

文章编号:1674-8190(2021)02-030-08

基于两层POD和BPNN的翼型反设计方法

李春娜, 贾续毅, 龚春林

(西北工业大学 空天飞行技术研究所, 西安 710072)

摘要: 翼型优化过程需要大量的CFD分析,计算量大、耗时长。本文发展基于本征正交分解(POD)和反向传播神经网络(BPNN)的翼型反设计方法,该方法的优化过程如下:首先,通过Hicks-Henne参数化,在设计空间中构造翼型外形的样本库,并利用Xfoil/Fluent对样本翼型的流场进行求解;然后,对翼面压力系数和几何外形分别建立POD模型,即两层POD模型,并得到对应的基模态系数;最后,使用BPNN建立从压力系数的基模态系数到几何外形的基模态系数的映射,实现在给定压力系数下对几何外形的快速预测。通过算例分析,结果表明:在亚/跨声速状态,基于200个样本训练所得的两层POD+BPNN模型可以实现对具有目标压力系数分布的翼型的预测,其精度满足翼型反设计要求。

关键词: 翼型反设计;两层本征正交分解;反向传播神经网络;聚类;Hicks-Henne参数化

中图分类号: V224; V211.3

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2021.02.04

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Airfoil Inverse Design Method Based on Two-layer POD and BPNN

LI Chunna, JIA Xuyi, GONG Chunlin

(Shaanxi Aerospace Flight Vehicle Design Key Laboratory, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: It is computationally intensive and time-consuming to perform a large number of CFD simulations in the process of airfoil optimization. In this paper, an airfoil inverse design method is developed by using the proper orthogonal decomposition (POD) and back propagation based neural network (BPNN). The optimization process of this method is as follows: First a sample set of airfoil shapes in the design space are generated through Hicks-Henne parameterization, and the flow fields of the sample airfoils are solved by Xfoil and Fluent. Then two POD models of the airfoil pressure coefficients and the geometric shapes are respectively built, and the corresponding base modal coefficients are obtained. Finally, the BPNN is used to map the base modal coefficients of the pressure coefficients to the base modal coefficients of the geometric shapes, in order to achieve rapid prediction of the specified geometric shape under a given pressure coefficient distribution. The results of the test example at subsonic and transonic state show: a two-layer POD+BPNN model based on 200 samples can realize the prediction of the airfoil with target pressure coefficient distribution, and meet the precision requirement of airfoil inverse design.

Key words: airfoil inverse design; two-layer proper orthogonal decomposition; back propagation based neural network; clustering; Hicks-Henne parameterization

收稿日期: 2020-07-09; 修回日期: 2020-10-21

基金项目: 国家自然科学基金(11502209)

通信作者: 李春娜, chunnali@nwpu.edu.cn

引用格式: 李春娜, 贾续毅, 龚春林. 基于两层POD和BPNN的翼型反设计方法[J]. 航空工程进展, 2021, 12(2): 30-37.

LI Chunna, JIA Xuyi, GONG Chunlin. Airfoil inverse design method based on two-layer POD and BPNN[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2021, 12(2): 30-37. (in Chinese)

0 引言

在气动优化设计中,CFD方法由于具有高可信度而逐渐得到广泛应用^[1-2],但是大量的CFD分析所消耗的时间和计算资源也是十分巨大的。为了有效地降低优化成本,研究人员提出了一系列更高效的优化设计方法,例如,使用伴随方法可以有效地提高多设计变量梯度优化过程的效率^[3-4]。但是从优化算法本身进行改进仍不能有效地解决调用大量CFD的问题。

代理优化算法^[5-6]的应用使CFD的调用次数呈量级式下降,大幅提高了优化效率。例如,韩少强等^[7]使用梯度增强型Kriging模型实现了高维设计变量的气动反设计;邱亚松等^[8]使用本征正交分解(Proper Orthogonal Decomposition,简称POD)和Kriging/RBF代理模型实现了对变外形的翼型定常流场的预测。但是,Kriging等代理模型一般只适用于单输出,对于流场参数预测等多输出问题建模效率低下。

近年来,研究人员将机器学习方法应用于流场预测、气动优化等方面,并取得显著成效^[9-11]。Zhu Linyang等^[12]使用RBF神经网络建立了数据驱动的湍流模型并实现了涡黏的预测;刘凌君等^[13]使用反向传播神经网络(Back Propagation based Neural Network,简称BPNN)构建了翼型参数化系数与翼面压力系数的神经网络,并实现了翼型反设计,但存在模型训练样本量大(4 000个训练样本),需要将翼型参数化系数分组建立多个神经网络等复杂问题。

