

文章编号:1674-8190(2020)06-827-09

考虑间隙非线性的控制舵非线性气动弹性分析

李家旭¹, 田玮², 谷迎松²

(1. 航空工业陕西飞机工业(集团)公司 设计院, 汉中 723213)

(2. 西北工业大学 结构动力学与控制研究所, 西安 710072)

摘要: 间隙结构的气动弹性系统非线性颤振问题是飞行器气动弹性力学工程领域的研究热点和难点, 研究考虑间隙非线性的控制舵系统的气动弹性特性具有重要意义。基于最小状态拟合方法获得时域降阶气动力模型, 并通过 Lagrange 方程获得系统非线性气动弹性方程; 对比分析三种不同非线性控制舵系统的极限环颤振及非线性动力学响应特性, 并与等效线性化和时域仿真的结果进行一致性对比。结果表明: 俯仰和扑动弹簧刚度的变化对系统颤振边界有显著影响, 当俯仰和扑动两个方向同时含有间隙非线性时, 系统在线性颤振速度内存在倍周期、混沌等复杂非线性动力学现象。

关键词: 气动弹性; 控制舵; 间隙非线性; 极限环; 混沌

中图分类号: V215.3; O322

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2020.06.010

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Nonlinear Aero-elastic Analysis of Control Fin with Free-play Nonlinearity

LI Jiayu¹, TIAN Wei², GU Yingsong²

(1. Design Institute, AVIC Shaanxi Aircraft Industry Group Corporation, Hanzhong 723213, China)

(2. Institute of Structural Dynamics and Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The nonlinear flutter problem of aero-elastic system with free-play nonlinearity has become one of the hottest and most challenging topics in the engineering field of aircraft aero-elasticity. The nonlinear aero-elastic behaviors of the control fin with free-play nonlinearity are analyzed. The reduced-order aerodynamic model in time-domain is obtained by using the minimum state approximation method, and then the nonlinear aero-elastic equations of the control fin can be obtained based on the Lagrange equation. Using the numerical method, the aero-elastic system behaviors with free-play nonlinearity in either pitch or plunge, or both of them are studied, including limit cycle oscillations (LCOs) and nonlinear dynamic responses. The numerical results are compared with those of the equivalent linearization method. The results show that the stiffness of pitch and plunge spring is of significant influence on the flutter boundary of the system. And when the free-plays are both in pitch and plunge, there exist complex dynamic phenomena including the multi-periodic LCOs and chaotic motions.

Key words: aero-elastic; control fin; free-play nonlinearity; limit cycle oscillations; chaos

收稿日期:2020-11-06; 修回日期:2020-12-04

通信作者:田玮, twtp100@163.com

引用格式:李家旭, 田玮, 谷迎松. 考虑间隙非线性的控制舵非线性气动弹性分析[J]. 航空工程进展, 2020, 11(6): 827-835, 850.

LI Jiayu, TIAN Wei, GU Yingsong. Nonlinear aero-elastic analysis of control fin with free-play nonlinearity[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2020, 11(6): 827-835, 850. (in Chinese)

0 引言

一直以来,飞行器气动弹性问题都是航空航天领域研究的重点问题之一,备受关注,极大地推动了我国飞机气动弹性力学的研究和发展。然而,现代航空航天飞行器在具备更高飞行速度、更强机动性能的同时,涉及的气动弹性问题越来越复杂,带来的非线性问题也越发明显^[1]。控制舵结构作为飞行器典型升力面结构之一,相比其他结构部件,其操纵刚度相对较低,更易发生颤振失稳。

在生产过程中,不可避免地出现超差、装配误差等因素,同时飞行器运动过程中也会出现磨损等现象,从而导致飞行器结构出现间隙非线性。它作为最常见的一种集中非线性环节,在当前飞行器气动弹性分析中需要被重点考虑^[2]。杨智春等^[3]从建模方法、分析方法及动力学行为等方面对含结构集中非线性的机翼颤振研究进行了探讨和总结,其中,控制舵的舵轴连接处及其操纵刚度都可能存在间隙非线性环节,这些都会改变系统的动力学特性及操控性能。该问题也受到了国内外研究人员的广泛关注^[4-12]。基于双协调自由界面法,Wu Zhigang 等^[13]建立了带间隙折叠翼的结构模型,并通过地面振动试验验证了建模与辨识方法的有效性;Yang Ning 等^[14]针对含间隙非线性舵结构,提出了一种基于动态子结构法的气动弹性建模方法,用于非线性颤振分析;何昊南等^[15]从实验和仿真两方面对含有间隙的折叠舵面建模方法及响应分析进行了研究;R. D. Firouz-Abadi 等^[16]建立了带有间隙的三维双楔型机翼模型,考察了关键参数对非线性动力学特性的影响规律;Tian Wei 等^[17]针对含有间隙的三维全动舵面模型,考察了气动载荷和热载荷作用下间隙对非线性气动弹性响应特性的影响规律。然而,考虑局部结构间隙影响的舵面非线性颤振机理研究尚有不足,尤其当含有多个非线性环节时,间隙对系统颤振和非线性动力学响应是如何影响的,这些都缺少系统的研究。

