

文章编号:1674-8190(2020)06-843-08

工程化复合材料结构优化设计方法

王尧,赵树军,付友波

(航空工业西安飞机工业(集团)有限责任公司 西飞设计院,西安 710089)

摘要: 复合材料结构的可设计性带来大量设计变量,单靠传统方法难以实现结构优化,复合材料结构优化的铺层优化设计也是关键问题之一。从工程实际出发,探讨具有工程操作性的复合材料结构优化设计方法,形成从结构布置优化到初始尺寸优化,再到详细铺层优化的三级优化设计方法,并在设计过程中加入符合复合材料工艺要求的制造性约束;以某飞机复合材料垂尾翼盒结构设计为例,采用该方法对其进行优化设计。结果表明:本文提出的三级优化设计方法是适用于航空复合材料结构优化设计的一种通用方法,可降低结构质量、缩短研制周期。

关键词: 复合材料结构;布置优化;初始尺寸优化;详细铺层次序

中图分类号: V214.8

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2020.06.012

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Engineering Composite Structure Optimization Design Method

WANG Rao, ZHAO Shujun, FU Youbo

(Xifei Design Institute, AVIC Xi'an Aircraft Industry (Group) Co., Ltd., Xi'an 710089, China)

Abstract: The design ability of composite structures brings large-scale design variables, which makes it difficult to optimize structures by traditional methods, the optimization design of composite laminates is also one of the key problems. From the perspective of engineering design, multiple models are arranged for laying optimization, based on the design of composite super-ply variable definition, considering the overall engineering design constraints to sizing optimization, automatic strength checking process with the laying sequence library to optimize the laying sequence, forming a set of optimization design method of composite structure with three levels of laying optimization, initial size optimization and detailed laying optimization. Taking the structural design of composite vertical tail box of an aircraft as an example, this method is used to optimize the design of composite vertical tail box. The results show that: the three-level optimization design method proposed in this paper is a general method applicable to the optimization design of aeronautical composite structures. It reduces the weight of the structure and shortens the development cycle.

Key words: composite structure; laying optimization; initial size optimization; detailed laying sequence

0 引言

先进复合材料具有比强度高、比模量高、性能

可设计和易于整体成型等诸多优异特性^[1],在飞机结构上的应用越来越广泛。复合材料结构的可设计性在满足飞机结构减重要求的同时,能够实现结

收稿日期:2019-11-29; 修回日期:2020-12-02

通信作者:王尧, hewwr@sina.com

引用格式:王尧,赵树军,付友波. 工程化复合材料结构优化设计方法[J]. 航空工程进展, 2020, 11(6): 843-850.

WANG Rao, ZHAO Shujun, FU Youbo. Engineering composite structure optimization design method[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2020, 11(6): 843-850. (in Chinese)

构效率、性能、功能和成本的综合优化。

复合材料结构设计时要充分利用复合材料与纤维方向相关的特殊性能,通过选择适当的纤维取向、铺层比例和铺层顺序等来满足结构设计要求,实现结构优化设计。复合材料的这些优异的特殊性能给结构设计过程带来了新的挑战,结构优化设计需要解决以下两大关键问题:

(1) 设计变量规模庞大。复合材料结构设计自由度大,优化设计变量定义复杂,包括铺层角度、铺层次序、源于单层厚度倍数关系的厚度、以及复合材料特有的工艺制造限制等多种变量,特别是对于机翼、机身、尾翼等本身工况、失效模式和设计约束种类就很多的大部段,设计变量规模更为庞大,例如某复合材料机翼的设计变量达到了 8 000~10 000 的级别,设计响应甚至达到百万级别。因此,复合材料结构的可设计性带来的大规模设计变量靠传统方法难以实现结构优化,优化速度成为得到合理结果的显著障碍,优化效率问题极为突出。

