

文章编号:1674-8190(2019)01-046-07

三维编织复合材料宏细观多尺度传热分析

黄志强^{1,2}, 聂玉峰¹, 李义强¹

(1. 西北工业大学 理学院, 西安 710072)

(2. 太原科技大学 应用科学学院, 太原 030024)

摘要: 近年来三维编织复合材料在航空、航天等领域得到了广泛应用, 而热传导性能是其重要的物理性能之一。根据三维四向编织复合材料细观单胞模型, 建立其热传导性能的宏细观多尺度模型, 包括等效热传导系数的均匀化模型和温度场分布的多尺度模型; 基于宏细观多尺度有限元算法, 计算三维四向编织复合材料的等效热传导系数, 并与实验结果进行对比; 在此基础上, 研究编织角和纤维体积含量对热传导系数的影响规律, 并确定材料内部的温度场分布。结果表明: 等效热传导系数与实验值吻合较好, 细观单胞模型能较为真实地反映三维四向编织复合材料的结构构形, 宏细观多尺度方法能有效预测三维编织复合材料的热传导性能, 并且能有效捕捉材料内部的局部振荡效应。

关键词: 三维编织复合材料; 热传导; 多尺度分析; 宏观等效性能; 细观温度场

中图分类号: TB33; V214.8

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2019.01.006

Multiscale Heat Transfer Analysis of Three-dimensional Braided Composites

Huang Zhiqiang^{1,2}, Nie Yufeng¹, Li Yiqiang¹

(1. School of Natural and Applied Sciences, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(2. School of Applied Science, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: 3D braided composites have been widely used in aerospace engineering and thermal conductivity is one of its important physical properties. Based on the mesoscopic unit cell of 3D 4-directional braided composites, the macro-and micro-multi-scale models for predicting thermal properties of 3D braided composites are established, including the homogenization model for the equivalent properties and multi-scale model for the temperature distribution. And the equivalent properties are calculated by the multiscale finite element algorithm. The calculated results agree well with the experimental ones. The influences of the braiding angle and fiber volume fraction on the thermal conductivity coefficient are also studied. In addition, the distributions of temperature field inside composites are determined, providing a basis for the analysis of the thermo-mechanical coupling problem. The results demonstrate that unit cell can reflect the real structure of 3D 4-directional braided composites, and the multiscale method is valid to predict the heat conduction performances of 3D braided composites, and can also capture the local oscillations of temperature field inside the composites.

Key words: 3D braided composites; heat conduction; multiscale analysis; macroscopic equivalent properties; mesoscopic temperature distribution

收稿日期:2018-09-10; 修回日期:2018-10-09

基金项目:国家自然科学基金(11471262)

通信作者:黄志强, huangzq4245@mail.nwpu.edu.cn

引用格式:黄志强, 聂玉峰, 李义强. 三维编织复合材料宏细观多尺度传热分析[J]. 航空工程进展, 2019, 10(1): 46-52.

Huang Zhiqiang, Nie Yufeng, Li Yiqiang. Multiscale heat transfer analysis of three-dimensional braided composites[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2019, 10(1): 46-52. (in Chinese)

0 引言

三维编织复合材料具有高冲击韧性、损伤容限与抗疲劳特性,结构可设计性强,能够实现异形件的净尺寸整体成型,可有效保障结构件物理力学性能的稳定性^[1-2]。因此,三维编织复合材料在航空、航天等领域得到了广泛应用,而热传导性能是其重要的物理性能之一。面对不断增长的工程应用需求,如何有效表征三维编织复合材料的细观结构并建立细观结构与宏观热传导性能之间的定量关系,已成为材料科学与工程领域的重要课题。