直接使用神经网络(Neural Network,简称NN)构建流场预测模型,由于流场数据维度高,模型输入输出维度差异过大,导致模型学习缓慢、建模困难。而以POD为代表的降阶模型可以有效地解决高维数据的维度灾难问题,并已成功应用于流场近似求解、翼型反设计等方面^[14-15]。

本文以翼型为研究对象,首先,结合POD和NN的特点,发展一种基于两层POD和BPNN的翼型反设计方法;然后,将该方法应用于亚/跨声速下的翼型反设计,包括翼型库建立、聚类取样、基模态个数选取、模型训练等方面;最后,通过算

例对预测误差、聚类取样效果和超参数等方面进行分析。

1 建模方法

1.1 样本库建立

常见的翼型参数化方法包括Hicks-Henne、CST、PARSEC、B样条等^[16-17],其中Hicks-Henne参数化通过在基准翼型的上下表面叠加数个Hicks-Henne形函数,并调节形函数的个数、作用位置、高度系数来实现翼型外形的改变,在翼型反设计、气动优化设计中得到广泛应用。

本文以典型的亚声速翼型NACA0012和跨声速翼型RAE2822为基准翼型,在其上下翼面各施加6个Hicks-Henne形函数,其高度系数范围在亚声速中为 $[\pm 0.005, \pm 0.010, \pm 0.010, \pm 0.010, \pm 0.010, \pm 0.005]$,在跨声速中为 $[\pm 0.005, \pm 0.005, \pm 0.005, \pm 0.005, \pm 0.005]$,对应的作用位置均为 $0.10c, 0.25c, 0.45c, 0.65c, 0.80c, 0.90c$ (c 为翼型弦长)。

1.2 POD降阶

POD是将具有高维特征的数据转化为正交的低维特征数据。为了最大程度地保留原始数据的信息量,应使降阶后的数据方差最大化^[18]。

设 r 个样本构成原始样本数据矩阵 $X = [x_1, x_2, \dots, x_r]_{(n \times r)}$,每个样本为 n 维向量,即 $x_i = [x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni}]^T$,样本均值 $\bar{x} = \sum_{i=1}^r x_{i0}$ 。对 X 做中心化处理,得到新样本数据 $D = [d_1, d_2, \dots, d_r]_{(n \times r)}$,其中

$$d_i = x_i - \bar{x} \quad (1)$$

使用线性映射矩阵 $U_{(m \times n)}$ 将 D 降阶至 m 维空间,降阶所得数据为 $Y_{(m \times r)}$,即

$$Y = UD \quad (2)$$

要使 Y 方差最大化,只需计算 D 的协方差矩阵 $\text{var}(D)$ 的特征值和特征向量,并将前 m 个最大的特征值所对应的特征向量 q_1, q_2, \dots, q_m 构成 U 即可。 $\text{var}(D)$ 的计算公式为

$$\text{var}(D) = D^T D / (r - 1) \quad (3)$$

式中： D^T 为 D 的转置矩阵。

POD降阶流程如图 1 所示。

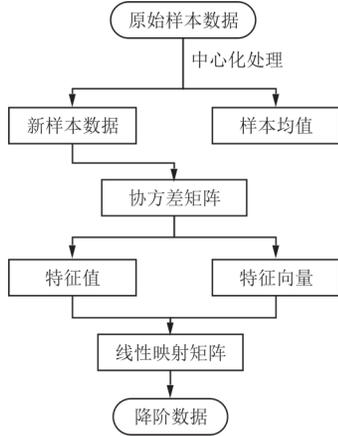


图 1 POD降阶流程

Fig. 1 Process of building POD reduced-order model

1.3 BPNN 模型

BPNN 是一种通过前向传播计算输出,反向传播计算误差的全连接神经网络。其特点是多输入多输出建模,具备较强的非线性拟合能力,普遍应用于分类或回归问题^[19]。典型的 BPNN 具有三层:输入层、隐藏层和输出层,如图 2 所示。

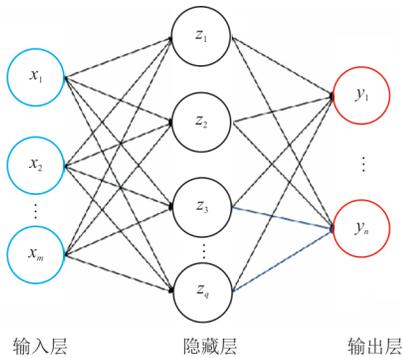


图 2 三层 BPNN

Fig. 2 A BPNN with three-layer

对于如图 2 所示的 BPNN 模型,输入层为 m 个神经元,输出层为 n 个神经元,隐藏层神经元个数为 q ,其大小由 m, n 值确定,这里 $q = \max \{m, n\}$ 。每层神经元通过权值 ω 和激活函数连接^[19],本文算例中隐藏层和输出层的激活函数类型分别为 tansig 和 purelin 函数, BPNN 的训练流程如表 1 所示。