(2) 复合材料结构铺层设计。对于飞机结构,稳定性是非常重要的设计约束和设计驱动,复合材料结构的稳定性设计约束对铺层次序敏感,但传统的复合材料结构设计优化是将复合材料结构铺层中相同角度的铺层总厚度作为设计变量,约束强度、刚度、工艺等因素来进行优化,优化所得结果是不考虑铺层次序的,而且之后需要做大量工作将这些设计结果转化为考虑铺层次序并满足铺层设计准则的铺层,再进行强度校核迭代。类似的工作流程无形中增加了大量设计工作,且最终的设计结果和优化设计结果有可能偏差较大。因此,复合材料结构优化必须考虑铺层次序的优化,铺层优化设计是优化中的关键问题。

国内外对复合材料优化问题进行了大量研究。国外,Altair 公司的 Optistruct 中提出了一种针对飞机盒式结构较为成熟的优化方法^[2],但是该方法的设计约束主要是基于有限元方法的;S. Grihon 等^[3]在空客公司概念设计阶段快速定型时对复合材料结构进行优化设计研究;L. Krog 等^[4]对飞机翼肋结构进行了结构拓扑优化分析;P. Sitanshu^[5]对复合材料层压板的工艺缺陷预测进行了优化设计。

国内的研究主要集中于拓扑优化和多学科尺寸优化,优化规模和优化效率难以满足如宽体大规模设计的优化需求。例如,国内的 COMPASS 软件,它主要用于多学科尺寸优化,且计算速度较慢,优化规模较小^[6],近几年已经进行了大量改进;Altair 软件通过自由尺寸优化—尺寸优化—铺层次序优化,给复合材料优化问题提供了一套解决方案,但其各种设计约束是基于 FEM 方法的^[7];张碧辉等^[8]以桨叶的复层数量与铺层角度为优化设计变量,对复合材料螺旋桨结构进行了多目标优化设计;曹华等^[9]针对由铺层相同的子层板叠成的厚复合材料层合板结构优化问题提出一种多级优化设计方法。对于铺层次序优化方法,目前主要是采用遗传算法或者其他数学方法进行优化^[10-14],这些优化方法主要集中于仅铺层且忽略与实际结果的相关性,或者研究的都是较简单的板式结构,难以应用于实际大部段结构。

本文在某飞机复合材料垂尾翼盒结构设计中,按照以优化驱动设计的主导思路,将复合材料结构设计分为复合材料结构布置优化、尺寸优化、铺层优化三个阶段,形成结构布置优化→初始尺寸优化→详细铺层优化的三级优化设计方法;并采用该方法对复合材料垂尾翼盒的完整设计阶段进行优化设计分析,以期提供一种可用于结构工程研制实施的具体结构铺层设计方案。

1 复合材料结构优化设计三阶段

1.1 结构布置优化

结构布置优化在某种情况下可以认为是拓扑优化,其基本思路是将寻求结构的最优布置问题转化为寻求最优材料或者说质量的最优分布问题^[1]。总体上可分为离散体结构的优化与连续体结构的优化,目前较受关注的算法包括水平集法^[15]、密度法^[16]、渐进法^[17-18]等,但结构布置优化参数设计到特定构件的取舍以及位置的调整是离散化的变量,调整结构布置的优化模型通常不具备完整的梯度信息,难以通过基于梯度的经典数值优化算法寻优^[1],且这些优化方法更侧重于理论性的数学方法研究,而实际飞机结构布置设计不仅需要考虑强

度、刚度等能采用数学方法表达的设计约束,还要考虑总体设计、制造、装配、检测等设计因素。因此,本文从实际工程角度出发,基于已有设计机型经验,在已经考虑总体、制造、装配等因素后的设计外形及空间中,布置多套设计模型进行优化,在设计约束满足情况基本等价的前提下,对比其质量,然后综合其他因素进行筛选,确定一套结构布置方案。

1.2 初始尺寸优化

基于结构布置优化阶段确定的方案,首先进行初始尺寸优化。为了简化优化设计问题规模,初始尺寸优化主要考虑一维、二维结构的截面尺寸优化。此优化阶段不考虑铺层次序,而是引入超级层概念,即将具有相同铺设角的铺层视为一个集合,也就是将 0° 、 $+45^\circ$ 、 -45° 、 90° 四个铺设角度分别作为四个超级层,将每个超级层的厚度作为一个设计变量进行优化。在飞机设计的初步设计阶段,强度有限元模型主要是 GFEM(Global Finite Element Method)模型,其强度设计方法主要是基于工程方法、基于有限元方法,有的失效模式是难以捕捉的,且优化效率低、成本高。本文采用将强度工程校核方法直接写入优化设计模型,既保留了校核内容的全面性、可靠性,又提高了优化效率。