研究三维编织复合材料热传导性能的手段主要有试验方法和数值方法。由于三维编织复合材料组分相种类的多样性及细观结构的复杂性,其热传导性能具有较大的分散性,完全通过试验手段来获取热传导性能是不可取的。数值方法能有效克服试验方法的缺点,从而在预测三维编织复合材料热传导性能中得到了广泛的应用。程伟等^[3]采用“米”字型枝状单胞有限元模型和试验方法对三维四向编织复合材料的整体等效热传导系数进行了分析,但所用单胞模型与实际情况相差甚远,模拟结果并不理想;Liu Z G 等^[4]和李典森等^[5]建立了更真实的三维四向编织复合材料单胞模型,该模型区别于以往的“米”字型模型,进一步研究了三维编织复合材料的热传导性能;夏彪等^[6]采用周期性非绝热温度边界条件和周期性位移边界条件,建立了三维四向编织复合材料的有限元模型并计算得到有效热传导系数,所得数据比其他文献模型计算结果更接近实验数据;Jiang L L 等^[7]基于三维四向编织复合材料的螺旋型单胞几何模型,推导了三维四向编织复合材料热弹性问题的稳态热传导分析有限元方程,并对材料进行了稳态热传导分析;Dong K 等^[8]建立了三维四向编织复合材料的多尺度单胞模型并使用有限元方法分析了热传导性能,包括等效热传导系数和温度场分布;Fang W Z 等^[9]利用具有多重弛豫时间的格子波尔兹曼模型预测了三维四向编织复合材料的等效热传导系数,并与试验结果进行了对比;Gou J J 等^[10]发展了多尺寸单胞模型并预测了三维四向编织复合材料的等效热传导系数。

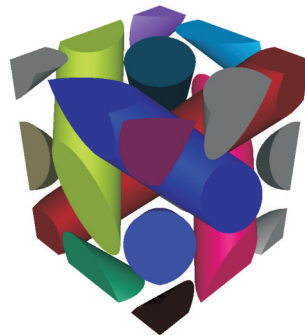
由于三维编织复合材料性能的不均匀性,直接使用传统数值方法时需要非常精细的网格才能捕

捉复合材料的局部特征,导致计算规模大幅增加。此外,传统有限元方法很难捕捉三维编织复合材料细观结构对宏观性能的影响,数值模拟结果存在较大的误差。因此,建立一种预测三维编织复合材料热传导性能有效的数值算法是十分必要的。三维编织复合材料具有典型的多尺度特征,而多尺度分析方法考虑了空间和时间的跨尺度与跨层次特征,并耦合相关尺度的物理机理,是求解材料科学和工程问题的重要手段。近年来,基于均匀化理论^[11-12],多尺度分析方法被成功用于预测不同复合材料结构的物理和力学性能^[13-16]。杨志强等^[17-19]发展了多孔复合材料结构的多尺度分析方法,并通过数值算例验证了模型与算法的有效性。而编织复合材料具有更为复杂的细观结构,发展相应的多尺度分析方法具有更为重要的工程应用价值。

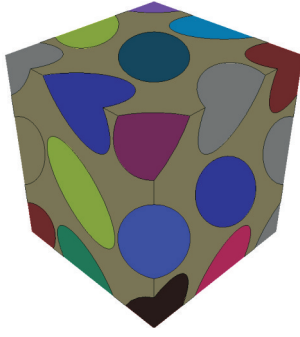
本文建立三维四向编织复合材料热传导性能的宏微观多尺度模型,并采用多尺度有限元算法分析三维四向编织复合材料的热传导性能。在此基础上,进一步研究编织角和纤维体积含量对材料热传导性能的影响规律。

1 三维编织复合材料单胞模型

三维编织复合材料具有复杂的空间拓扑关系,受计算机存储的限制,很难对三维编织复合材料整体结构进行分析。考虑到三维编织复合材料细观单胞结构呈周期性分布,本文以细观单胞为研究对象。根据单胞模型空间拓扑几何关系,采用 Python 语言在 Gmsh 软件上进行二次开发,建立三维四向编织复合材料的单胞模型,如图 1 所示(体分比为 54%,编织角为 41°)。



(a) 纤维取向和位置



(b) 纤维在基体中的分布

图 1 三维四向编织复合材料单胞几何模型

Fig. 1 Unit cell model of 3D 4-directional braided composite

2 宏观多尺度分析模型

根据上述三维编织复合材料的细观结构表征, 考虑如下热传导问题:

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[k_{ij}^\varepsilon(x) \frac{\partial T^\varepsilon(x)}{\partial x_j} \right] = h(x) & (x \in \Omega) \\ T^\varepsilon(x) = \bar{T}(x) & (x \in \Gamma_1) \\ n_i k_{ij}^\varepsilon(x) \frac{\partial T^\varepsilon(x)}{\partial x_j} = \bar{q}(x) & (x \in \Gamma_2) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $T^\varepsilon(x)$, $\bar{T}(x)$, $\bar{q}(x)$ 和 $h(x)$ 分别为温度场、边界温度、边界热流密度和内部热源; n_i 为边界 Γ_2 的外法线方向余弦; ε 为三维编织复合材料单胞 Y (如图 1 所示) 的尺寸。

令 $y = x/\varepsilon$ 表示单胞 Y 的局部坐标, 则 $k_{ij}^\varepsilon(x) = k_{ij}(y)$ 。

假设在单胞 Y 内温度场具有如下多尺度渐近展开形式^[17]:

$$T^\varepsilon(x) = T^0(x, y) + \varepsilon T^1(x, y) + \varepsilon^2 T^2(x, y) + \dots \quad (2)$$

由于 $y = x/\varepsilon$, 存在如下链式法则:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial y_i} \quad (3)$$

将式(2)~式(3)带入式(1), 并整理成 ε 幂级数的形式, 可得:

$$\begin{aligned} & -\varepsilon^{-2} \frac{\partial}{\partial y_i} \left[k_{ij}(y) \frac{\partial T^0(x, y)}{\partial y_j} \right] - \\ & \varepsilon^{-1} \frac{\partial}{\partial y_i} \left\{ k_{ij}(y) \left[\frac{\partial T^1(x, y)}{\partial y_j} + \frac{\partial T^0(x, y)}{\partial x_j} \right] \right\} - \\ & \varepsilon^{-1} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[k_{ij}(y) \frac{\partial T^0(x, y)}{\partial y_j} \right] - \\ & \varepsilon^0 \frac{\partial}{\partial y_i} \left\{ k_{ij}(y) \left[\frac{\partial T^2(x, y)}{\partial y_j} + \frac{\partial T^1(x, y)}{\partial x_j} \right] \right\} - \\ & \varepsilon^0 \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ k_{ij}(y) \left[\frac{\partial T^1(x, y)}{\partial y_j} + \frac{\partial T^0(x, y)}{\partial x_j} \right] \right\} + \\ & O(\varepsilon) = h(x) \end{aligned} \quad (4)$$

通过比较式(4)两端 ε 不同幂次的系数, 根据偏微分方程理论可分别定义 T^0 和 T^1 , 则温度场的多尺度渐近展开式可定义为

$$\begin{aligned} T^\varepsilon(x) \cong & T^0(x) + \varepsilon N_{a_1}(y) \frac{\partial T^0(x)}{\partial x_{a_1}} + \\ & \varepsilon^2 N_{a_1 a_2}(y) \frac{\partial^2 T^0(x)}{\partial x_{a_1} \partial x_{a_2}} \quad (x \in \Omega, y \in Y) \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $T^0(x)$ 为定义在宏观区域 Ω 上的均匀化解; $N_{a_1}(y)$ 为定义在单胞 Y 上的一阶局部单胞函数。

$N_{a_1}(y)$ 满足如下控制方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y_i} \left[k_{ij}(y) \frac{\partial N_{a_1}(y)}{\partial \xi_j} \right] = -\frac{\partial k_{\mu a_1}(y)}{\partial y_j} & (y \in Y) \\ \int_Y N_{a_1}(y) dy = 0 & (N_{a_1}(y) \in H_{\text{per}}^1(Y)) \end{cases} \quad (6)$$

进一步定义均匀化热传导系数 \hat{k}_{ij} :

$$\hat{k}_{ij} = \int_Y \left[k_{ij}(y) + k_{ip}(y) \frac{\partial N_j(y)}{\partial y_p} \right] dy \quad (7)$$

利用上述均匀化系数, 可以定义三维编织复合材料结构的均匀化热传导方程:

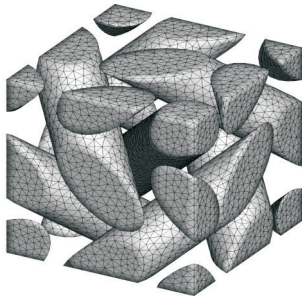
$$\begin{cases} \hat{k}_{ij} \frac{\partial^2 T^0(x)}{\partial x_i \partial x_j} = h(x) & (x \in \Omega) \\ T^0(x) = \bar{T}(x) & (x \in \Gamma_1) \\ n_i \hat{k}_{ij} \frac{\partial T^0(x)}{\partial x_j} = \bar{q}(x) & (x \in \Gamma_2) \end{cases} \quad (8)$$