表 1 BPNN 的训练流程

Table 1 Training process of BPNN

步骤	具体操作
1	选择激活函数并初始化权值 ω ;
2	正向传播计算各层的输出值 z, y ;
3	计算输出值与真实值的误差;
4	反向传播计算各层神经元误差;
5	更新权值 ω ;
6	重复步骤 2~步骤 5,直到模型满足训练要求。

1.4 翼型反设计方法

结合 POD 和 BPNN 模型,发展一种快速的翼型反设计方法,其流程图如图 3 所示。具体流程分为四步。

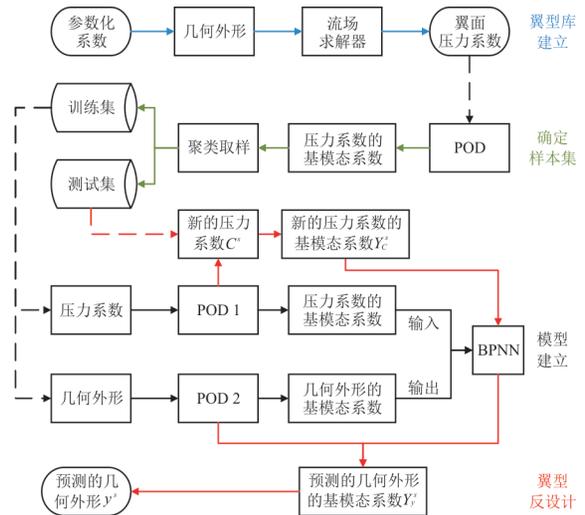


图 3 基于两层 POD 和 BPNN 的翼型反设计方法

Fig. 3 Airfoil reverse design method based on two-layer POD and BPNN

第一步,翼型库建立。

使用参数化方法得到 r 个不同几何外形的翼型(无量纲化),每个翼型可以用坐标集 $\{x_0, y_i\}_{i=1}^r$ 表示,其中 x_0 为构成翼型的所有坐标点的横坐标,每个翼型均相同; y_i 为构成第 i 个翼型的所有坐标点的纵坐标。因此,每个翼型可以由唯一的 y_i 确定。使用流场求解器,可以计算给定工况下每个翼型所对应的翼面压力系数。第 i 个翼型对应的翼面压力系数用 $\{x_c, C_i\}$ 表示,其中 x_c 为描述上下翼面所有点的横坐标值,且每个翼型均一致; C_i 为第 i 个翼型的翼面压力系数值。因此,每个翼型的翼面压力系数可以由唯一的 C_i 确定。

第二步,确定样本集。

在建立翼面压力系数到几何外形的映射之前,为了确定最佳训练样本量,提高训练效率,本文提出一种聚类取样策略。首先将所有样本的翼面压力系数 C 进行 POD 降阶,得到压力系数的基模态系数矩阵 $S_C = \{C_i\}_{i=1}^r$,将基模态系数一致的样本归为一类 $S_i (i=1, 2, \dots, k, \text{且 } k < r)$,每类随机抽取一个样本 $C_i = \forall S_i$ 作为训练集中的样本,训练集为 $S_T = \{C_i\}_{i=1}^k$ 。从剩下的 $(r-k)$ 个样本中随机抽取 t 个样本作为测试集 $S_V = \{C_i | C_i = \forall (S_C - S_T)\}$ 。

第三步,模型建立。

训练集的 k 个样本,其压力系数为 $C_{T(n_1 \times k)}$,几何外形(纵坐标)为 $y_{T(n_2 \times k)}$,对压力系数和几何外形分别建立 POD 模型,命名为 POD 1 和 POD 2,得到对应的基模态系数矩阵 $Y_C (m_1 \times r)$ 和 $Y_y (m_2 \times r)$,其中 m_1 和 m_2 满足 $m_1 \ll n_1, m_2 \ll n_2$,其大小通过分析 POD 重构误差确定。此后,将 Y_C 和 Y_y 分为作为 BPNN 的输入和输出来训练 BPNN 模型。其中, BPNN 为三层,输入层为 m_1 维,输出层为 m_2 维,隐藏层神经元个数为 $\max\{m_1, m_2\}$ 。