1.3 详细铺层优化

本文主要基于实际强度校核流程,首先采用遗传算法优化出满足工程设计要求的批量的铺层库数据库,将此铺层数据库作为铺层次序的设计变量^[19-20];然后采用软件开发将强度校核流程实现自动化求解;最后加上优化算法和迭代判断。以此实现大规模结构的铺层次序优化。

2 某型飞机复合材料垂尾翼盒结构优化设计

2.1 结构优化设计流程

复合材料垂直尾翼结构优化设计的总体思路是:在概念设计阶段只有几何外形和设计载荷等设计输入条件的情况下,首先经过优化迭代及对比计

算快速确定基于工程设计约束条件下的结构优化布置方案,为初步设计模型提供输入尺寸;再基于布置优化结果,将复合材料结构优化分为初步设计阶段的初始尺寸优化、详细设计阶段的详细铺层优化两个优化阶段,分阶段优化翼盒铺层厚度、铺层比、厚度分布、翼盒铺层层数和铺层次序,从而得到满足研发流程、设计要求的工程化结构尺寸和铺层方案,确定结构设计方案。这种复合材料结构优化设计方法为复合材料垂尾翼盒概念设计、初步设计、详细设计提供设计输入,形成一套完整的布置优化、初始尺寸优化、详细铺层优化三个优化层次的复合材料结构优化设计流程,如图 1 所示。

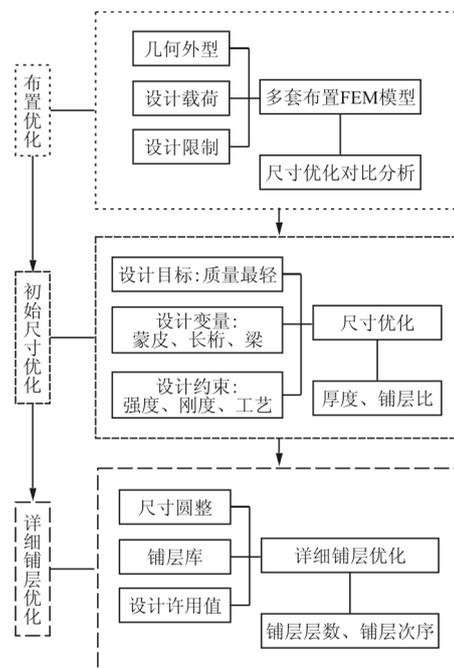


图 1 复合材料垂尾翼盒结构优化设计流程

Fig. 1 Optimization design process of composite vertical tail box structure

2.2 复合材料垂尾翼盒结构布置优化

复合材料结构布置尺寸参数和传统金属有较大区别,而布置方案对结构载荷传递路径和质量有很大影响。复合材料垂尾翼盒结构布置基于尾翼理论外形,针对梁、长桁、肋等受力结构进行布置;其布置优化不仅仅是数学、强度等优化设计驱动的,也是在总体布置、装配、工艺、刚度、强度等综合专业基础上的综合权衡。布置优化的思路是以质

量最轻为设计目标,将强度、刚度、工艺等作为设计约束,先根据总体布置、装配等不能或不易通过数学和有限元表达的设计输入,布置出多种设计方案;再对每种设计方案进行优化迭代并对比计算;以满足强度、刚度、气动弹性、稳定性、工艺、质量等指标为前提,选择质量最轻的方案作为最佳布置方案。布置优化设计流程如图 2 所示。

复合材料垂尾翼盒以长桁、肋布置为变量,共布置出 9 套设计方案,如表 1 所示。对 9 套布置模型进行优化后,每个方案均满足优化设计要求;方案的确定在考虑质量和强度要求的同时,综合考虑损伤容限、工艺、装配等设计要求。根据优化结果,在满足所有优化约束条件下,方案 6 质量最轻;同时因方案 6 内部空间大,便于加工和装配,因此选择方案 6 作为最终布置方案。

