

文章编号:1674-8190(2019)05-664-09

翼型气动优化设计问题多极值特性研究

何萌¹, 白俊强¹, 昌敏², 张煜¹

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

(2. 西北工业大学 无人系统技术研究院, 西安 710072)

摘要: 认识翼型气动外形优化问题设计空间的多极值特性, 有助于人们在翼型设计阶段选择合理的优化算法, 提高优化效率、缩短设计周期。研究 RAE2822 翼型在优化减阻过程中设计空间的多极值特性, 采用 ADODG case2 算例, 使用自由变形方法(FFD)对翼型进行参数化, 通过拉丁超立方抽样方法对翼型加入初始扰动; 使用基于梯度的优化算法对经过不同扰动后的翼型进行优化, 并将优化结果与全局优化算法的优化结果进行对比。结果表明: ADODG case2 可能是一个单峰值气动设计问题, 梯度算法能够得到相对满意的最优解, 并且具有更高的优化效率; 在给定面积约束的条件下, 对于翼型跨声速单点减阻优化问题, 设计空间很可能是单峰值的, 可直接使用梯度优化算法。

关键词: 翼型气动优化; 全局算法; 梯度算法; 多极值

中图分类号: V211.41

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2019.05.012

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Study on Multimodality in Aerodynamic Airfoil Optimization Design

He Meng¹, Bai Junqiang¹, Chang Min², Zhang Yu¹

(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(2. Unmanned System Research Institute, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Studying on the multi-extremum characteristics of airfoil aerodynamic shape optimization design space is helpful for people to choose a reasonable optimization algorithm in the airfoil design stage, improve the optimization efficiency and shorten the design cycle. This paper explores the multimodality of the RAE2822 airfoil optimization of drag minimization provided by AIAA Aerodynamic Design Optimization Discussion Group (ADODG). The airfoil is parameterized by using the FFD (free-form deform) parameterization technique, and the initial perturbation is added to the airfoil by using the uniform latin hypercube method. Then the gradient-based optimization algorithm is used to optimize the airfoil after different disturbances, and the optimization results are compared with the optimization results of the global optimization algorithm. The results show that ADODG case2 is probably a convex peak design problem. The gradient-based algorithm can obtain a relatively satisfactory optimal solution and has a higher optimization efficiency. The conclusion can be inferred from this study that airfoil transonic minimising drag optimization subject to area constraint is possible a convex peak design problem. Gradient optimization algorithms can be used directly.

Key words: airfoil aerodynamic optimization; global algorithm; gradient-based algorithm; multimodality

收稿日期: 2019-07-11; 修回日期: 2019-09-23

通信作者: 何萌, menghe029@mail.nwpu.edu.cn

引用格式: 何萌, 白俊强, 昌敏, 等. 翼型气动优化设计问题多极值特性研究[J]. 航空工程进展, 2019, 10(5): 664-672.

He Meng, Bai Junqiang, Chang Min, et al. Study on multimodality in aerodynamic airfoil optimization design[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2019, 10(5): 664-672. (in Chinese)

0 引言

飞行器气动外形优化研究已取得了显著的成果,通过采用优化算法,能够设计出高性能的翼型,甚至能进行复杂全机构型的设计。影响飞行器气动外形优化效率^[1]的两个主要因素为计算流体力学(Computational Fluid Dynamics,简称 CFD)和优化算法,目前 CFD 作为一项成熟的技术已广泛的应用于工程应用当中,而优化算法仍然有很大的发展空间。优化算法的合理选择依赖于优化问题,必须考虑设计变量的类型(例如离散和连续)、约束的数量、设计空间的特点(一般来说,对于大部分优化问题,设计空间是光滑的)。

目前常用的优化算法^[2]可以分为两类:一类是基于梯度的优化算法,这类算法需要目标函数的梯度信息,例如最速下降法、序列二次规划算法(Sequential Quadratic Programming,简称 SQP)等;另一类是全局优化算法,这类算法只需要目标函数值,而不需要目标函数的梯度信息,例如粒子群算法、遗传算法以及直接搜索算法等。全局算法耗时长,理论上其优化过程的极限可以收敛到全局最优解,优化效果比梯度算法好,但基于梯度的优化算法通常能迅速收敛到局部最优解。若气动优化问题是一个高度非线性、多峰值的问题,基于梯度的优化算法在求解这类问题时对初始设计点的选择有很强的依赖性,难以获得全局最优解。如果气动优化问题是一个单峰值问题,则梯度算法能够得到相对满意的最优解,并且有更高的优化效率。因此,对气动外形优化问题设计空间的多极值特性有所了解是十分必要的,有助于我们在翼型设计阶段合理选择优化算法,提高飞行器气动外形优化效率,缩短飞行器设计周期。