第四步,翼型反设计。

任意选取测试集中的样本,其对应的压力系数为 C^s 。首先,通过 POD 1 模型得到压力系数的基模态系数 Y_C^s ;然后,带入训练好的 BPNN,得到预测几何外形的基模态系数 Y_y^s ;最后,通过 POD 2 重构得到预测的几何外形 y^s 。从而快速实现翼型反设计。

2 算例与分析

2.1 翼型库建立

采用 Hicks-Henne 参数化方法,计算工况为亚声速状态: $Ma = 0.35, \alpha = 2.79^\circ, Re = 6.5 \times 10^6$; 跨声速状态: $Ma = 0.75, \alpha = 2.79^\circ, Re = 5.7 \times 10^6$, 流场求解器分别为 Xfoil^[13] 和 Fluent。以 NACA0012 翼型求解为例,对比 Xfoil 与 Fluent 得到的翼面压力系数分布,如图 4 所示,可以看出:两者基本吻合,说明 Xfoil 在小攻角亚声速计算状态下具有较高的准确性。而后,利用拉丁超立方试验方

法生成 500 个翼型样本,并通过流场求解器计算 500 个新翼型的压力系数,得到压力系数矩阵 C 。

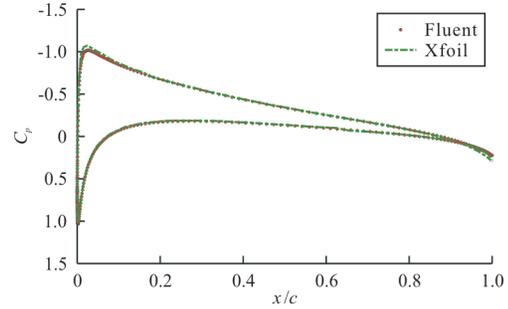


图4 NACA0012翼型翼面压力系数分布对比

Fig. 4 Comparison of pressure coefficient distribution of NACA0012

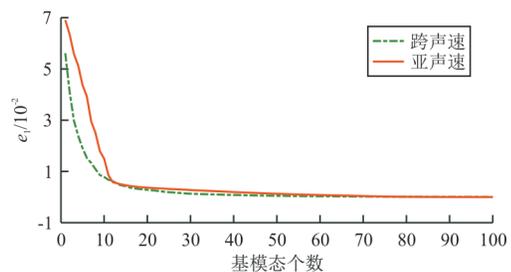
2.2 聚类取样

定义重构(或预测)误差为

$$\begin{cases} e_1 = \sqrt{\sum_{i=1}^N (X_{\text{pre}}^i - X_{\text{real}}^i)^2} / N \\ e_2 = \sum_{i=1}^N (X_{\text{pre}}^i - X_{\text{real}}^i)^2 / N \end{cases} \quad (4)$$

式中: e_1 为均方根误差; e_2 为均方误差; $X_{\text{pre}}^i, X_{\text{real}}^i$ 分别为第 i 个坐标位置的预测数据和真实数据,该数据在 POD 1 中表示压力系数,在 POD 2 中表示几何外形纵坐标; N 为总坐标位置数目。

对压力系数 C 随机抽取 90% 进行 POD 建模, 10% 进行 POD 重构误差分析。不同基模态个数取值下压力系数的重构误差如图 5 所示,可以看出:可以发现,压力系数的信息主要集中在前 11 阶;基模态个数小于 11 时,重构误差随着基模态个数增加减小得非常快;当基模态个数继续增大时,重构误差的下降程度变缓,并逐渐接近 0。当基模态个数取 20 时,亚声速 $e_1 = 3.7 \times 10^{-3}, e_2 = 1.39 \times 10^{-5}$, 跨声速 $e_1 = 3.0 \times 10^{-3}, e_2 = 9.97 \times 10^{-6}$, 误差很小,因此压力系数的降阶维数 s_1 设为 20。