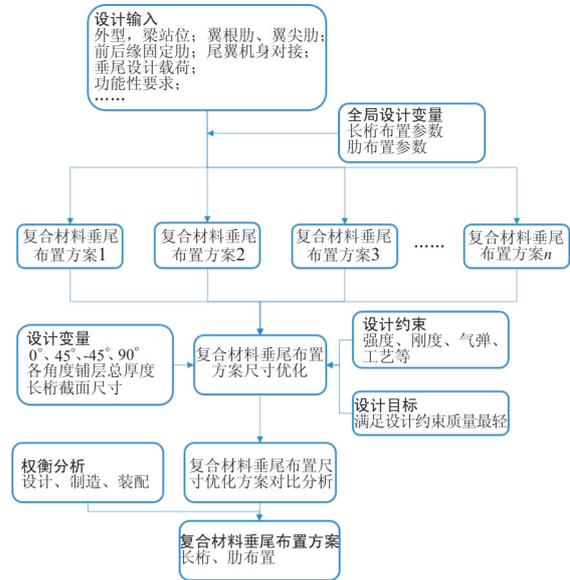


图 2 布置优化流程

Fig. 2 Layout optimization process

表 1 9 种布置方案及优化质量结果

Table 1 9 layout schemes and optimized mass results

方案编号	站位形式	长桁根数/根	肋个数/个	优化前质量/kg	优化后质量/kg
1	肋垂直于前梁	11	13	265.86	243.30
2	肋垂直于前梁	9	13	245.64	232.99
3	肋垂直于前梁	8	13	236.64	240.54
4	渐变肋	12	11	255.47	227.25
5	渐变肋	10	11	243.09	225.37
6	渐变肋	9	11	237.71	220.36
7	肋垂直于后梁	12	11	254.21	239.67
8	肋垂直于后梁	10	11	241.15	227.06
9	肋垂直于后梁	9	11	235.99	223.45

2.3 复合材料垂尾翼盒初始尺寸优化

初始尺寸优化是基于结构布置优化所选择的方案,主要进行蒙皮厚度、长桁截面尺寸、梁腹板厚度及梁缘条截面尺寸等参数的优化,使翼盒结构满足静强度、稳定性、弯曲扭转刚度、工艺性等设计指标,并获得质量最轻的初步结构设计方案。

复合材料垂尾翼盒初始尺寸优化设计有限元模型如图 3 所示。



图 3 优化模型

Fig. 3 Optimization model

垂直尾翼初始尺寸优化设计变量主要包括蒙皮铺层厚度、铺层比,长桁铺层厚度、铺层比,腹板高度、缘条宽度,前后梁腹板铺层厚度、铺层比,前后梁缘条铺层厚度、铺层比、缘条宽度,相同角度总厚度,此阶段不考虑铺层次序约束。

优化设计约束考虑的类型包括蒙皮、长桁、梁静强度、稳定性,长桁局部失稳、压损,加筋壁板柱失稳,长桁蒙皮泊松比、刚度比,丢层,最大最小尺寸,弯曲扭转刚度等。优化变量、优化设计约束类型复杂,考虑 8 个工况,每套方案均有 700 多个设计变量,接近 32 000 个优化约束,设计响应达到超 128 000 个,优化规模庞大。设计约束如表 2 所示。

表 2 设计响应约束

Table 2 Design response constraints

约束参数	含义解释	安全裕度
蒙皮、梁腹板应变	轴向拉伸	大于等于 0
	轴向压缩	大于等于 0
	面内剪切	大于等于 0
桁条应变	轴向拉伸	大于等于 0
	轴向压缩	大于等于 0
梁缘条应变	轴向拉伸	大于等于 0
	轴向压缩	大于等于 0
蒙皮、梁腹板稳定性	双向压缩	大于等于 0
	四边简支剪切	大于等于 0
	压剪耦合	大于等于 0
桁条稳定性	桁条腹板局部稳定性	大于等于 0
	桁条压损	大于等于 0
壁板柱失稳	壁板整体失稳	大于等于 0
蒙皮、梁腹板丢层	工艺决定相邻区域厚度之差	—
长桁、梁缘条丢层	工艺决定相邻区域厚度之差	—
桁条蒙皮泊松比差	桁条与相邻蒙皮的泊松比之差	—
桁条蒙皮刚度比	长桁刚度与蒙皮刚度比值	—
尺寸约束	总体厚度最大最小尺寸约束	—
弯曲扭转刚度	肋站位弯曲扭转刚度约束	—