基于一阶单胞函数 $N_{a_1}(y)$ 和均匀化系数 \hat{k}_{ij} 的定义, $N_{a_1 a_2}(y)$ 为定义在单胞 Y 上的二阶局部单胞函数, 并满足如下控制方程:

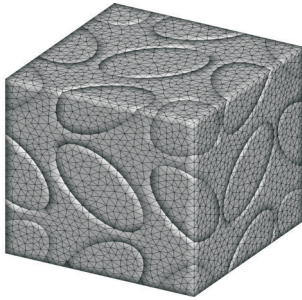
$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y_i} \left[k_{ij}(y) \frac{\partial N_{a_1 a_2}(y)}{\partial y_j} \right] = \hat{k}_{a_1 a_2} - \frac{\partial}{\partial y_i} [k_{i a_2}(y) N_{a_1}(y)] - k_{a_1 a_2}(y) - k_{a_2 j}(y) \frac{\partial N_{a_1}(y)}{\partial y_j} & (y \in Y) \\ \int_Y N_{a_1 a_2}(y) dy = 0 & (N_{a_1 a_2}(y) \in H_{\text{per}}^1(Y)) \end{cases} \quad (9)$$

3 多尺度有限元算法

在对三维四向编织复合材料的几何模型进行有限元网格剖分时,采用网格划分软件 Gmsh^[20]。将由 Python 二次开发建立的几何模型导入 Gmsh 进行剖分,即可得到所需要的有限元网格数据。体分比为 54%, 编织角为 41° 的单胞几何模型的四面体网格划分结果如图 2 所示。



(a) 纤维网格



(b) 单胞网格

图 2 三维四向编织复合材料单胞的有限元网格

Fig. 2 FE meshes of the unit cell of 3D 4-directional braided composite

基于上述单胞几何模型的建模过程及其有限元网格的划分结果,预测三维四向编织复合材料结构热传导性能的多尺度算法过程如下:

(1) 根据给定的纤维体分比和编织角,利用第 1 节的建模方法生成三维四向编织复合材料的单胞几何模型;确定复合材料中基体和纤维的热传导

系数,并生成有限元网格。

(2) 利用有限元方法求解边值问题(6),对应的离散变分形式为式(10),得到一阶单胞函数的数值解 $N_{a_1}^h(y)$ (h 为细观单胞的有限元网格剖分参数)。然后由式(7)的近似计算式(11)得到均匀化热传导系数 \hat{k}_{ij}^h 。

$$\begin{aligned} & \int_Y k_{ij}(y) \frac{\partial N_{a_1}^h(y)}{\partial y_j} \frac{\partial v}{\partial y_i} dy \\ &= \int_Y -k_{i a_1}(y) \frac{\partial v}{\partial y_i} dy \quad (\forall v \in V^h(Y)) \quad (10) \\ \hat{k}_{ij}^h &= \frac{1}{|Y|} \int_Y \left[k_{ip}(y) \frac{\partial N_j^h(y)}{\partial y_p} + k_{ij}(y) \right] dy \end{aligned} \quad (11)$$

(3) 根据已经求出的均匀化热传导系数并确定求解区域 Ω 的几何构造,使用有限元方法求解边值问题(8),对应的离散变分形式为式(12),得到温度场的有限元解 $T^{0h_0}(x)$ (h_0 为宏观区域的有限元网格剖分参数)。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \hat{k}_{ij}^h \frac{\partial T^{0h_0}(x)}{\partial x_i} \frac{\partial v}{\partial x_j} dx \\ &= \int_{\Omega} f(x) v dx + \int_{\Gamma_2} \bar{q}(x) v dS \quad (\forall v \in V^{h_0}(\Omega)) \end{aligned} \quad (12)$$

