

文章编号:1674-8190(2019)01-116-08

移动质量法结合分形维数的旋转梁损伤检测

韩伟,毛崎波,田文昊

(南昌航空大学 飞行器工程学院,南昌 330063)

摘要: 旋转梁结构广泛应用于航空工程领域,其健康状况直接关系到航空器的飞行安全,对旋转梁结构进行损伤检测能够及时发现损伤,从而避免因结构损伤而造成的重大损失。以变截面旋转裂纹梁为研究对象,通过移动质量法结合分形维数理论进行损伤检测。首先建立质量块-裂纹梁模型,计算得到固有频率随质量块位置变动曲线;然后运用分形维数理论得到固有频率曲线的分形维数曲线,进而识别出梁的损伤位置及其损伤程度;最后讨论裂纹位置、损伤程度、附加质量块大小以及转速对损伤检测的影响。结果表明:所提出的将移动质量法与分形维数理论相结合来进行损伤检测的方法,能够准确地识别损伤位置,还能够定性地反映出损伤程度。

关键词: 旋转裂纹梁;移动质量法;分形维数;损伤检测

中图分类号: TB123; O327; V267 **文献标识码:** A **DOI:** 10.16615/j.cnki.1674-8190.2019.01.015

Damage Detection for Rotating Beams by Using Auxiliary Mass Approach Combined with Fractal Dimension Method

Han Wei, Mao Qibo, Tian Wenhao

(School of Aircraft Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

Abstract: Rotating beam structure is widely used in the aerospace engineering field. Its health status is directly related to the flight safety of the aircraft. Damage detection of the rotating beam structure can detect the damage in time so as to avoid heavy losses due to structural damage. Taking variable-section rotating cracked beam as an example, the damage identification is based on auxiliary mass method combined with fractal dimension theory. Firstly, the mass-crack beam model is established, and the natural frequency curve is calculated with the mass position changing. Then the fractal dimension curve of natural frequency curve is obtained by using fractal dimension method, and the location and depth of the crack can be detected. Finally, the effects of crack position, crack depth, auxiliary mass and rotating speed are investigated in detail. The simulation results demonstrate the efficiency and accuracy of the proposed method.

Key words: rotating cracked beams; auxiliary mass method; fractal dimension; damage detection

0 引言

在航空工程中,有很多梁结构处于旋转运动状

态,例如螺旋桨、涡轮叶片等。这些结构长期在复杂恶劣的自然环境中处于高强度、高负荷运行状态,容易出现裂纹损伤,因此,对这些结构进行健康

收稿日期:2018-05-06; 修回日期:2018-05-18

基金项目:国家自然科学基金(11464031,51265037);航空科学基金(2015ZA56002)

通信作者:韩伟,1227368164@qq.com

引用格式:韩伟,毛崎波,田文昊.移动质量法结合分形维数的旋转梁损伤检测[J].航空工程进展,2019,10(1):116-123.

Han Wei, Mao Qibo, Tian Wenhao. Damage detection for rotating beams by using auxiliary mass approach combined with fractal dimension method[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2019, 10(1): 116-123. (in Chinese)

监测十分必要。基于振动的损伤检测技术具有无损、实时、高效等优点^[1],已得到国内外学者的广泛关注。常见的检测方法大都围绕模态振型或者固有频率而展开^[2-3]。基于模态振型的方法(例如曲率模态法、柔度曲率法等)虽然能够有效地定位损伤,但是其损伤指标的获取需依靠模态振型,必须进行大量试验,费时费力。

当结构发生损伤时,其固有频率会发生变化,因此利用损伤前后固有频率的变化可以进行损伤识别。相比模态振型,固有频率在试验中更容易获得,而且精度较高。然而基于固有频率的损伤检测方法存在一定的局限性:(1)易受环境噪声影响,抗噪能力较弱;(2)难以识别损伤位置和损伤程度。为了解决上述问题,Zhang Y 等^[4-5]、Zhong Shuncong 等^[6]提出了一种通过移动质量块得到系统的固有频率曲线的方法,用以检测圆筒管道结构的损伤情况,且通过实验表明移动质量法能够有效地识别出损伤位置,所需传感器少,布置灵活方便,实用性较强;2016年,Wang L 等^[7]利用移动质量法对几种铁路轨道的损伤情况进行了研究;Chen Y 等^[8]也提出了基于固有频率曲线和小波分析相结合的方法来检测梁结构的损伤情况。但是关于旋转梁结构的损伤识别研究仍相对较少,李录平等^[9]提出了风机叶片裂纹损伤定位方法,通过比较摆振方向上的前两阶振型的振型变化量对损伤进行定位。

