen. Nonlinear contact stress analysis of composite bolted joints[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 1990, 11(7): 410-414. (in Chinese)
- [4] 张宝生, 陈家庆, 蒋力培, 等. Marc 在接触分析中的应用[J]. *北京石油化工学院学报*, 2003, 11(2): 38-41.
Zhang Baosheng, Chen Jiaqing, Jiang Lipai, et al. Application of advanced nonlinear finite element analysis software Marc in contact analysis[J]. *Journal of Beijing Institute of Petro-chemical Technology*, 2003, 11(2): 38-41. (in Chinese)
- [5] 龚思楚, 张宪政, 梅李霞, 等. 基于 ABAQUS 接触算法结构强度分析[J]. *教练机*, 2016, (4): 28-31.
Gong Sichu, Zhang Xianzheng, Mei Lixia, et al. Structure strength analysis based on ABAQUS contact arithmetics[J]. *Trainer*, 2016, (4): 28-31. (in Chinese)
- [6] 陈向明, 柴亚南, 沈真. 自定义粘接元接触技术在复合材料连接强度分析中的应用[J]. *复合材料学报*, 2011, 28(6): 230-236.
Chen Xiangming, Chai Yanan, Shen Zhen. Application of contact technology based on the user-defined cohesive element in the strength analysis of composite fastened joint[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2011, 28(6): 230-236. (in Chinese)
- [7] 郑洁, 李龙彬, 钱超. 复合材料机械连接层合板孔边应力集中研究[J]. *航空工程进展*, 2012, 3(4), 438-441.
Zheng Jie, Li Longbin, Qian Chao. Study on hole edge stress concentration of composite laminates[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2012, 3(4), 438-441. (in Chinese)
- [8] Zhou Y H, Nezhad H Y, Hou C, et al. A three dimensional implicit finite element damage model and its application to single-lap multi-bolt composite joints with variable clearance[J]. *Composite Structures*, 2015, 131, 1060-1072.
- [9] Zhou Y H, Nezhad H Y, McCarthy M A, et al. A study of intra-laminar damage in double-lap, multi-bolt, composite joints with variable clearance using continuum damage mechanics[J]. *Composite Structures*, 2014, 116, 441-452.
- [10] Sang H Lee. MSC/NASTRAN handbook for nonlinear analysis: based on Version 67[M]. USA: The Macneal-Schwendler Corporation, 1992.
- [11] Dassault Systemes. ABAQUS analysis user's manual[M]. USA: Dassault Systemes Simulia Corporation, 2012.
- [12] MSC. Software Corporation. MARC 2007R1 user's manual, Volume A(Theory and user information)[M]. USA: MSC Software Corporation, 2007.
- [13] Bath K J, Bouzinov P A. On the constraint function method for contact problems[J]. *Computer and Structures*, 1997, 64(5/6): 1069-1085.
- [14] Pantano A, Averill R C. A penalty-based finite element interface technology[J]. *Computers and Structures*, 2002, 80(22): 1725-1748.
- [15] Zavarise G, Lorenzis L D. A modified node-to-segment algorithm passing the contact patch test[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009, 79(4): 379-416.
- [16] Mayer M H, Gaul L. Segment-to-segment contact elements for modelling joint interfaces in finite element analysis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(2): 724-734.

- Zhou Can, Ge Junfeng, Ye Lin, et al. Design and experiment of aircraft SLD icing detector[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(10): 2213-2218. (in Chinese)
- [14] 张洪, 叶林, 张杰. 飞机结冰探测技术初探[J]. 国际航空, 2007(10): 65-67.
- Zhang Hong, Ye Lin, Zhang Jie. Discussion on problems of aircraft ice detection[J]. International Aviation, 2007(10): 65-67. (in Chinese)
- [15] 刘治军. 基于 FPGA 的结冰探测系统设计与实现[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013.
- Liu Zhijun. Design and implementation of FPGA-based icing detection system[D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2013. (in Chinese)
- [16] 王小辉, 朱丽. 飞机结冰探测技术及工程应用[C]. 西安: 中国航空学会, 2015: 421-424.
- Wang Xiaohui, Zhu Li. Icing detection technology on aircraft and engineering application[C]. Xi'an: Chinese Society of Aeronautics and Astronautics, 2015: 421-424. (in Chinese)
- [17] 修忠信. 民用飞机系统安全性设计与评估技术概论[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2013.
- Xiu Zhongxin. System safety design & assessment in civil aircraft[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2013. (in Chinese)
- [18] 杨军, 闫锋. 基于 FTA 的飞机空调组件关断的故障分析[J]. 中国民航大学学报, 2011, 29(1): 8-12.
- Yang Jun, Yan Feng. Fault analysis of conditioning pack valve shut off based on FTA[J]. Journal of Civil Aviation University of China, 2011, 29(1): 8-12. (in Chinese)
- [19] FAA. Airplane and engine certification requirements in supercooled large drop, mixed phase, and ice crystal icing conditions[EB/OL]. [2017-11-03] <http://www.gpo.gov/fdsys/pkg/FR-2010-06-29/pdf/2010-15726.pdf>.
- [20] 杨长进. 民航概论[M]. 北京: 航空工业出版社, 2014.
- Yang Changjin. An introduction to civil aviation[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2014. (in Chinese)
- [21] SAE. SAE ARP4761 Guideline and methods for conducting the safety assessment process on civil airborne systems and equipment[S]. US: SAE, 1996.
- [22] FAA. FAA-AC 25.1309-1B[Draft]. System design and analysis[S]. US: FAA, 2002.

作者简介:

王小辉(1986—),男,硕士研究生,工程师。主要研究方向:飞机防除冰系统的设计与试验、飞机适航安全性。

车程(1980—),男,硕士,高级工程师。主要研究方向:军民机适航、系统安全性。

瑚洋(1985—),女,硕士研究生,工程师。主要研究方向:飞机防除冰系统的设计。

华铭(1989—),男,硕士,工程师。主要研究方向:民机适航、系统安全性。

(编辑:赵毓梅)

(上接第 214 页)

- [17] Solberg J M, Papadopoulos P. An analysis of dual formulations for the finite element solution of two-body contact problems[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(25/26): 2734-2780.
- [18] Wang W C, Sheu Y M. Stress analysis of bolted joints in CFRP laminates by half-fringe birefringent-coating technique[J]. Composite Structures, 1996, 34(1): 91-100.
- [19] Hyer M W, Liu D. Stresses in a quasi-isotropic pin-loaded connector using photoelasticity[J]. Experimental Mechanics, 1984, 24(1): 48-53.

作者简介:

李沛城(1987—),男,博士研究生。主要研究方向:复合材料结构设计。

赵美英(1962—),女,博士,教授,博导。主要研究方向:飞行器总体设计、飞行器结构设计。

侯赤(1981—),男,博士,讲师。主要研究方向:飞行器结构设计、飞行器结构热防护。

(编辑:赵毓梅)