(a) 均方根误差

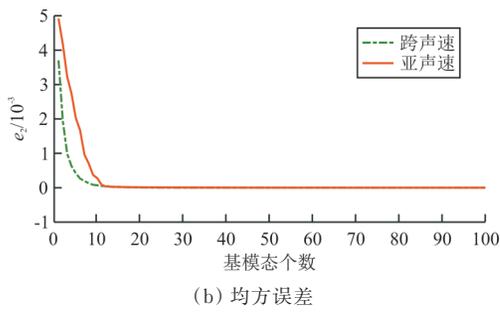


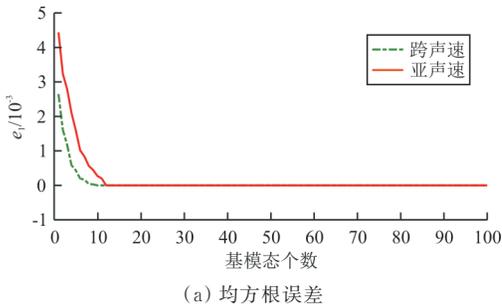
图5 压力系数的重构误差

Fig. 5 Reconstruction error of pressure coefficient

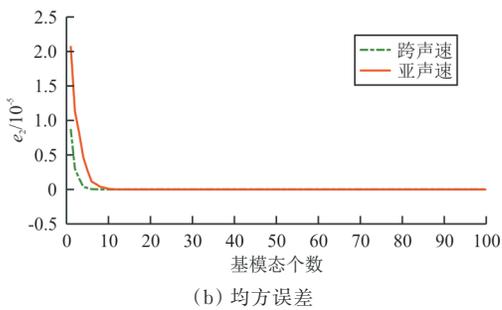
采用 *K*-means 算法^[18]对 500 组压力系数的基模态系数(20 阶)进行聚类分析,聚类数目设置为 200。根据 1.4 节的第二步,可以得到 200 个训练样本。再在剩余样本中随机抽取 10 个作为模型的测试样本。

2.3 模型训练

使用与 2.2 节相同的方法确定几何外形的基模态个数取值。随机抽取训练样本的 90%,并对其几何外形建立 POD 2 模型,然后对另外 10% 进行重构误差分析,得到几何外形的重构误差如图 6 所示。



(a) 均方根误差



(b) 均方误差

图6 几何外形的重构误差

Fig. 6 Reconstruction error of geometry

从图 6 可以看出:当基模态个数为 12 时,亚/

跨声速的均方根误差 e_1 基本接近于 0,说明前 12 阶基模态可以高精度地重构出几何外形。

对比图 5 和图 6,可以看出:跨声速的重构误差小于亚声速,这是由于在 Hicks-Henne 参数化中跨声速的参数范围小于亚声速所致。

此时,确定了 BPNN 模型的输入和输出维度分别为 20、12,取隐藏层神经元个数为 20,训练并建立从压力系数的基模态系数到几何外形的基模态系数的网络。由于训练样本量小(200 个),且 BPNN 模型仅为三层,模型训练耗时很短。在 Intel i5-8500 CPU、16G RAM 的 PC 上,聚类取样耗时约为 0.5 s,POD 1 和 POD 2 的建模耗时均不到 0.2 s,BPNN 训练耗时为 5~8 s,整个模型的建模时间相对于流场求解时间是很短的。

2.4 结果分析

在某计算工况下,给定目标压力分布,获得满足该压力分布的翼型的过程称为翼型反设计^[20]。在亚/跨声速下,分别对于所选取的 10 个测试样本,将其压力系数作为模型输入,使用两层 POD+BPNN 模型,预测出对应的翼型,并与目标翼型的外形进行对比,得到均方根误差分布如图 7 所示。

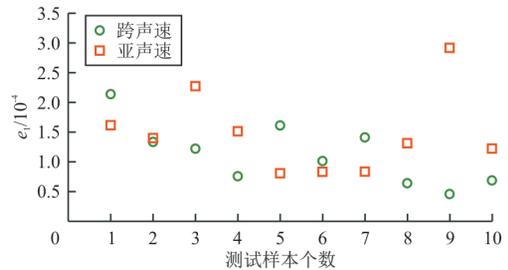
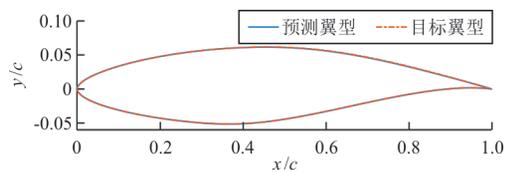