上述关于移动质量法的研究均是通过与小波分析相结合的方式,由于旋转梁结构的损伤通常发生在局部位置,而分形维数在几何上能表征一个物体的局部不规则性,本文采用移动质量法结合分形维数理论进行旋转梁结构的损伤检测,研究裂纹位置、损伤程度、附加质量块大小以及转速对损伤检测的影响,最后讨论多裂纹情况的损伤检测。

1 质量块-裂纹梁模型

以变截面旋转梁为基础建立质量块-裂纹梁模型,如图 1 所示。梁的长度为 L ,梁的密度和弹性模量分别为 ρ 、 E ,转轴半径为 r ,转速为 Ω ,梁截面为矩形,其高度 $h(x)$ 和宽度 $b(x)$ 沿 x 轴方向减小,可以表示为

$$h(x) = h_0 \left(1 - c_h \frac{x}{L} \right) \quad (1)$$

$$b(x) = b_0 \left(1 - c_b \frac{x}{L} \right) \quad (2)$$

式中: h_0 和 b_0 分别为梁固定端截面的高度和宽度; c_h 和 c_b 分别为高度和宽度的渐变系数。

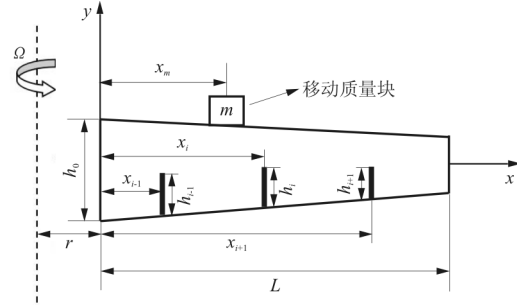


图 1 质量块-裂纹梁系统
Fig. 1 Mass-crack beam system

梁上含有 h 个开口裂纹和一个可移动质量块,第 i 个裂纹距梁固定端的距离为 x_i ,深度为 h_i ;质量块质量为 m ,距梁固定端的距离为 x_m 。由文献^[10]可知,裂纹可用无质量扭转弹簧模拟,如图 2 所示。

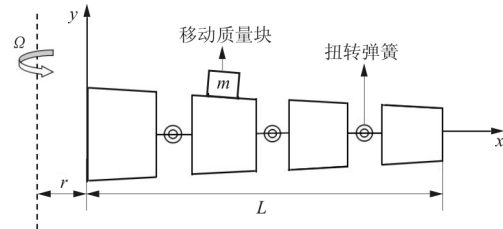


图 2 离散模型
Fig. 2 Discrete model

基于欧拉-伯努利梁理论,第 i 段完整梁的横向自由振动微分方程^[11]为

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y_i(x, t)}{\partial x^2} \right] + \rho A(x) \frac{\partial^2 y_i(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[T(x) \frac{\partial y_i(x, t)}{\partial x} \right] = 0 \quad (3)$$

式中: $x \in [x_{i-1}, x_i]$; $A(x)$ 和 $I(x)$ 分别为横截面积和惯性矩。

$$A(x) = b(x)h(x) = A_0 \left(1 - c_b \frac{x}{L} - c_h \frac{x}{L} + c_b c_h \frac{x^2}{L^2} \right) \quad (4)$$

$$I(x) = \frac{b(x)h^3(x)}{12} = I_0 \left(1 - c_b \frac{x}{L} \right) \left(1 - c_h \frac{x}{L} \right)^3 = I_0 \left(1 + \alpha_1 \frac{x}{L} + \alpha_2 \frac{x^2}{L^2} + \alpha_3 \frac{x^3}{L^3} + \alpha_4 \frac{x^4}{L^4} \right) \quad (5)$$