2.4 复合材料垂尾翼盒详细铺层优化

通过初始尺寸优化,得到翼盒主结构的铺层厚度、铺层比,T 型长桁截面尺寸。此处优化结果为连续厚度,且没有考虑铺层次序对稳定性的影响,铺层间也未考虑设计工艺问题。需要通过详细铺层优化进行铺层层数和铺层次序优化,并进行相应的铺层数据库设计。

详细铺层优化设计流程如图 4 所示,首先根据结构的受力分析、复合材料结构特征、复合材料铺层设计准则等因素,对不同的结构,包括蒙皮、长桁、梁、肋等不同结构设计不同铺层比的铺层数据库;然后基于铺层库和铺层层数,与有限元模型进行铺层匹配;最后更新有限元模型进行分析校核。

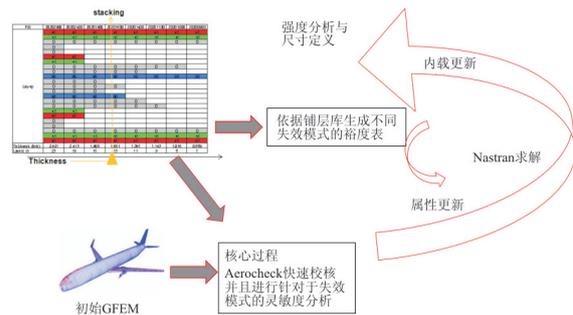


图 4 详细铺层优化设计流程

Fig. 4 Detailed laying optimization design process

铺层数据库是一系列考虑实际铺层次序的铺层组,同时考虑了设计、强度、工艺等设计约束。铺层数据库的设计将结构的厚度设计和铺层设计变量转换为一系列某种铺层比下的铺层次序组集合,并作为离散设计变量。此铺层库同时可以直接与 Fibersim、Catia/CPD 等复合材料设计软件相关联,作为其设计输入。