在一些气动外形优化问题中,多极值特性是存在的,例如 H. P. Buckley 等^[3]研究表明在翼型多点优化时出现两个局部最优点;J. E. Hicken 等^[4]优化结果表明机翼展向垂直方向外形优化至少有两个局部最优点,即上翘小翼和下翘小翼;而 Lü Zhoujie 等^[5]探索了 CRM(Common Research Model)机翼优化问题的多极值特性,其研究结果证明 CRM 机翼单点优化问题是单极值问题;O. Chernukhin 等^[1]探究了翼型和矩形机翼在定升力减阻优化问题中的多极值特性,结果表明,翼型优

化在其给定的设计状态和约束下是一个单极值问题(优化问题没有考虑力矩约束的影响),而机翼外形优化存在多极值特性;N. P. Bons 等^[6]研究了 ADODG(Aerodynamic Design Optimization Discussion Group) case 6 的多极值特性,发现机翼气动外形优化结果取决于诱导阻力和粘性阻力之间的权衡。但上述研究对翼型在跨声速气动优化过程中的多极值特性探究较少,对优化中变量设计空间的认识并不明晰,缺少梯度算法和全局算法的优化效率和结果的详细对比。

本文主要使用自由变形方法(Free-Form Deform,简称 FFD)、基于伴随的梯度优化算法、全局类优化算法探索 ADODG case 2 中 RAE2822 翼型单点优化问题的多极值特性,并分析如果在设计空间中单极值存在的条件下,全局算法是否还有其优势。

1 数值求解方法

本文使用 RANS 方程求解器进行定常求解。三维非定常雷诺平均 N-S 方程的控制方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \mathbf{Q} dV + \iint_{\partial V} \mathbf{F}_c \cdot d\mathbf{S} = \iint_{\partial V} \mathbf{F}_v \cdot d\mathbf{S} \quad (1)$$

式中: \mathbf{Q} 为守恒向量; \mathbf{F}_c 为对流矢量通量; \mathbf{F}_v 为粘性通量。

空间离散格式为中心格式,优化时采用 S-A(Spalart-Allmaras)模型作为湍流模型。

2 参数化方法及网格变形方法

采用 FFD 参数化方法^[7],在需要被参数化的几何外形周围建立 FFD 控制体,通过对 FFD 控制体顶点的移动,实现对 FFD 控制体中的目标几何体上的变形。FFD 参数化方法能以较少的设计变量光滑地描述曲线、曲面、三维几何体的几何外形,并能方便地应用于局部外形修型设计。对于本文的翼型优化,上下翼面各布置 10 个控制点来改变翼型型面,如图 1 所示。

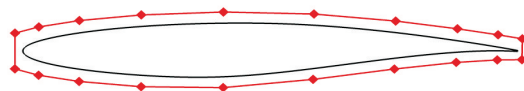


图 1 FFD 控制框

Fig. 1 FFD control box

优化网格采用 C 网格,如图 2 所示。

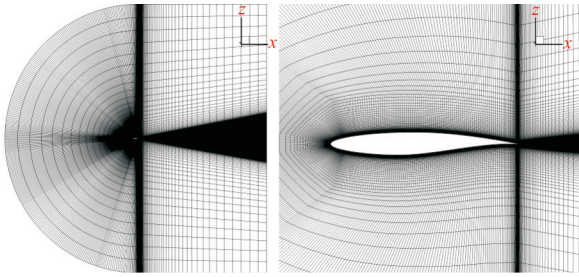
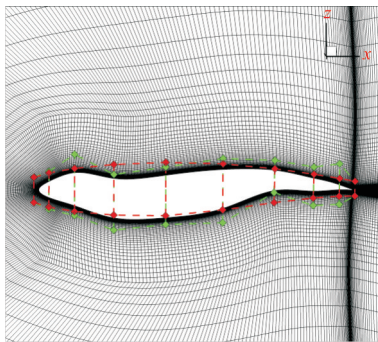


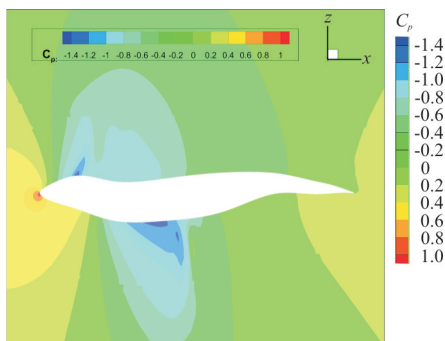
图 2 翼型优化网格

Fig. 2 Airfoil optimization mesh

采用基于逆距离权重插值 (Inverse Distance Weighting Interpolation, 简称 IDW) 方法^[8]来实现空间网格更新,该方法鲁棒性较高。翼型 FFD 框扰动及网格变形能力如图 3(a)所示,可以看出:扰动后的网格仍有较好的正交性;流场计算获得收敛解,压力分布如图 3(b)所示。