式中: $A_0 = b_0 h_0$; $I_0 = \frac{b_0 h_0^3}{12}$; $\alpha_1 = -(c_b + 3c_h)$; $\alpha_2 =$

$$3c_h(c_b + c_h); \alpha_3 = -c_h^2(3c_b + c_h); \alpha_4 = c_b c_h^3。$$

$T(x)$ 为旋转梁所受离心力, 可表示为

$$T(x) = \int_x^L [\rho A(x) \Omega^2 (r+x)] dx \quad (6)$$

根据振动分析理论可知, 梁的横向位移函数可分离为空间函数和时间函数, 即方程(3)的解具有如下形式:

$$\begin{aligned} & (1 + \alpha_1 X + \alpha_2 X^2 + \alpha_3 X^3 + \alpha_4 X^4) \frac{d^4 \Phi(X)}{dX^4} + 2(\alpha_1 + 2\alpha_2 X + 3\alpha_3 X^2 + 4\alpha_4 X^3) \frac{d^3 \Phi(X)}{dX^3} + \\ & (2\alpha_2 + 6\alpha_3 X + 12\alpha_4 X^2) \frac{d^2 \Phi(X)}{dX^2} - U^2 (\beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \beta_4 X^4) \frac{d^2 \Phi(X)}{dX^2} - \\ & U^2 (\beta_1 + 2\beta_2 X + 3\beta_3 X^2 + 4\beta_4 X^3) \frac{d\Phi(X)}{dX} - \lambda^2 (1 - c_b X - c_h X + c_b c_h X^2) \Phi(X) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } X = \frac{x}{L}; U = \sqrt{\frac{\rho A_0 \Omega^2 L^4}{EI_0}}; \Phi(X) = \frac{\phi(x)}{L}; \lambda = \\ \sqrt{\frac{\rho A_0 \omega^2 L^4}{EI_0}}; \beta_0 = \frac{1}{12} [12R + 3c_b c_h - 4(c_b + c_h - \\ c_b c_h R) + 6(1 - c_b R - c_h R)], \text{其中 } R = \frac{r}{L}; \beta_1 = -R; \\ \beta_2 = \frac{1}{2}(c_b R + c_h R - 1); \beta_3 = \frac{1}{3}(c_b + c_h - c_b c_h R); \beta_4 \\ = -\frac{c_b c_h}{4}。 \end{aligned}$$

根据 Frobenius 理论^[12], 第 i 段完整梁的自由振动位移为

$$\Phi_i(X) = N_{1i} F_1(X) + N_{2i} F_2(X) + N_{3i} F_3(X) + N_{4i} F_4(X) \quad (9)$$

式中: $F_j(X) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+1}(c_j) X^{n+c_j}$, $j=1, 2, 3, 4$; $X = x/L$; 系数 $N_{1i}, N_{2i}, N_{3i}, N_{4i}$ ($i=1, 2, 3, \dots, n+2$) 可由梁边界条件、裂纹及质量块处连续性条件来确定。

裂纹梁边界条件为

$$\begin{cases} \Phi_1(0) = 0 \\ \Phi'_1(0) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \bar{M}_{n+2}(1) = 0 \\ \bar{Q}_{n+2}(1) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

由文献[10]可知, 在第 i 条裂纹处连续性条件为

$$\begin{cases} \Phi_i(X_i) = \Phi_{i+1}(X_i) \\ \Phi'_i(X_i) + \theta_i \Phi''_i(X_i) = \Phi'_{i+1}(X_i) \\ \bar{M}_i(X_i) = \bar{M}_{i+1}(X_i) \\ \bar{Q}_i(X_i) = \bar{Q}_{i+1}(X_i) \end{cases} \quad (12)$$

$$w(x, t) = \phi(x) e^{i\omega t} \quad (7)$$

式中: $i = \sqrt{-1}$; $\phi(x)$ 和 ω 分别为振型函数和固有频率。

将式(7)代入式(3)进行变量分离并将变量无量纲化, 可得:

式中: X_i 为裂纹相对位置, $X_i = x_i/L$; θ_i 为梁的第 i 条裂纹引起的无量纲柔度^[13]。

$$\theta_i = 5.346 h_0 \cdot J(s_i) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} J(s_i) = & 1.862 4s_i^2 - 3.95s_i^3 + 16.37s_i^4 - 37.226s_i^5 + \\ & 76.81s_i^6 - 126.9s_i^7 + 172s_i^8 - 143.97s_i^9 + \\ & 66.56s_i^{10} \end{aligned} \quad (14)$$

式中: s_i 为相对裂纹深度, $s_i = h_i/h_0$ 。

由于式(13)中的无量纲柔度 θ_i 为 $J(s_i)$ 和固定端截面高度 h_0 的函数, 必须给定梁的固定端截面高度 h_0 才能得到无量纲柔度 θ_i 。

质量块处连续性条件为

$$\begin{cases} \Phi_{n+1}(X_m) = \Phi_{n+2}(X_m) \\ \Phi'_{n+1}(X_m) = \Phi'_{n+2}(X_m) \\ \bar{M}_{n+1}(X_m) = \bar{M}_{n+2}(X_m) \\ \bar{Q}_{n+1}(X_m) + \alpha \lambda^2 \Phi_{n+1}(X_m) = \bar{Q}_{n+2}(X_m) \end{cases} \quad (15)$$