考虑铺层的可设计性和制造工艺,通过遗传算法全局最优搜索,使用遗传算法自动进行铺层优化设计并生成铺层库。自动生成的铺层库如图 5 所示。

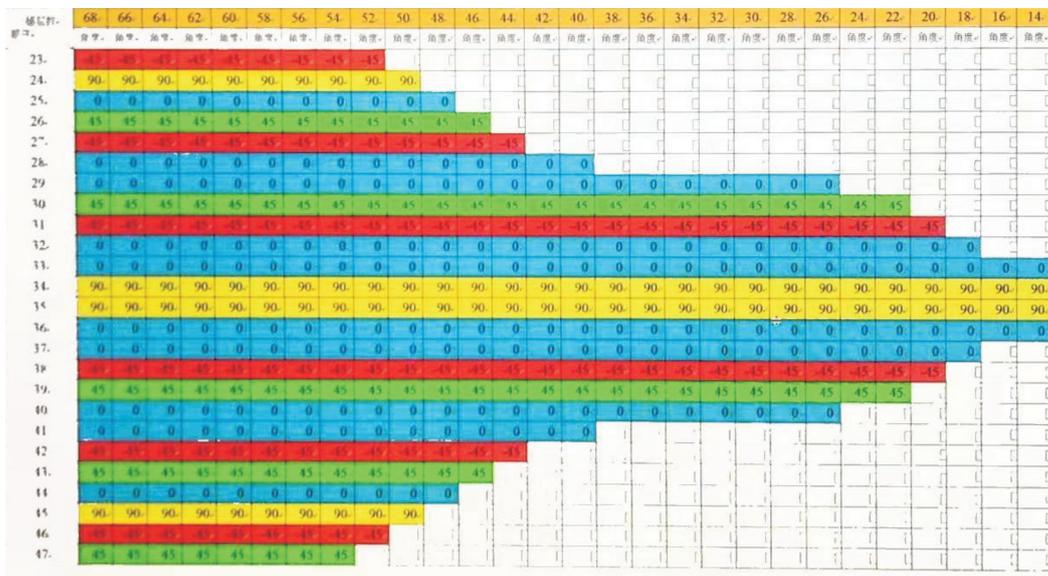


图 5 铺层数据库

Fig. 5 Laying database

对于铺层库自动生成,设计变量是指定铺层比的一系列铺层的集合;设计约束是铺层设计准则;设计目标是稳定性许用值最大。铺层库优化目标是每种铺层数对应的铺层顺序计算得到的临界屈曲载荷最大,这是一个多目标离散优化问题,通过免疫遗传算法优化最大铺层数下的铺层顺序,根据优化结果进行丢层,得到其他铺层数下的铺层顺序,具体丢层位置也通过遗传算法优化确定,保证在该丢层位置下临界屈曲载荷最大。整个铺层库优化流程如图 6 所示。

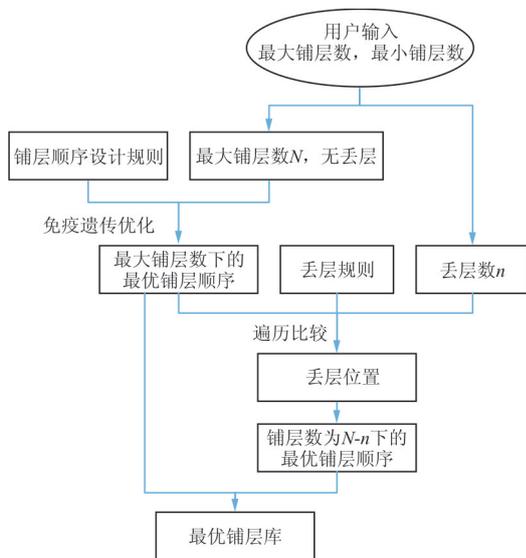


图 6 铺层库优化流程

Fig. 6 Optimization process of laying database

图 6 中每次免疫遗传优化的目标均是保证该铺层数下的临界屈曲载荷,第一部分为铺层顺序优化;第二部分为丢层位置优化。

对于结构强度校核流程,针对将厚度和铺层次序的优化迭代转为将铺层库中的铺层作为迭代变量,作为详细铺层的离散设计变量,如图 7 所示。同时将复合材料结构的整体优化设计转变为局部结构的局部优化,优化过程中,每个结构区域的尺寸定义不需要对载荷进行全局迭代更新。所有的局部优化完成后,再进行全局的载荷更新。如此将全局的设计变量迭代过程转化为局部设计变量优化问题,大幅降低了优化设计规模和优化设计时间成本。将复合材料结构的强度校核流程进行提炼,转为自动优化的过程,加入人工干预,则可以较好地解决复合材料结构的大规模优化问题,且优化结果与工程结构相近,优化结果意义更大。

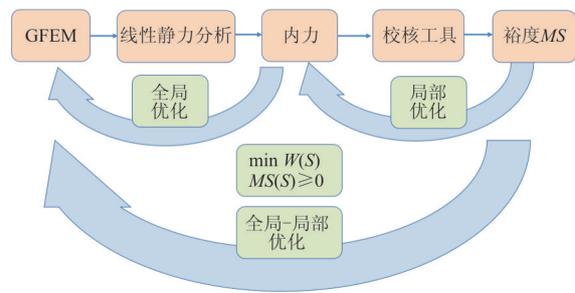


图 7 强度校核设计流程

Fig. 7 Design flow of strength check

2.5 优化设计结果

优化设计后,相对于原金属结构减重 15%,强度、刚度等性能指标满足设计要求,结构细节及铺层设计满足复合材料结构设计规范及工艺要求。

3 结 论

(1) 本文提出的含布置优化、初始尺寸优化、详细铺层优化三个优化层次的复合材料结构优化设计方法,降低了结构质量,缩短了研制周期,提高了结构整体性,充分发挥了复合材料的优良性能,是适用于航空复合材料结构的一种通用方法。