图7 翼型反设计的均方根误差

Fig. 7 RMSEs of inverse-designed airfoils

取亚/跨声速中误差最大的第 9 个和第 1 个测试样本,对比其目标翼型与预测翼型,如图 8 所示。对比预测翼型的压力系数与目标压力系数,如图 9 所示。



(a) 亚声速

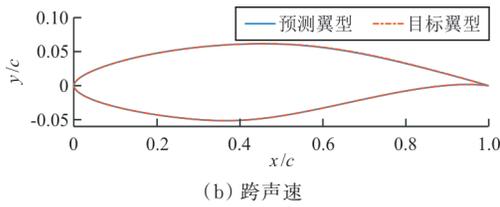


图 8 目标翼型和预测翼型的对比

Fig. 8 Comparison of real and predicted airfoils

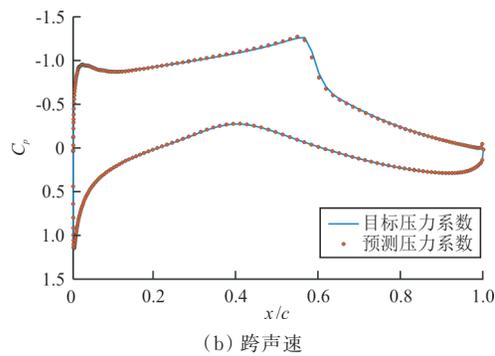
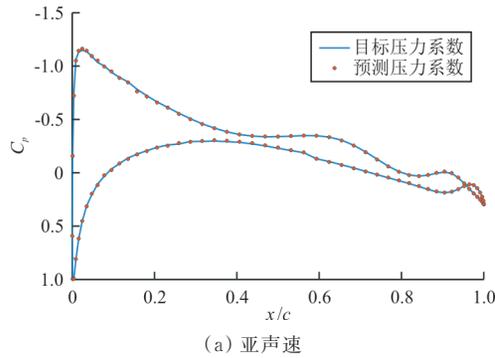


图 9 目标和预测压力系数的对比

Fig. 9 Comparison of real and target pressure coefficient

从图 8~图 9 可以看出:预测翼型与目标翼型无明显差异,且预测翼型的压力系数与目标压力系数曲线吻合较好,说明在亚/跨声速工况下,两层 POD+BPNN 模型的精度能够满足翼型反设计的要求。

同时,以亚声速为例,将预测翼型与目标翼型的纵坐标做差,得到上下翼面翼型外形的预测误差 Δ_1 ;将预测翼型的压力系数与目标压力系数做差,得到上下翼面压力系数的预测误差 Δ_2 。两个误差如图 10 所示,可以看出:翼型纵坐标的预测误差的量级为 10^{-4} ,而翼型纵坐标的量级为 10^{-2} ;压力系数的预测误差的量级为 10^{-2} ,而压力系数的量级为 10^0 ,说明使用该模型进行翼型反设计具有较高的准确性,且预测翼型的翼面压力系数分布与

目标压力系数分布相一致。

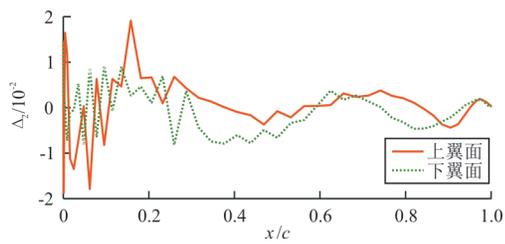
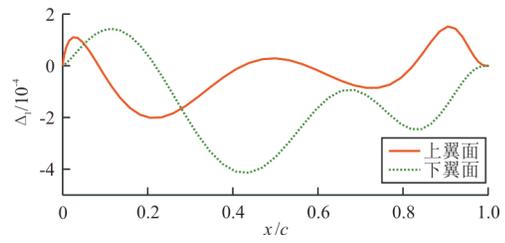


图 10 翼型外形和压力系数的预测误差

Fig. 10 Prediction errors of airfoils and pressure coefficients

上述模型是由聚类取样得到的 200 个样本训练所得,为了进一步分析训练样本量对模型预测精度的影响,选取聚类数目 $k \in [20, 490]$,并随机取 10 个样本作为测试集,得到亚/跨声速下、不同 k 下 10 个测试样本的预测翼型外形与真实翼型外形的均方根误差均值 e_1 随 k 的变化规律如图 11 所示,可以看出:聚类数目小于 120 时,随着聚类数目的增加,均方根误差下降很快,说明训练样本量过少不能够表征出全部样本的特征;当聚类数目达到 180 以上,均方根误差处于较低水平,继续增加聚类数目不会使均方根误差产生明显变化,说明聚类取样得到的 180 个样本基本可表征出全部样本的特征。本文选取 200 个样本建模是合理的。

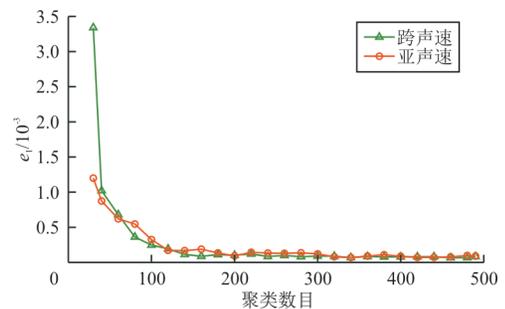


图 11 聚类数目对模型预测误差的影响分析

Fig. 11 Influence of the of cluster number on the model error

2.5 超参数分析

BPNN的超参数包括网络层数、隐藏层的神经元个数、激活函数类型、训练函数类型、学习率等,这些超参数会影响模型的训练效率、预测精度。本文针对跨声速算例,以隐藏层神经元个数和激活函数为例,分析超参数对模型训练的影响。