(a) FFD 框扰动



(b) 变形后翼型压力云图

图 3 网格变形

Fig. 3 Mesh deformation

3 离散伴随方程法

基于梯度的优化算法主要优点是收敛快速,但

是其最大的困难是需要高效准确的梯度计算。本文采用基于伴随的梯度优化方法^[2],伴随方程法通过求解原始方程的伴随方程,可以一次求解出目标函数针对所有设计变量的导数。其计算量基本与设计变量个数无关,计算效率极高,并且能够保持很好的精度。

离散伴随方程法直接从已经离散的目标函数及流场控制方程出发,推导出离散形式的伴随方程。如果伴随方程的形式和原始流场控制方程的离散形式完全对应,则可以求解出对应于目标函数和控制方程离散形式的数值精确导数。

在气动外形优化设计中,目标函数一般为阻力系数,构建目标函数表达式为:

$$F_A = f[\mathbf{G}(\mathbf{x}), \mathbf{Q}(\mathbf{x})] \quad (2)$$

式中: \mathbf{x} 为外形设计变量; $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ 为设计变量 \mathbf{x} 确定的 CFD 计算网格; \mathbf{Q} 为流场解向量。

流场计算收敛表达式为

$$\mathbf{R}_A[\mathbf{Q}(\mathbf{x}), \mathbf{G}(\mathbf{x})] = 0 \quad (3)$$

式中: \mathbf{R}_A 为流场残差。

构建伴随方程,进行伴随算子的求解。

$$\left[\frac{\partial \mathbf{R}_A}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \boldsymbol{\Psi} = \left[\frac{\partial F_A}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \quad (4)$$

求解目标函数对设计变量的导数:

$$\frac{dF_A}{d\mathbf{x}} = \frac{\partial F_A}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\Psi}^T \frac{\partial \mathbf{R}_A}{\partial \mathbf{x}} \quad (5)$$

4 优化算法

4.1 梯度优化算法

梯度优化的顶层控制算法采用 SNOPT (Sparse Nonlinear Optimizer) 算法^[9],能够高效快速处理大规模非线性约束,同时对求解器的调用次数较少。SNOPT 的基本思想是:将有约束的非线性优化问题在每一个迭代步上转化为二次规划子问题,在每一步上的二次规划子问题中求解线性化约束条件下的修正拉格朗日函数二次模型的最优化问题。

4.2 全局优化算法

全局优化算法采用并行增广拉格朗日乘子粒子群优化算法^[10] (Augmented Lagrange Multiplier Particle Swarm Optimization, 简称 ALPSO)。粒子群优化算法^[11-12] (Particle Swarm Optimiza-

tion,简称 PSO)是一种模拟鸟群和鱼群社会行为的、基于群体智能的进化算法。PSO 最初是由 Eberhart 和 Kennedy 设计研发的。在 PSO 中,优化问题的求解方案是通过追寻当前的最优值来探索设计空间。粒子通过跟随当前称为导向的最佳粒子在问题空间中探索。

ALPSO 方法利用了 PSO 方法的优点,可解决不光滑目标函数优化问题,更有可能找到全局最优值。ALPSO 方法使用增广拉格朗日乘子处理约束,可以被用于解决非线性、不可微、非凸问题。

5 基于梯度优化算法的优化设计框架

本文采用的优化设计框架包括几何参数化模块、动网格模块、流场求解模块、梯度信息求解模块及优化算法模块,如图 4 所示。首先进行流场求解,优化算法根据目标函数信息和梯度信息产生一组设计变量,更新翼型表面网格及空间网格;然后进行目标函数及目标函数对设计变量梯度的求解;最后将目标函数信息及梯度信息传递给优化算法,优化算法结合优化问题的约束要求,产生下一组设计变量,如此循环直至收敛。

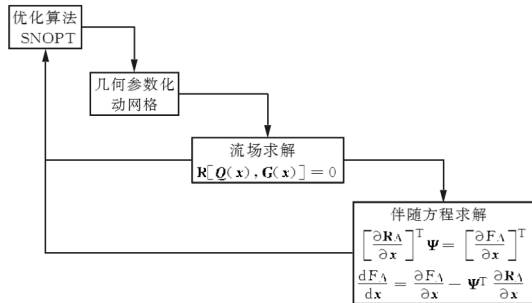


图 4 梯度优化算法流程图

Fig. 4 Gradient-based optimization algorithm flow chart

6 RAE2822 翼型的减阻优化

ADODG 定义的算例 2:基于 RANS 方程的 RAE2822 翼型的跨声速减阻优化。关于 ADODG case2 的研究,国内外已做过很多工作^[13]。

自由来流马赫数为 0.734,雷诺数为 650 万,升力系数为 0.824(风洞试验采集到的攻角大约为 2.79°),对 RAE2822 翼型进行减阻,优化问题受翼型面积和俯仰力矩的约束。优化问题如下:

$$\begin{aligned} \min: & C_D \\ \text{subject to: } & C_L = 0.824 \\ & C_{M_y} \geq -0.092 \\ & Area \geq Area_{initial} \end{aligned}$$