(4) 应用与第 2 步相同的有限元网格,利用有限元方法求解边值问题(9),对应的离散变分形式为式(13),得到二阶单胞函数的数值解 $N_{a_1 a_2}^h(y)$ 。

$$\begin{aligned} & \int_Y k_{ij}(y) \frac{\partial N_{a_1 a_2}^h(y)}{\partial y_j} \frac{\partial v}{\partial y_i} dy = \\ & \int_Y \left[k_{a_1 a_2}(y) - \hat{k}_{a_1 a_2}^h(x) + k_{a_2 j}(y) \frac{\partial N_{a_1}^h(y)}{\partial y_j} \right] v dy - \\ & \int_Y k_{i a_2}(y) N_{a_1}^h(y) \frac{\partial v}{\partial y_i} dy \quad (\forall v \in V^h(Y)) \quad (13) \end{aligned}$$

(5) 基于式(5),由式(14)可计算区域 Ω 内任一点处温度场的多尺度有限元近似解。

$$T_{h, h_0}^{\varepsilon}(x) = T^{0, h_0}(x) + \varepsilon N_{a_1}^h(y) \frac{\partial T_0^{h_0}(x)}{\partial x_{a_1}} +$$

$$\epsilon^2 N_{a_1 a_2}^h(x) \frac{\partial^2 N_0^h(x)}{\partial x_{a_1} \partial x_{a_2}} \quad (14)$$

4 算例分析

为了验证三维四向编织复合材料单胞模型的正确性,并检验多尺度方法用于三维四向编织复合材料热传导性能预测的有效性,数值计算出纤维增强编织复合材料的热传导系数,并与实验结果进行比较。基体的热导率为 0.18 W/mK,纤维的横向和纵向热导率分别为 1.00 和 8.00 W/mK。

三维四向编织复合材料横向热传导系数的多尺度计算结果和文献[3]中的实验结果、文献[6-7]中的数值计算结果的对比如表 1 所示。

表 1 横向热传导系数计算结果与文献[3,6-7]的结果对比

Table 1 Comparison of numerical results with the results in [3,6-7] for transverse thermal conductivity coefficient

样本	编织角/体分比		实验结果 ^[3] / [W · (mK) ⁻¹]	数值结果/[W · (mK) ⁻¹]		
	(°)			本文	文献[6]	文献[7]
1	41	0.54	0.694	0.635	0.750	0.783
2	41	0.56	0.730	0.695	0.776	0.815
3	42	0.57	0.700	0.657	0.811	0.839
4	42	0.58	0.780	0.741	0.825	0.841