(1) 隐藏层神经元个数

通过设置不同的隐藏层神经元个数,分析模型的预测误差和训练耗时,如图 12 所示。

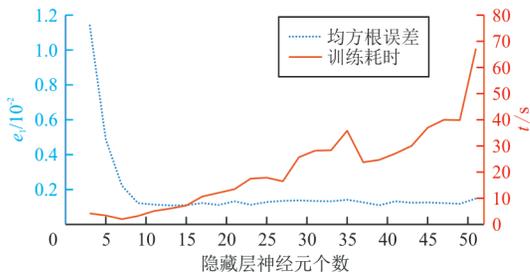


图 12 隐藏层神经元个数对模型训练的影响分析

Fig. 12 Influence of the number of hidden layer neurons on model training

从图 12 可以看出:当神经元个数小于 10 时,预测误差较大,说明在本问题中,隐藏层神经元个数过少不能够完整地学习到样本的特征;当神经元个数取值在 10~50 之间,预测误差基本一致,但是训练耗时会随着神经元个数的增多呈现上升趋势。因此,隐藏层神经元个数的取值应适当。

(2) 激活函数

选取 6 种不同的激活函数组合,分析不同组合下模型的训练耗时和预测误差,如表 2 所示,可以看出:使用“tansig+purelin”和“logsig+purelin”均能保证较高的训练效率和预测精度。

表 2 不同激活函数组合对模型训练的影响分析

Table 2 Influence of the different activation functions on model training

激活函数	训练耗时/s	Mean(e_1)	Max(e_1)
[tansig, tansig]	4.209	2.351×10^{-4}	4.742×10^{-4}
[tansig, logsig]	16.830	2.638×10^{-3}	5.337×10^{-3}
[tansig, purelin]	4.944	1.090×10^{-4}	1.407×10^{-4}
[logsig, purelin]	3.659	7.660×10^{-5}	9.785×10^{-5}
[logsig, logsig]	21.880	2.529×10^{-3}	4.710×10^{-3}
[purelin, purelin]	20.420	2.385×10^{-4}	3.717×10^{-4}

3 结 论

(1) 本文发展了一种基于两层 POD+BPNN 的翼型反设计方法,可以高效地建立从高维翼面压力系数到高维翼型外形的映射。

(2) 通过对压力系数的基模态系数聚类来确定样本集,可以在保证模型精度的前提下有效地降低训练样本量,提高建模效率。

(3) 针对亚/跨声速算例,使用 200 个样本建立的两层 POD+BPNN 模型,其预测翼型外形的均方根误差为 10^{-4} 量级,对应的压力系数与目标压力系数吻合很好,说明该模型的精度可以满足翼型反设计的要求。

参 考 文 献

- [1] SLOTNICK J, KHODADOUST A, ALONSO J, et al. CFD vision 2030 study—a path to revolutionary computational aerosciences: NASA/CR-2014-218178 [R]. USA: NASA, 2014.
- [2] 白俊强, 雷锐午, 杨体浩, 等. 基于伴随理论的大型客机气动优化设计研究进展[J]. 航空学报, 2019, 40(1): 103-120.
BAI Junqiang, LEI Ruiwu, YANG Tihao, et al. Progress of adjoint-based aerodynamic optimization design for large civil aircraft [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40(1): 103-120. (in Chinese)
- [3] LYU Z, KENWAY G, MARTINS J. Aerodynamic shape optimization investigations of the common research model wing benchmark [J]. AIAA Journal, 2015, 53(4): 968-985.
- [4] MARTINS J, HWANG J. Review and unification of methods for computing derivatives of multidisciplinary systems [J]. AIAA Journal, 2013, 51(11): 2582-2599.
- [5] 韩忠华, 许晨舟, 乔建领, 等. 基于代理模型的高效全局气动优化设计方法研究进展[J]. 航空学报, 2020, 41(5): 30-70.
HAN Zhonghua, XU Chenzhou, QIAO Jianling, et al. Recent progress of efficient global aerodynamic shape optimization using surrogate-based approach [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(5): 30-70. (in Chinese)
- [6] VIANA F, SIMPSON T, BALABANOV V, et al. Metamodeling in multidisciplinary design optimization: how far have we really come? [J]. AIAA Journal, 2014, 52(4): 670-690.
- [7] 韩少强, 宋文萍, 韩忠华, 等. 基于梯度增强型 Kriging 模型的气动反设计方法[J]. 航空学报, 2017, 38(7): 138-152.
HAN Shaoqiang, SONG Wenping, HAN Zhonghua, et al.