其中, C_D 表示阻力系数; C_L 表示升力系数; C_{M_y} 表示俯仰力矩系数; $Area$ 表示翼型面积; $Area_{initial}$ 表示翼型初始面积。

优化过程中,为便于优化和直观理解,将面积约束转化为厚度约束,使优化后翼型的厚度不少于翼型的初始厚度,即 $t \geq t_{initial}$,翼型截面共布置了 25 个厚度约束。翼型优化也布置了前后缘约束,使前后缘控制点变化量大小相等、方向相反。前后缘约束的布置是为了避免因翼型剪切变形导致翼型攻角改变,造成最终的计算攻角不准确。所有几何约束示意图如图 5 所示。

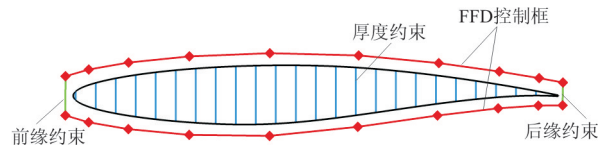


图 5 翼型优化几何约束示意图

Fig. 5 Airfoil optimization geometric constraints

翼型采用 FFD 参数化方法,上下翼面各 10 个控制点。设计变量包括 FFD 控制点及翼型攻角,共计 21 个。

6.1 初始翼型网格收敛性研究

初始翼型的网格收敛性研究结果如表 1 所示,阻力系数随网格数的 $-2/3$ 次幂变化的曲线如图 6 所示。

随着网格量的增加,阻力系数值逐渐收敛至 1 count(1 count = 0.000 1) 以内,表明所使用的 CFD 方法及网格具有较好的收敛性。优化采用 54 848 的网格量。

表 1 RAE2822 翼型不同网格量计算结果

Table 1 RAE2822 airfoil calculation results under different gridsizes

网格量	C_L	C_D/counts	C_{M_y}
54 848	0.824	224.03	-0.095 46
125 861	0.824	214.69	-0.097 23
222 659	0.824	212.00	-0.097 93
346 881	0.824	210.81	-0.098 32
498 527	0.824	210.80	-0.098 60

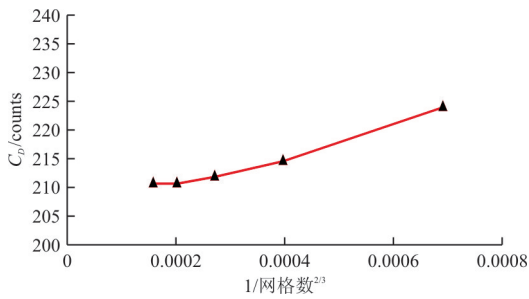


图 6 RAE2822 翼型网格收敛性研究

Fig. 6 Grid convergence study for the RAE2822 airfoil

6.2 基于梯度算法的单个优化多极值特性研究

采用拉丁超立方抽样方法对翼型加入初始扰动,翼型控制点的变化范围为 $(-0.05, 0.05)$ 。

生成七组初始扰动变量,初始翼型如图 7 所示。压力分布对比如图 8 所示。

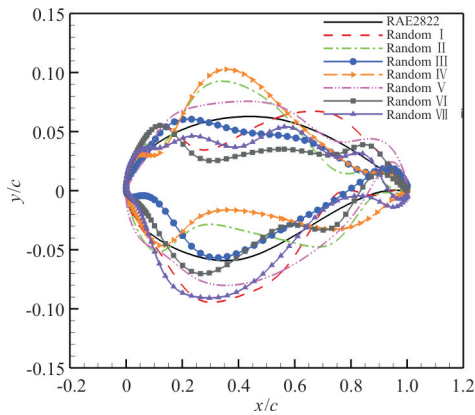


图 7 加入不同随机初始扰动后的翼型

Fig. 7 Airfoil after different random initial disturbances

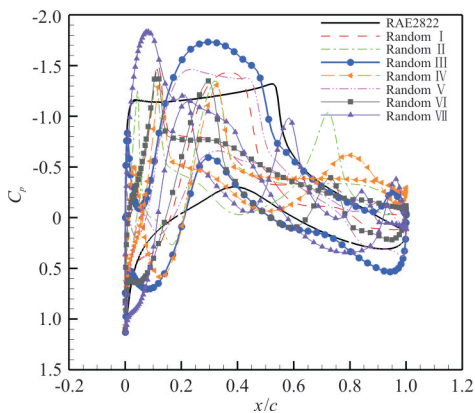


图 8 不同随机初始扰动后的翼型压力分布对比

Fig. 8 Comparison of airfoil pressure distribution after different random initial disturbances