从表 1 可以看出:本文采用均匀化方法得到的横向热传导系数与实验值吻合较好,且比文献[6-7]的预测结果更加接近实验值,但略低于实验值。

三维四向编织复合材料的热传导系数随编织角和纤维体积分数的变化曲线如图 3~图 4 所示。

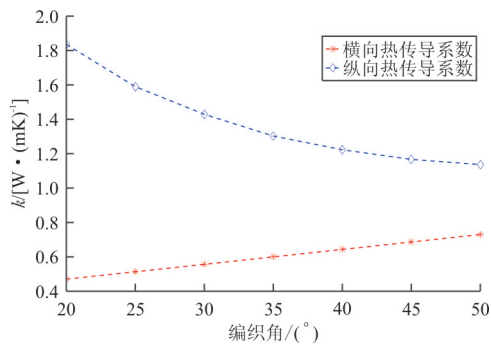


图 3 有效热传导系数随编织角的变化趋势

Fig. 3 Effective thermal conductivity variation with braiding angle

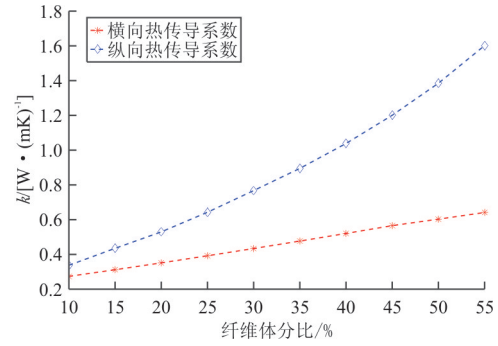


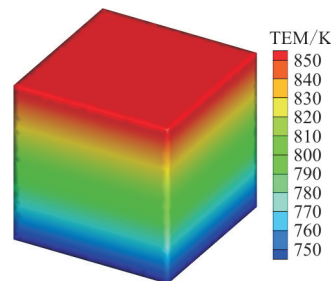
图 4 有效导热系数随纤维体分比的变化趋势

Fig. 4 Effective thermal conductivity variation with fiber's volume fraction

从图 3 可以看出:三维四向编织复合材料的纵向热传导系数整体上高于横向热传导系数,且编织角越小二者之间的差异越明显,表明三维四向编织复合材料的热传导性能具有明显的各向异性特征,且编织角越小,各向异性特征越明显;此外,三维四向编织复合材料的横向热传导系数随编织角的增加而不断增大,而纵向热传导系数随编织角的增加而不断减小,且编织角的变化对纵向热传导系数影响较大。这是因为纤维的热传导系数大于基体,且随着编织角的增大,横向纤维比例增大而纵向纤维比例减小,从而使得三维四向编织复合材料的横向热传导系数提高,而纵向热传导系数降低。

从图 4 可以看出:当编织角一定时,三维四向编织复合材料的横向和纵向热传导系数都随着纤维体积分数的增加而增加。

三维四向编织复合材料单胞内的温度分布情况如图 5 所示,可以看出:由于纤维的热传导系数明显大于基体的热传导系数,纤维束所在区域的温度值高于基体区域。此外,由于三维四向编织复合材料的各向异性,单胞的温度分布存在明显的不均匀性,而本文所采用的多尺度分析方法能有效捕捉温度场的不均匀性及局部振荡效应,为三维编织复合材料的热力耦合分析奠定基础。