式中: X_m 为质量块相对位置; $X_m = \frac{x_m}{L}$; $\alpha = \frac{m}{\rho A L}$;

为梁的平均截面积; α 为无量纲质量(质量块的质量与梁的质量之比)。

联合边界条件、裂纹处连续性条件、质量块处连续性条件可以得到由 $4(n+2)$ 个方程组成的齐次线性方程组:

$$\mathbf{K}(\lambda) \mathbf{N} = 0 \quad (16)$$

式中:

$$\mathbf{K}(\lambda) = \begin{bmatrix} K_{11}(\lambda) & \cdots & K_{1,4(n+2)}(\lambda) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{4(n+2),1}(\lambda) & \cdots & K_{4(n+2),4(n+2)}(\lambda) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{N} = [N_{11} \ N_{21} \ N_{31} \ N_{41} \ \cdots \ N_{1,n+2} \ N_{2,n+2} \ N_{3,n+2} \ N_{4,n+2}]^T.$$

因为方程(16)存在非零解,故得到频率方程:

$$|\mathbf{K}(\lambda)| = 0 \quad (17)$$

由式(17)可解出无量纲固有频率 λ 。

2 数值模拟

当质量块在梁上移动时,结构的固有频率会发生改变。当质量块移动到裂纹位置附近时,由于局部质量增加,引起局部刚度下降,裂纹附近的固有频率降低。质量块会放大裂纹损伤对固有频率的影响。因此,利用移动质量法所得的固有频率曲线

$$X_k^m(t) = \left\{ x(m), x(m+k), \dots, x\left[m + \text{int}\left(\frac{N-m}{k}\right)k\right] \right\} \quad (m=1, 2, \dots, k) \quad (18)$$

每一个重构序列的曲线长度为

$$L_m(k) = \frac{1}{k} \left[\sum_{i=1}^{\text{int}\left(\frac{N-m}{k}\right)} |x(m+ik) - x[m+(i-1)k]| \right] \frac{N-1}{\text{int}\left(\frac{N-m}{k}\right)k}$$

可用重构序列长度的平均值近似表示初始序列长度:

$$L(k) = \frac{1}{k} \times \sum_{m=1}^k L(m, k) \quad (19)$$

对于不同的 k 值,可求出 k 与 $L(k)$ 的关系:

$$L(k) \sim k^{-FD} \quad (20)$$

对式(20)两边取对数,可得:

$$\lg[L(k)] = FD \times \lg\left(\frac{1}{k}\right) + C \quad (21)$$

式中: C 为常数; FD 为该时间序列的分形维数。

在时间序列曲线上开设定尺度窗口,计算窗口内曲线段的 FD , 均匀拖动窗口,可得到关于 FD 的曲线,称为 HFD 曲线。

2.2 损伤检测

选取质量块-裂纹梁系统(如图 1 所示)为研究对象,假定无量纲转轴半径 $R=0$, 固定端截面高度 $h_0=0.02$ m, 高度渐变系数 $c_h=0.3$, 宽度渐变系数 $c_b=0.1$ 。应用移动质量法结合 Higuchi 分形理论进行损伤检测,并分别讨论裂纹位置、损伤程度、质量块大小以及转速对损伤检测的影响。

包含结构损伤信息。

2.1 分形维数理论

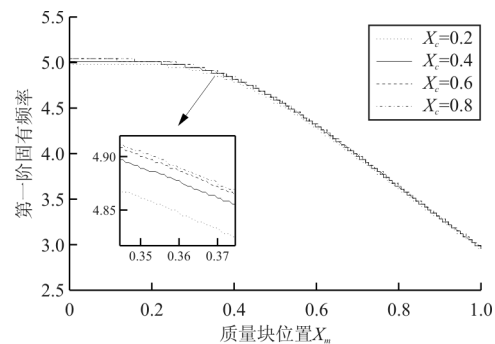
分形理论是现代数学的一个分支,它反映了复杂形体占有空间的有效性^[14]。目前,分形维数理论^[14-17]在几何、地理、生物等领域均有广泛的应用。Higuchi 通过修改 Burlage 和 Klein 的算法,提出了一种用于计算时间序列分形维数的算法^[18]。具体计算步骤如下:

对离散时间序列 $x(1), x(2), \dots, x(N)$ 进行重构,得到重构序列 X_k^m ,如式(18)所示。

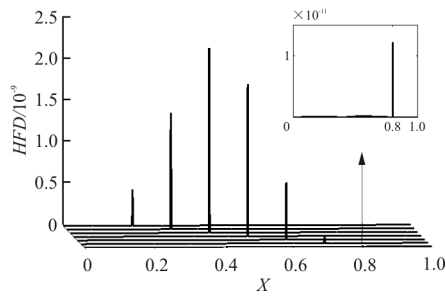
2.2.1 损伤位置识别

假设裂纹梁的无量纲转速 $U=3$, 无量纲质量 $\alpha=0.3$, 相对裂纹深度 $s=0.3$, 裂纹相对位置分别在 $X_c=0.2 \sim 0.8$ 处,画出 X_c 分别为 0.2、0.4、0.6、0.8 这四种损伤工况下的第一阶无量纲固有频率曲线,如图 3(a)所示,可以看出:随着裂纹位置向自由端移动,固有频率逐渐增大,然而却无法直接判断裂纹位置。

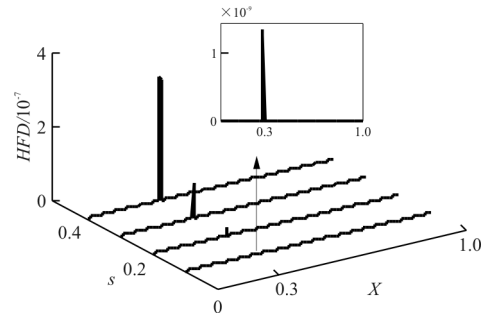
根据 Higuchi 分形理论计算固有频率曲线的 HFD 曲线,如图 3(b)所示。



(a) 第一阶固有频率曲线



(b) 不同裂纹位置的 HFD 曲线



(b) 不同损伤程度的 HFD 曲线

图 3 不同裂纹位置时的一阶固有频率曲线和相应的 HFD 曲线

Fig. 3 First natural frequency curves and corresponding HFD curves for different crack positions

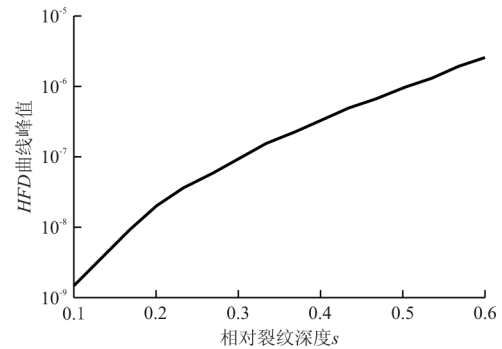
从图 3(b)可以看出:在各裂纹处 HFD 曲线均有明显峰值出现,曲线峰值随着裂纹位置向自由端移动而呈现出先增大后减小的趋势,表明 Higuchi 分形方法能够准确地识别出损伤位置。

2.2.2 分形方法对损伤程度的敏感性

假设裂纹梁转速 $U=3$,无量纲质量 $\alpha=0.3$,裂纹相对位置在 $X_c=0.3$ 处,相对裂纹深度 s 依次为 0.1、0.2、0.3、0.4,计算第一阶无量纲固有频率曲线,如图 4(a)所示,可以看出:随着裂纹深度的增加,其固有频率呈减小趋势。

运用 Higuchi 分形方法计算固有频率曲线的 HFD 曲线,其结果如图 4(b)所示,可以看出:随着裂纹深度的增加,HFD 曲线峰值逐渐升高,可见 Higuchi 分形方法对裂纹损伤程度具有很好的敏感性。

HFD 曲线峰值与裂纹深度的关系如图 4(c)所示,可以看出:HFD 曲线峰值随裂纹深度的增加而呈现单调递增趋势,表明 Higuchi 分形方法能够定性地反映损伤程度。



(c) HFD 曲线峰值与裂纹深度的关系

图 4 Higuchi 分形方法对损伤程度的敏感性

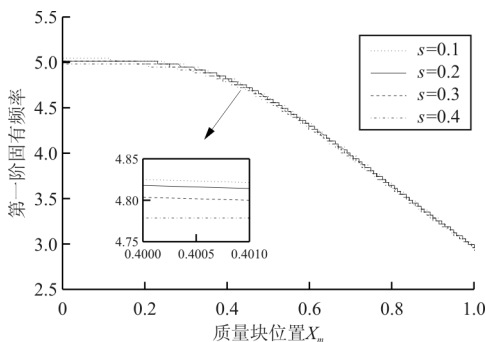
Fig. 4 Sensitivity of Higuchi fractal method to degrees of damage