优化后的翼型对比及优化后压力分布对比分别如图 9~图 10 所示。对 7 个有随机初始扰动的翼型进行相同的优化,从图 9~图 10 可以看出:它们之间只存在细微的差别,阻力系数大小几乎没有差别。

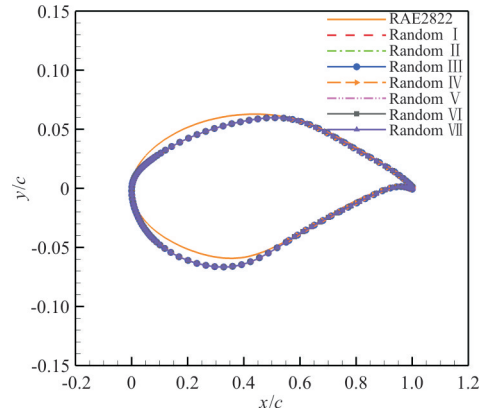


图 9 不同初始扰动下优化后翼型对比

Fig. 9 Comparison of optimized airfoils under different initial disturbance

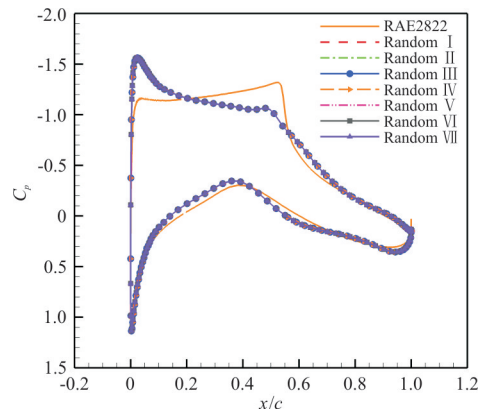
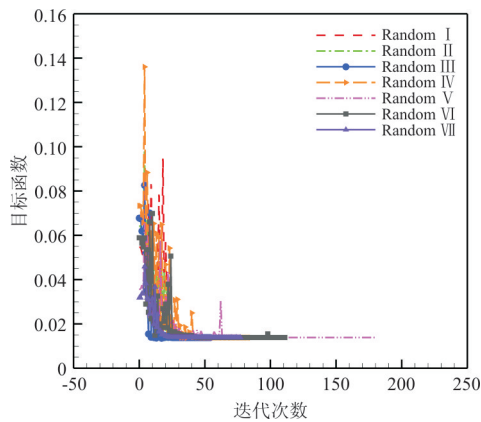


图 10 不同初始扰动下优化后压力分布对比

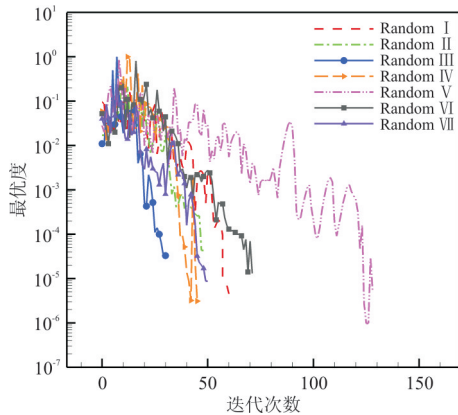
Fig. 10 Comparison of pressure distribution after optimization under different initial disturbance

梯度优化算法阻力收敛历史和最优度(Optimality)^[9,14]收敛历史如图 11 所示,可以看出:七次随机初始外形优化迭代次数不同,但是结果均收敛,且目标函数值一样。

SNOPT 优化算法中最优度(Optimality)的含义是考虑了约束的 KKT 条件数值,用以判断优化是否收敛。不同初始扰动下梯度算法优化结果如表 2 所示。



(a) 阻力收敛历史



(b) 最优度收敛历史

图 11 不同初始扰动下梯度优化算法阻力和最优度收敛历史

Fig. 11 Gradient-based optimization algorithm convergence history and optimality history under different initial disturbance

表 2 不同初始扰动下梯度算法优化结果

Table 2 Gradient-based algorithm optimization results under different initial disturbance

翼型	C_L	C_D /counts	C_{M_y}	$\alpha/(^\circ)$
RAE2822	0.824	224.03	-0.095 46	3.010 0
Random I	0.824	138.20	-0.092 00	3.070 4
Random II	0.824	138.20	-0.092 00	3.069 6
Random III	0.824	138.20	-0.092 00	3.070 0
Random IV	0.824	138.20	-0.092 00	3.070 4
Random V	0.824	138.20	-0.092 00	3.070 1
Random VI	0.824	138.20	-0.092 00	3.070 1
Random VII	0.824	138.20	-0.092 00	3.069 9