(a) 单胞宏观均匀化温度场分布

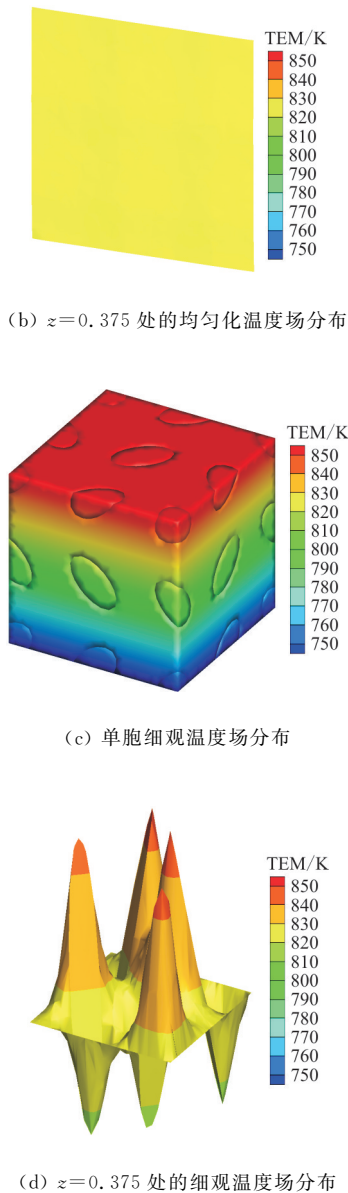


图 5 单胞内温度场分布

Fig. 5 The distribution of temperature inside the unit cell

5 结 论

(1) 宏细观多尺度方法能有效预测三维编织复合材料的热传导性能,并且能有效捕捉材料内部的局部振荡效应。

(2) 三维编织复合材料的热传导性能具有明显的各向异性特征,且编织角越小,各向异性特征越明显。

(3) 三维编织复合材料单胞模型中的温度分布表现出明显的不均匀性。

参考文献

- [1] 汪星明, 邢誉峰. 三维编织复合材料研究进展[J]. 航空学报, 2010, 31(5): 914-927.
Wang Xingming, Xing Yufeng. Developments in research on 3D braided composites[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(5): 914-927. (in Chinese)
- [2] Rana S, Figueiro R. Braided structures and composites: production, properties, mechanics, and technical applications[M]. Boca Raton: CRC Press, 2015.
- [3] 程伟, 赵寿根, 刘振国, 等. 三维四向编织复合材料等效热特性数值分析和试验研究[J]. 航空学报, 2002, 23(2): 102-105.
Cheng Wei, Zhao Shougen, Liu Zhenguo, et al. Thermal property of 3-d braided fiber composites: experimental and numerical results [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(2): 102-105. (in Chinese)
- [4] Liu Z G, Zhang H G, Lu Z X, et al. Investigation on the thermal conductivity of 3-Dimensional and 4-Directional braided composites [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2007, 20(4): 327-331.
- [5] 李典森, 卢子兴, 刘振国, 等. 三维五向编织复合材料导热性能的有限元分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(8): 1455-1460.
Li Diansen, Lu Zixing, Liu Zhenguo, et al. Finite element analysis of thermal conductivity of three dimensional and five directional braided composites[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(8): 1455-1460. (in Chinese)
- [6] 夏彪, 卢子兴. 三维编织复合材料热物理性能的有限元分析[J]. 航空学报, 2011, 32(6): 1040-1049.
Xia Biao, Lu Zixing. Finite element analysis on thermo-physical properties of 3D braided composites [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(6): 1040-1049. (in Chinese)
- [7] Jiang L L, Xu G D, Cheng S, et al. Predicting the thermal conductivity and temperature distribution in 3D braided composites[J]. Composite Structures, 2014, 108(1): 578-583.
- [8] Dong K, Zhang J, Jin L, et al. Multi-scale finite element analyses on the thermal conductive behaviors of 3D braided composites[J]. Composite Structures, 2016, 143: 9-22.
- [9] Fang W Z, Chen L, Gou J J, et al. Predictions of effective thermal conductivities for three-dimensional four-directional braided composites using the lattice Boltzmann method[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2016, 92: 120-130.
- [10] Gou J J, Fang W Z, Dai Y J, et al. Multi-size unit cells to predict effective thermal conductivities of 3D four-directional braided composites [J]. Composite Structures, 2017, 163: 152-167.

- [11] Bensoussan A, Lions J L, Papanicolaou G. Asymptotic analysis for periodic structures[M]. Rhode Island: American Mathematical Society, 2011.
- [12] Jikov V V, Kozlov S M, Oleinik O A. Homogenization of differential operators and integral functionals[M]. Berlin, Germany: Springer Science & Business Media, 2012.
- [13] Cui J Z, Cao L Q. Finite element methods based on two-scale asymptotic analysis[J]. *Mathematica Numerica Sinica*, 1998, 20(2): 89-102.
- [14] Feng Y P, Cui J Z. Multi-scale analysis for the structure of composite materials with small periodic configuration under condition of coupled thermoelasticity[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, 19(6): 585-592.
- [15] Han F, Cui J Z, Yu Y. The statistical second-order two-scale method for thermomechanical properties of statistically inhomogeneous materials[J]. *Computational Materials Science*, 2009, 46: 654-659.
- [16] 李义强, 杨自豪, 杨志强. 随机复合材料统计多尺度边界元算法研究[J]. *航空工程进展*, 2017, 8(2): 199-205.
Li Yiqiang, Yang Zihao, Yang Zhiqiang. Research on statistical multiscale boundary element algorithm for random composite materials[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2017, 8(2): 199-205. (in Chinese)
- [17] 杨志强, 崔俊芝, 张乔夫. 多孔材料辐射-传热耦合性能统计二阶双尺度计算[J]. *复合材料学报*, 2013, 30(2): 173-182.
Yang Zhiqiang, Cui Junzhi, Zhang Qiaofu. The statistical second-order two-scale analysis method for conduction-radiation coupled heat transfer of porous materials[J]. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2013, 30(2): 173-182. (in Chinese)
- [18] Yang Z Q, Cui J Z, Sun Y, et al. Multiscale computation for transient heat conduction problem with radiation boundary condition in porous materials[J]. *Finite Elements in Analysis & Design*, 2015, 102-103: 7-18.
- [19] Yang Z Q, Wang Z Q, Yang Z H, et al. Multiscale analysis and computation for coupled conduction, convection and radiation heat transfer problem in porous materials[J]. *Applied Mathematics & Computation*, 2018, 326: 56-74.
- [20] Geuzaine C, Remacle J. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009, 79(11): 1309-1331.

作者简介:

黄志强(1978—),男,博士研究生。主要研究方向:复合材料力学性能分析。

聂玉峰(1968—),男,博士,教授,博导。主要研究方向:科学工程计算的模型、理论与方法。

李义强(1984—),男,博士研究生。主要研究方向:边界元方法、并行计算。

(编辑:马文静)