2.2.3 质量块大小对损伤检测的影响

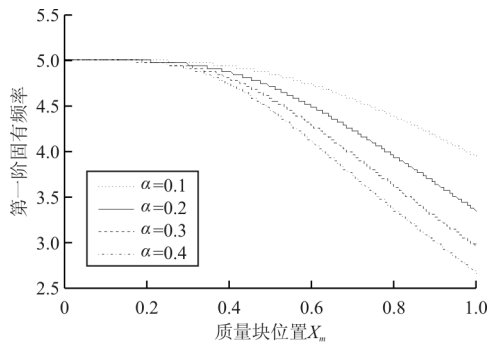
设定裂纹梁转速 $U=3$,裂纹相对位置在 $X_c=0.3$ 处,相对裂纹深度 $s=0.3$,无量纲质量 α 依次为 0.1、0.2、0.3、0.4,计算第一阶固有频率曲线,如图 5(a)所示,可以看出:第一阶固有频率从 $X_m=0.2$ 附近开始随着无量纲质量的增加而呈现减小趋势,且变化率逐渐增大。

运用 Higuchi 分形方法计算固有频率曲线的 HFD 曲线,如图 5(b)所示,可以看出:随着无量纲质量 α 增大,HFD 曲线在裂纹处的峰值也逐渐增大。

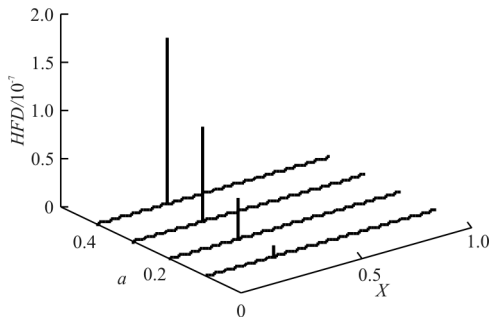
HFD 曲线峰值与质量块大小的关系如图 5(c)所示,可以看出:HFD 曲线峰值随 α 单调递增,且当 $0.1 \leq \alpha \leq 0.5$ 时,曲线变化率增大;当 $\alpha > 0.5$ 时,曲线变化率减小。因此, α 取 0.4~0.6 为宜。



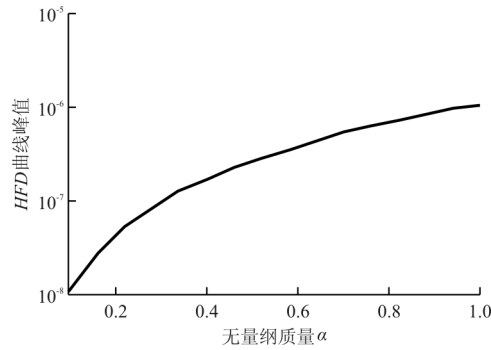
(a) 第一阶固有频率曲线



(a) 第一阶固有频率曲线



(b) 不同质量块大小时的 HFD 曲线



(c) HFD 曲线峰值与质量块大小的关系

图 5 质量块大小对损伤检测的影响

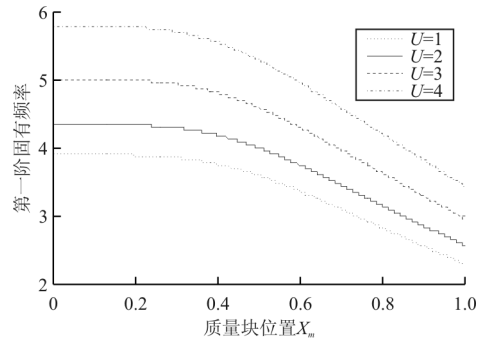
Fig. 5 Effect of mass size on damage detection

2.2.4 转速对损伤检测的影响

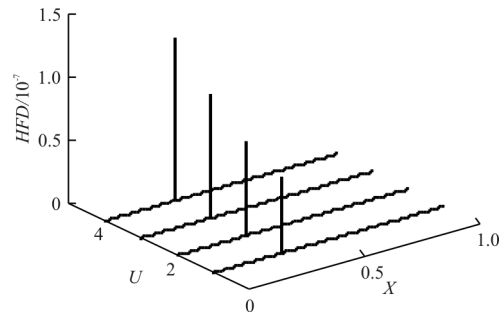
假设裂纹相对位置在 $X_c = 0.3$ 处, 相对裂纹深度 $s = 0.3$, 无量纲质量 $\alpha = 0.3$, 无量纲转速 U 依次为 1、2、3、4, 计算第一阶固有频率曲线, 如图 6 (a) 所示, 可以看出: 随着转速的提升, 第一阶固有频率随之增大, 各转速所对应的固有频率随着质量块的右移而呈现减小趋势, 且从 $X_m = 0.4$ 开始, 固有频率曲线变化率逐渐增大。