(2) 基于复合材料超级层概念,忽略铺层次序影响,减小复合材料优化设计问题规模,将航空强度工程校核方法嵌入优化卡片,与航空强度校核方法更匹配,同时提高了优化效率,优化结果工程价值较高。

(3) 在进行大规模复合材料结构(例如 C929 的宽体机身或机翼)优化时,特别是前期大量的设计方案时,优化效率还需要进一步提高,而代理模型是降低规模、提高效率的有效方法。今后的研究将集中于初始尺寸优化和详细铺层优化中集成代理模型方法提高优化效率。

参考文献

- [1] 赵群. 复合材料翼面结构布局优化设计方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
ZHAO Qun. Research on the layout optimization design method of composite wing structures[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010. (in Chinese)
- [2] TAYLOR R M, POLAKI D. Optimal design of a composite plate with practical design and manufacturing constraints [C]// 58th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. USA: AIAA/ASCE/AHS/ASC, 2017: 892-901.
- [3] GRIHON S, RAICK C, CARPENTIER A. Rapid sizing for conceptual design at AIRBUS[C]// LMS Aerospace Conference. Toulouse: LMS, 2012: 52-63.
- [4] KROG L, TUCKER A. Topology optimization of aircraft wing box ribs: AIAA-2004-4481[R]. USA: AIAA, 2004.
- [5] SITANSHU P. Prediction of process-induced defects by ply-drops in the design optimization of a complex composite laminate[D]. Texas, USA: The University of Texas at Arlington, 2017.
- [6] 王立凯, 段世慧. 大规模优化设计技术研究在 COMPASS 中的实现[J]. 结构强度研究, 2011(1): 48-51.
WANG Likai, DUAN Shihui. Implementation of large scale optimization design in COMPASS[J]. Research on structural strength, 2011(1): 48-51. (in Chinese)
- [7] 洪清泉, 郭旭辉. 基于 Altair OptiStruct 的复合材料优化技术[J]. CAD/CAM 与制造业信息化, 2008(9): 35-37.
HONG Qingquan, WU Xuhui. Composite optimization technology based on Altair OptiStruct[J]. CAD/CAM and Manufacturing Informatization, 2008(9): 35-37. (in Chinese)
- [8] 张碧辉, 李喜乐, 周波. 复合材料螺旋桨结构多目标优化设计法[J]. 航空工程进展, 2018, 9(1): 77-83.
ZHANG Bihui, LI Xile, ZHOU Bo. Multi-objective optimization of a composite material propeller structure[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2018, 9(1): 77-83. (in Chinese)
- [9] 曹华, 王志瑾, 原潇, 等. 考虑层间应力的厚复合材料结构多级优化设计方法[J]. 航空工程进展, 2018, 9(2): 199-208.
CAO Hua, WANG Zhijin, YUAN Xiao, et al. Multi-step optimization method of the thick composite laminate structures considering inter-laminar stresses [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2018, 9(2): 199-208. (in Chinese)
- [10] 何旋, 金海波. 基于稳定性的复合材料层合板铺层顺序优化[J]. 科技创新导报, 2014(3): 75-76.
HE Xuan, JIN Haibo. Optimization of ply sequence of composite laminates based on stability [J]. Science and Technology Innovation Herald, 2014(3): 75-76. (in Chinese)
- [11] 黄丽华, 刘博, 史婷伟. 提高层压板屈曲强度的铺层顺序优化方法讨论[J]. 玻璃钢/复合材料, 2019(3): 38-42.
HUANG Lihua, LIU Bo, SHI Tingwei. Layer sequence optimization for buckling strength of composite laminates [J]. FRP/Composites, 2019(3): 38-42. (in Chinese)
- [12] HERENCIA J, WEAVER P, FRISWELL M. Morphing wing design via aeroelastic tailoring [C]// 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Honolulu, Hawaii: AIAA, 2007: 23-26.
- [13] DEGENHARDT R, WILHELMI J. Development and application of a new design tool for aerospace structures[C]// 25th Congress of International Council of the Aeronautical Science. Germany: DLR, 2006: 865-871.
- [14] 金达锋, 刘哲, 范志瑞. 基于遗传算法的复合材料层合板削层结构铺层优化[J]. 复合材料学报, 2015, 32(1): 236-242.
JIN Dafeng, LIU Zhe, FAN Zhirui. Ply optimization of composite laminate with ply drop based on genetic algorithm [J]. Acta Materials Composite Sinica, 2015, 32(1): 236-242. (in Chinese)