为了更好地使设计空间可视化,任选三个优化结果,计算该三个优化设计点的设计变量的欧氏距离,如图 12 所示。

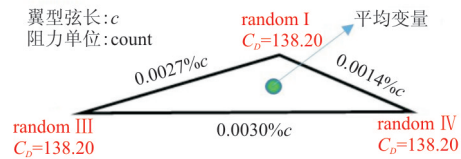


图 12 多个局部极小值之间的欧氏距离

Fig. 12 Euclidean distance between multiple local minimums

当前设计空间的最大欧氏距离为 $0.45c$,这三个优化设计点的设计变量之间的距离很短,最小欧氏距离为 $0.0014\%c$,最大为 $0.0030\%c$,而优化出的设计点的变量间的欧氏距离远远小于 $0.45c$ 。基于计算数据,可以得出此气动外形优化问题的设计空间是凸状的。

为了验证此气动外形优化问题的设计空间可能是单峰值的,又选取以上三个优化点的设计变量的平均值,如图 12 中圆点所示,其气动力计算结果如表 3 所示。

表 3 平均变量翼型的气动力

Table 3 Aerodynamics of mean variables airfoil

翼型	C_L	C_D /counts	C_{M_y}	$\alpha/(^\circ)$
RAE2822	0.824	224.03	-0.095 46	3.010 0
foil _{aver_variables}	0.824	138.20	-0.092 00	3.070 1

从表 3 可以看出:阻力已大幅减小,其数值与 Random I, Random II, Random III 优化后的阻力数值一样,并没有发生突变,验证了此优化空间很可能是单峰值的。

这次优化也表明气动优化方法的鲁棒性以及梯度伴随方法的优越性。即使给翼型任意的初始扰动,也能优化出效果较好的翼型,设计点阻力大幅减小。

6.3 优化翼型网格收敛性研究

对 Random I 的优化翼型进行网格收敛性研究,优化翼型的网格收敛性研究结果如表 4 所示,阻力系数随网格数的 $-2/3$ 次幂变化的曲线如图 13 所示,可以看出:随着网格量的增加,阻力系数逐渐收敛至 1 count 以内。

表 4 优化翼型不同网格量计算结果
Table 4 Optimization airfoil calculation results under different gridsizes

网格量	C_L	C_D /counts
54 848	0.824	138.20
125 861	0.824	132.07
222 659	0.824	131.36
346 881	0.824	130.95

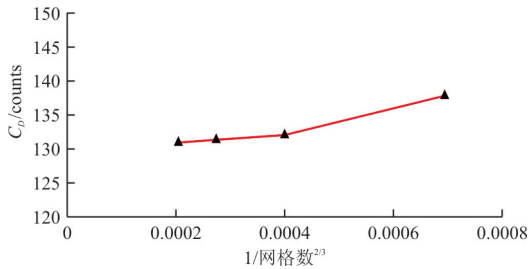


图 13 优化翼型网格收敛性研究

Fig. 13 Grid convergence study for the optimization airfoil

6.4 设计变量个数对优化设计结果的影响

进一步探究设计变量维数的变化对优化结果的影响,上下翼面各布置 10、18 和 25 个设计变量,梯度算法优化结果如表 5 和图 14 所示。

表 5 不同设计变量个数梯度算法优化结果
Table 5 Gradient-based algorithm optimization results under different number of design variable

设计变量个数	C_L	C_D /counts	C_{M_y}	$\alpha/(\circ)$
RAE2822	0.824	224.03	-0.095 46	3.010 0
10×2	0.824	138.20	-0.092 00	3.040 7
18×2	0.824	137.73	-0.092 00	3.081 4
25×2	0.824	137.46	-0.092 00	3.155 9

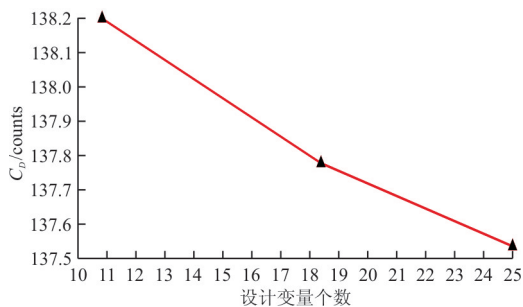


图 14 不同设计变量的优化结果

Fig. 14 Optimization result with different number of design variables

从表 5 和图 14 可以看出:随着设计变量的增多,减阻效果更好,但是采用 10×2 个设计变量和采用 25×2 个设计变量的梯度优化结果阻力系数差别在 1 count 以内。

优化后的翼型对比及优化后压力分布对比如图 15~图 16 所示,可以看出:优化结果基本一样。

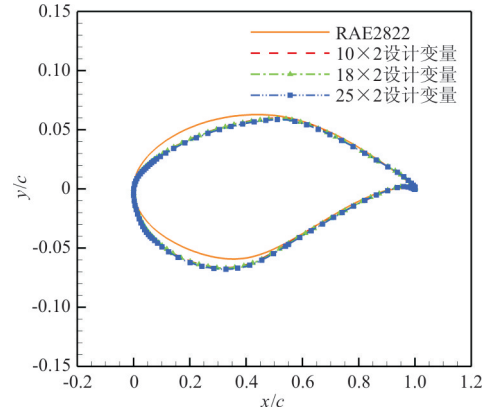


图 15 不同设计变量个数优化后翼型对比

Fig. 15 Comparison of optimized airfoils with different number of design variables