计算固有频率曲线的 HFD 曲线, 如图 6 (b) 所示, 可以看出: 随着转速升高, HFD 曲线峰值也随之增大。

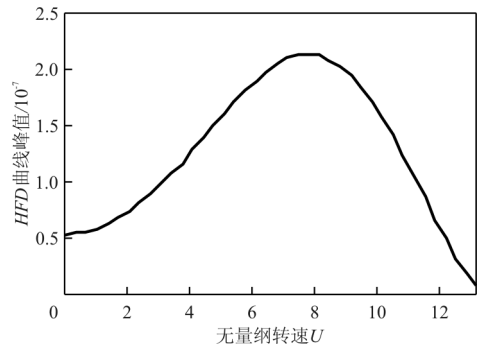
HFD 曲线峰值与转速的关系如图 6 (c) 所示, 可以看出: 当转速从 0 递增至 8 时, HFD 曲线峰值单调递增; 当转速从 8 递增至 13 时, 曲线峰值单调递减。因此, 当转速为 8 时损伤检测效果最佳。



(a) 第一阶固有频率曲线



(b) 不同转速时的 HFD 曲线



(c) HFD 曲线峰值与转速的关系

图 6 转速对损伤检测的影响

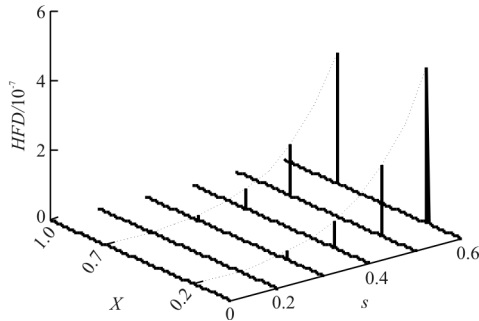
Fig. 6 Effect of rotating speed on damage detection

2.2.5 双裂纹损伤检测

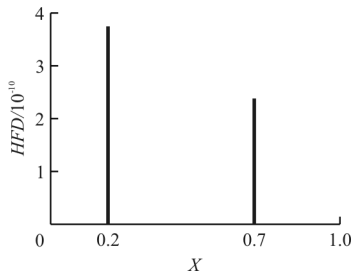
为了进一步检验本文方法对多裂纹损伤梁的有效性, 以双裂纹损伤工况为例进行研究。假设裂纹 1 位于 $X_1 = 0.2$ 处, 裂纹 2 位于 $X_2 = 0.7$ 处, 相对裂纹深度 s 从 0.1 渐变至 0.6。运用 Higuchi 分形方法进行数值模拟计算, 结果如图 7 所示。(为了更清楚地看出相对裂纹深度 $s = 0.1$ 、 $s = 0.2$ 的

损伤检测结果,给出局部放大图,如图 7(b)、图 7(c)所示。)

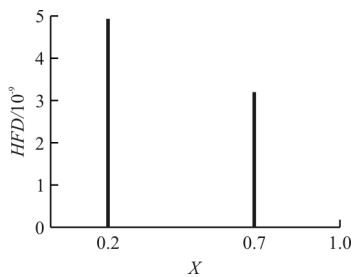
从图 7(a)可以看出:随着裂纹深度的增加, HFD 曲线的峰值逐渐增大,表明在双裂纹损伤工况下,Higuchi 分形方法对损伤程度仍然具有敏感性。



(a) 不同损伤程度时的 HFD 曲线



(b) $s=0.1$



(c) $s=0.2$

图 7 双裂纹损伤检测

Fig. 7 Double crack detection

3 结 论

(1) 本文提出的将移动质量法与分形维数理论相结合来进行损伤检测的方法,能够准确地识别出损伤位置,并且对裂纹损伤程度具有很好的敏感性,能够定性地反映出损伤程度。

(2) HFD 曲线峰值随无量纲质量 α 单调递增,且当 $0.1 \leq \alpha \leq 0.5$ 时,曲线变化率增大;当 $\alpha >$

0.5 时,曲线变化率减小,因此, α 取 $0.4 \sim 0.6$ 为宜;当转速从 0 递增至 8 时, HFD 曲线峰值单调递增,当转速从 8 递增至 13 时,曲线峰值单调递减,因此当转速为 8 时损伤检测效果最佳。