- [15] OSHER S J, SANTOSA F. Level set methods for optimization problems involving geometry and constraints: I. frequencies of a two-density inhomogeneous drum[J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 171(1): 272-288.
- [16] SETHIAN J A, WIEGMANN A. Structural boundary design via level set and immersed interface methods[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 163: 489-528.
- [17] 朱继宏, 张卫红, 田军, 等. 基于连续密度变量的结构支撑布局优化设计[J]. *机械科学与技术*, 2004, 23(9): 1113-1116.
ZHU Jihong, ZHANG Weihong, TIAN Jun, et al. Optimal layout of structural support conditions based upon continuous density variables[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2004, 23(9): 1113-1116. (in Chinese)
- [18] 张飞. 基于 GSFP 方法的连续体结构选材与拓扑协同优化设计[D]. 大连: 大连理工大学, 2015.
ZHANG Fei. The concurrent optimization design of material selection and structure topology based on GSFP method [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2015. (in Chinese)
- [19] GRIHON S, KROG L, BASSIR D. Numerical optimization applied to structure sizing at AIRBUS: a multi-step process [J]. *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization*, 2009, 101: 771-779.
- [20] GRIHON S, CARPENTIER A, RAICK C. Rapid sizing for conceptual design at AIRBUS[C]// LMS Aerospace Conference. Toulouse: LMS, 2012: 36-42.

作者简介:

王 娆(1972—),女,学士,高级工程师。主要研究方向:航空飞行器结构设计。

赵树军(1986—),男,学士,高级工程师。主要研究方向:飞机结构设计。

付友波(1982—),男,学士,高级工程师。主要研究方向:飞机结构设计。

(编辑:马文静)

(上接第 835 页)

- HE Haonan, YU Kaiping, TANG Hong, et al. Vibration experiment and nonlinear modelling research on the folding fin with freeplay[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(5): 1476-1488. (in Chinese)
- [16] FIROUZ-ABADI R D, ALAVI S M, SALARIEH H. Analysis of non-linear aeroelastic response of a supersonic thick fin with plunging, pinching and flap-ping free-plays [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2013, 40: 163-184.
- [17] TIAN Wei, YANG Zhichun, ZHAO Tian. Nonlinear aeroelastic characteristics of an all-movable fin with freeplay and aerodynamic nonlinearities in hypersonic flow[J]. *International Journal of Non-linear Mechanics*, 2019, 116: 123-139.
- [18] SEO Y J, LEE S J, BAE J S, et al. Effects of multiple structural nonlinearities on limit cycle oscillation of missile control fin[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2011, 27: 623-635.
- [19] HU Wei, YANG Zhichun, GU Yingsong. Aeroelastic study for folding wing during the morphing process[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 365: 216-229.
- [20] HARDER R L, DESMARAIS R N. Interpolation using surface splines [J]. *Journal of Aircraft*, 1972, 9(2): 189-191.
- [21] CHEN Feixin, LIU Jike, CHEN Yanmao. Flutter analysis of an airfoil with nonlinear damping using equivalent linearization[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, 27(1): 59-64.

作者简介:

李家旭(1983—),男,学士,高级工程师。主要研究方向:气动弹性力学及结构动力学设计。

田 玮(1990—),男,博士,副教授。主要研究方向:非线性气动弹性力学及结构动力学。

谷迎松(1981—),男,博士,副教授。主要研究方向:飞行器气动弹性力学及气动伺服弹性。

(编辑:马文静)