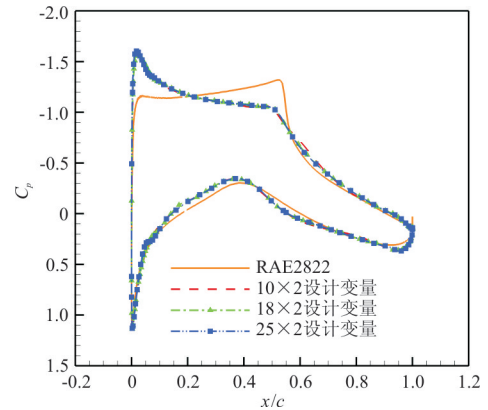
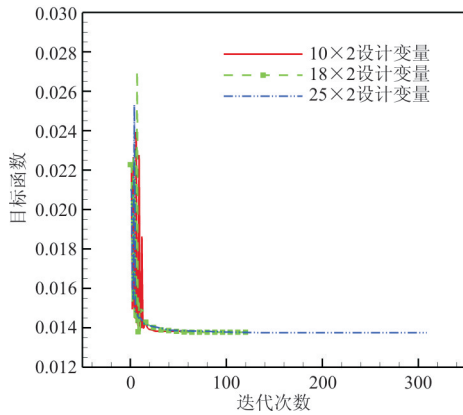


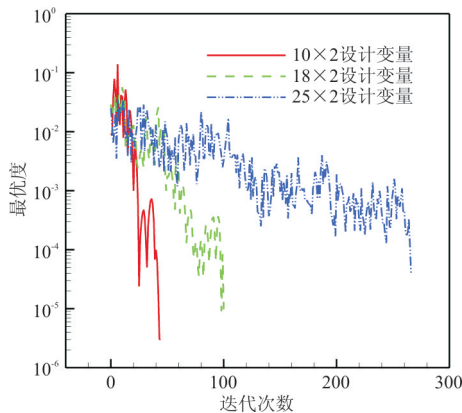
图 16 不同设计变量个数优化后压力分布对比

Fig. 16 Comparison of pressure distribution after optimization with different number of design variables

不同设计变量个数梯度优化算法阻力收敛历史和最优度(Optimality)收敛历史如图 17 所示,可以看出:设计变量增多会导致优化迭代次数增加,但是结果均收敛,且目标函数值相差不大。



(a) 阻力收敛历史



(b) 最优度收敛历史

图 17 不同设计变量个数梯度优化算法阻力和最优度收敛历史

Fig. 17 Gradient-based optimization algorithm convergence history and optimality history under different number of design variable

6.5 全局算法和梯度算法优化结果对比

采用全局优化算法中的粒子群算法求解上述优化问题,在使用相同核数的情况下(8核),全局算法耗时约两周,而梯度优化算法仅耗时约5小时即可获得相对满意的结果。

全局算法和梯度算法优化结果对比分别如表6、图18~图19所示。

表 6 不同优化算法优化结果

Table 6 The results of different optimization algorithms

优化算法	C_L	C_D/counts	C_{M_y}	$\alpha/(\text{°})$
RAE2822	0.824	224.03	-0.09546	3.0100
SNOPT	0.824	138.20	-0.09200	3.0704
ALPSO	0.824	138.19	-0.09200	3.0824

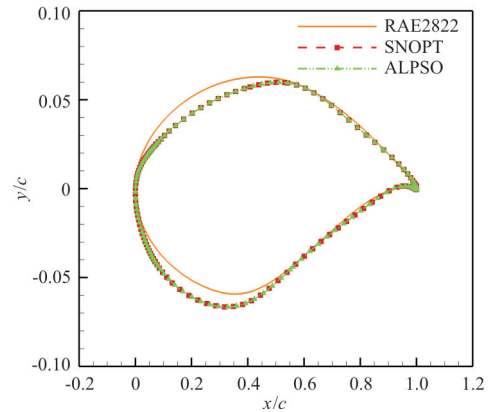


图 18 不同优化算法优化前后翼型对比

Fig. 18 Initial and optimized airfoil comparison using different optimization algorithms