- Aerodynamic inverse design method based on gradient-enhanced Kriging model[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2017, 38(7): 138-152. (in Chinese)
- [8] 邱亚松, 白俊强, 华俊. 基于本征正交分解和代理模型的流场预测方法[J]. *航空学报*, 2013, 34(6): 1249-1260.
QIU Yasong, BAI Junqiang, HUA Jun. Flow field estimation method based on proper orthogonal decomposition and surrogate model[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(6): 1249-1260. (in Chinese)
- [9] SALEEM W, KHARAL A, AHMAD R, et al. Comparison of ACO and GA techniques to generate neural network based Bezier-PARSEC parameterized airfoil[C]// The 2015 11th International Conference on Natural Computation. USA: IEEE, 2015: 1127-1133.
- [10] LI Kai, KOU Jiaqing, ZHANG Weiwei. Deep neural network for unsteady aerodynamic and aeroelastic modeling across multiple Mach numbers [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 132: 1-21.
- [11] 陈海昕, 邓凯文, 李润泽. 机器学习技术在气动优化中的应用[J]. *航空学报*, 2019, 40(1): 52-68.
CHEN Haixin, DENG Kaiwen, LI Runze. Utilization of machine learning technology in aerodynamic optimization [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2019, 40(1): 52-68. (in Chinese)
- [12] ZHU Linyang, ZHANG Weiwei, KOU Jiaqing, et al. Machine learning methods for turbulence modeling in subsonic flows around airfoils[J]. *Physics of Fluids*, 2019, 31(1): 135-142.
- [13] 刘凌君, 周越, 高振勋. 基于神经网络的翼型气动力计算和反设计方法[J]. *气体物理*, 2018, 3(5): 41-47.
LIU Lingjun, ZHOU Yue, GAO Zhenxun. Aerodynamic force calculation and inverse design for airfoil based on neural network[J]. *Physics of Gases*, 2018, 3(5): 41-47. (in Chinese)
- [14] BUI-THANH T, DAMODARAN M, WILLCOX K. Aerodynamic data reconstruction and inverse design using proper orthogonal decomposition[J]. *AIAA Journal*, 2004, 42(8): 1505-1516.
- [15] 白俊强, 邱亚松, 华俊. 改进型 Gappy POD 翼型反设计方法[J]. *航空学报*, 2013, 34(4): 762-771.
BAI Junqiang, QIU Yasong, HUA Jun. Improved airfoil inverse design method based on Gappy POD[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(4): 762-771. (in Chinese)
- [16] 廖炎平, 刘莉, 龙腾. 几种翼型参数化方法研究[J]. *弹箭与制导学报*, 2011, 31(3): 160-164.
LIAO Yanping, LIU Li, LONG Teng. The research on some parameterized methods for airfoil[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2011, 31(3): 160-164. (in Chinese)
- [17] 陈婉春, 孙刚. 基于气动特性翼型参数化方法的适用性研究[J]. *力学季刊*, 2015, 36(4): 678-689.
CHEN Wanchun, SUN Gang. Applicability of airfoil parameterization methods based on aerodynamic performance[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2015, 36(4): 678-689. (in Chinese)
- [18] 刘长龙. 从机器学习到深度学习: 基于 Scikit-learn 与 TensorFlow 的高效开发实战[M]. 北京: 电子工业出版社, 2019: 136-179.
LIU Changlong. From machine learning to deep learning: effective development based on Scikit-learn and TensorFlow [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2019: 136-179. (in Chinese)
- [19] PHIL K. 深度学习: 基于 MATLAB 的设计实例[M]. 邹伟, 王振波, 王燕妮, 译. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2018: 65-70.
PHIL K. Deep learning for beginners: with MATLAB examples [M]. Translated by ZOU Wei, WANG Zhenbo, WANG Yanni. Beijing: Beihang University Press, 2018: 65-70. (in Chinese)
- [20] ZHU Yujie, JU Yaping, ZHANG Chuhua. An experience-independent inverse design optimization method of compressor cascade airfoil[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part A: Journal of Power and Energy*, 2019, 233(4): 99-108.

作者简介:

李春娜(1982—),女,博士,副教授。主要研究方向:优化方法与技术,气动优化设计,智能流体技术等。

贾续毅(1999—),男,博士研究生。主要研究方向:智能流体技术,气动优化设计,总体设计。

龚春林(1980—),男,博士,教授。主要研究方向:导弹和先进空天飞行器总体设计,飞行器多学科设计优化等。

(编辑:马文静)