(3) 对于多裂纹损伤工况,本文方法同样适用,对损伤程度仍然具有敏感性。

参考文献

- [1] Carden E P. Vibration based condition monitoring: a review [J]. Structural Health Monitoring, 2004, 3(4): 355-377.
- [2] Pandey A K, Biswas M. Damage detection in structures using changes in flexibility[J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 169(1): 3-17.
- [3] 董五安, 杨世浩. 频率变化平方比向量确定结构损伤位置 [J]. 噪声与振动控制, 2013(3): 226-230.
Dong Wuan, Yang Shihao. Identification of structure damage positioning using frequency-change square ratio vector [J]. Noise and Vibration Control, 2013(3): 226-230. (in Chinese)
- [4] Zhang Y, Seng T L, Xiang Z, et al. A frequency shift curve based damage detection method for cylindrical shell structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(6): 1671-1683.
- [5] Lie S T, Zhang Y, Wang L Q. Damage detection in compressed natural gas(cng) cylinders based on auxiliary mass induced frequency shift [J]. Experimental Mechanics, 2015, 55(3): 487-498.
- [6] Zhong Shuncong, Zhong Jianfeng, Zhang Qiukun, et al. Quasi-optical coherence vibration tomography technique for damage detection in beam-like structures based on auxiliary mass induced frequency shift[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017(9): 241-254.
- [7] Wang L, Seng T L, Zhang Y. Damage detection using frequency shift path[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016(66/67): 298-313.
- [8] Chen Y, Oyadji S O. Damage detection using modal frequency curve and squared residual wavelet coefficients-based damage indicator[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 83: 385-405.
- [9] 李录平, 李芒芒, 晋风华, 等. 振动检测技术在风力机叶片裂纹故障监测中的应用[J]. 热能动力工程, 2013, 28(2): 207-212.
Li Luping, Li Mangmang, Jin Fenghua, et al. Applications of the vibration detection technologies in monitoring the blade crack fault of wind turbines[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2013, 28(2): 207-212. (in Chinese)
- [10] Ostachowicz W M, Krawczuk M. Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 150(2): 191-201.

- [11] 韩伟, 毛崎波. 用动态刚度法分析旋转变截面梁横向振动特性[J]. 噪声与振动控制, 2018, 38(2): 18-21.
Han Wei, Mao Qibo. Analysis of free vibration of rotating tapered beams using dynamic stiffness method[J]. Noise and Vibration Control, 2018, 38(2): 18-21. (in Chinese)
- [12] Naguleswaran S. Transverse vibration of an uniform eulernoulli beam under linearly varying axial force[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 275(1/2): 47-57.
- [13] Pandey A K, Biswas M, Samman M M. Damage detection from changes in curvature mode shapes[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 145(2): 321-332.
- [14] Qiao P, Cao M. Waveform fractal dimension for mode shape-based damage identification of beam-type structures[J]. International Journal of Solids and Structures, 2008, 45(22): 5946-5961.
- [15] 戴维·哈特. 重分形: 理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 3-5.
David Hart. Heavy fractals: theory and application[M]. Beijing: Science Press, 2012: 3-5. (in Chinese)
- [16] Li H, Huang Y, Bao Y. Output only earthquake damage detection of moment resist frame using wavelet analysis and fractal dimension[J]. Proceedings of SPIE-the International Society for Optical Engineering, 2012, 8348: 60.
- [17] Lee E T, Eun H C. Damage detection of steel beam using frequency response function measurement data and fractal dimension[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2015, 137(3): 034503.
- [18] 秦建强, 孔祥玉, 胡绍林, 等. 一维时间序列分形维数算法对比分析[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(22): 33-38.
Qin Jianqiang, Kong Xiangyu, Hu Shaolin, et al. Performance comparison of methods for estimating fractal dimension of time series[J]. Computer Engineering and Applications, 2016, 52(22): 33-38. (in Chinese)

作者简介:

韩伟(1992—),男,硕士研究生。主要研究方向:基于振动的结构损伤检测。

毛崎波(1975—),男,博士,教授。主要研究方向:噪声与振动主动控制、压电智能材料的结构损伤检测。

田文昊(1992—),男,硕士研究生。主要研究方向:飞机复合材料结构振动与声控制。

(编辑:马文静)