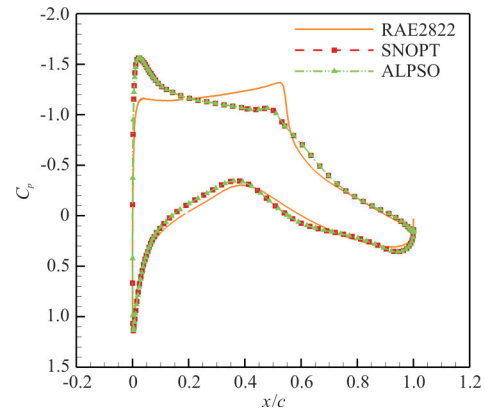


图 19 不同优化算法优化前后压力分布对比

Fig. 19 Initial and optimized pressure distribution using different optimization algorithms

从表6可以看出:粒子群优化算法阻力减小85.84 counts,梯度优化算法阻力减小了85.83 counts,优化结果基本一样。

从图18~图19可以看出:翼型与压力分布优化结果也一致。但是基于伴随的梯度优化方法计算时间短,效率更高,更适用于实际气动外形优化时有大规模设计变量的问题。

7 结论

(1) 在满足设计约束的前提下,分别采用全局、梯度优化设计平台对初始翼型进行单目标优化,改善翼型的性能。全局优化算法耗时久,优化效果最好;但梯度优化算法优化效率极高,最终的优化结果也有很好的收益。全局优化算法更适用

于设计变量离散、目标函数不连续以及有多个局部最优解的设计问题,但是在大规模设计变量问题中,其计算代价是不可接受的。

(2) RAE2822 翼型减阻设计的设计空间很可能是单极值的,但该结论还需要进一步证明。

(3) ADODG 的 case2 可能是一个单峰值气动设计问题,但是对于涉及大规模几何设计变量的气动外形优化问题或者非常规布局的优化设计问题,可能是多峰值的,其峰值数量可能与几何变形的能力有关,仍需进一步探索。

(4) 设计变量增多对优化结果有一定的改善作用,但是设计变量增多会导致优化迭代次数增加,ADODG 的 case2 中 10×2 个设计变量已能够得到好的优化结果。

参考文献

- [1] Chernukhin O, Zingg D W. Multimodality and global optimization in aerodynamic design[J]. AIAA Journal, 2013, 51(6): 1342-1354.
- [2] 陈颂. 基于梯度的气动外形优化设计方法及应用[D]. 西安: 西北工业大学, 2016.
Chen Song. Gradient based aerodynamic shape optimization design and applications[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2016. (in Chinese)
- [3] Buckley H P, Zhou B Y, Zingg D W. Airfoil optimization using practical aerodynamic design requirements[J]. Journal of Aircraft, 2010, 47(5): 1707-1719.
- [4] Hicken J E, Zingg D W. Induced-drag minimization of non-planar geometries based on the Euler equations[J]. AIAA Journal, 2010, 48(11): 2563-2564.
- [5] Zhoujie Lü, Gaetan K W Kenway, Joaquim R R A Martins. Aerodynamic shape optimization investigations of the common research model wing benchmark[J]. AIAA Journal, 2015, 53(4): 968-985.
- [6] Bons N P, He X L, Mader C, et al. Multimodality in aerodynamic wing design optimization [J]. AIAA Journal, 2019, 57(3): 1-15.
- [7] Sederberg T W, Parry S R. Free-form deform of solid geometric models [J]. Computer Graphics, 1986, 14: 151-160.
- [8] Laura Uyttersprot. Inverse distance weighting mesh deformation a robust and efficient method for unstructured meshes[D]. Deltt: TU Delft, 2014.
- [9] Nocedal J, Wright S. Numerical optimization[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2006.
- [10] Jansen P W, Perez R E. Constrained structural design optimization via a parallel augmented lagrangian particle swarm optimization approach[J]. Computers & Structures, 2011, 89(13-14): 1352-1366.
- [11] Reyes-Sierra M, Coello Coello C. Multi-objective particle swarm optimizers: a survey of the state-of-the-art[J]. International Journal of Computational Intelligence Research, 2006, 2(3): 287-308.
- [12] Sanaz Mostaghim. Multi-objective evolutionary algorithms: data structures, convergence and diversity [D]. Magdeburg, Germany: Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2004.
- [13] Zhang Y, Han Z H, Shi L X, et al. Multi-round surrogate-based optimization for benchmark aerodynamic design problems[C]. 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2016: 2016-1545.
- [14] Gill P E, Murray W, Saunders M A. Snopt: an SQP algorithm for large-scale constrained optimization [J]. SIAM Review, 2005, 47(1): 99-131.

作者简介:

何 萌(1995—),女,硕士研究生。主要研究方向:飞行器气动外形优化,静气弹优化设计。

白俊强(1971—),男,博士,教授,博导。主要研究方向:飞行器总体气动布局设计,部件气动力设计、多学科优化设计,计算流体力学理论和应用。

昌 敏(1986—),男,博士,高级工程师。主要研究方向:无人机总体、气动布局设计等。

张 煜(1994—),男,博士研究生。主要研究方向:飞行器气动结构优化设计。

(编辑:马文静)