综上所述,本文针对考虑间隙非线性的控制舵非线性气动弹性系统,着重考察间隙非线性对舵面非线性颤振特性的影响机理。应用 Lagrange 方程建立考虑俯仰和扑动方向的控制舵动力学方程,利用基于样条插值函数获得气动力降阶模型,并应用

最小状态法将降阶频域气动力模型拟合成时域气动力模型;分别考察仅有俯仰间隙、仅有扑动间隙及两个自由度同时含有间隙情况下系统的颤振稳定性及非线性动力学响应特性。

1 理论模型

1.1 控制舵结构建模

刚性全动舵面的结构模型如图 1 所示,可以在其根部绕 x 轴和绕 y 轴转动,分别代表全动舵面扑动方向(β)和俯仰方向(α)的运动,并且舵面的根部在扑动和俯仰方向上分别施加一个弹簧约束,即 K_β 和 K_α 。对于该全动舵面气动弹性模型,其动能和势能可以由式(1)和式(2)得到:

$$T = \frac{1}{2} \bar{I}_{xx} \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} \bar{I}_{yy} \dot{\alpha}^2 + (\bar{I}_{xy} - 2m \bar{x} \bar{y}) \dot{\beta} \dot{\alpha} \quad (1)$$

$$U = \frac{1}{2} K_\beta \beta^2 + \frac{1}{2} K_\alpha \alpha^2 \quad (2)$$

式中: m 为舵面结构质量; \bar{I}_{xx} 、 \bar{I}_{yy} 和 \bar{I}_{xy} 为在参考坐标系下相应弹性轴的质量惯性矩; \bar{x} 和 \bar{y} 为重心的位置。

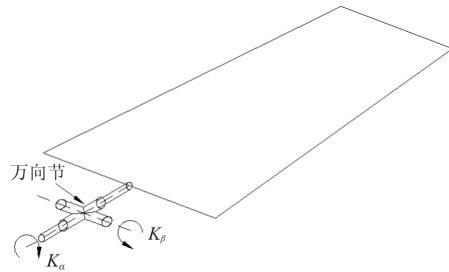


图 1 全动舵面模型的平面几何示意图

Fig. 1 Schematic of all-movable fin geometry

通过应用 Lagrange 方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (3)$$

建立系统的运动方程,其运动方程矩阵形式为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \mathbf{x} = \mathbf{Q} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{x} = [\beta \ \alpha]^T$ 为状态向量; \mathbf{M} 和 \mathbf{K} 分别为广义质量阵和刚度阵; \mathbf{Q} 为广义外载荷。

当不考虑结构阻尼时:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \bar{I}_{xx} & \bar{I}_{xy} - 2m \bar{x} \bar{y} \\ \bar{I}_{xy} - 2m \bar{x} \bar{y} & \bar{I}_{yy} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_\beta & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_\beta \\ Q_\alpha \end{bmatrix}.$$

对于含有俯仰和扑动间隙非线性的控制舵模型,其动力学方程可写为

$$M\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{M}(\mathbf{x}) = \mathbf{Q} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{M}(\mathbf{x}) = [g(\beta) \ f(\alpha)]^T$,为弹性恢复力项。

俯仰和扑动方向的非线性恢复力矩表达式分别为

$$f(\alpha) = \begin{cases} K_\alpha(\alpha - \delta_\alpha) & (\alpha \geq \delta_\alpha) \\ 0 & (-\delta_\alpha < \alpha < \delta_\alpha) \\ K_\alpha(\alpha + \delta_\alpha) & (\alpha \leq -\delta_\alpha) \end{cases} \quad (6a)$$

$$g(\beta) = \begin{cases} K_\beta(\beta - \delta_\beta) & (\beta \geq \delta_\beta) \\ 0 & (-\delta_\beta < \beta < \delta_\beta) \\ K_\beta(\beta + \delta_\beta) & (\beta \leq -\delta_\beta) \end{cases} \quad (6b)$$

式(6)中的恢复力矩可分写为线性项和非线性项的形式,即:

$$f(\alpha) = K_\alpha\alpha + f_1(\alpha) \quad (7a)$$

$$g(\beta) = K_\beta\beta + g_1(\beta) \quad (7b)$$

其中,

$$f_1(\alpha) = \begin{cases} -K_\alpha\delta_\alpha & (\alpha \geq \delta_\alpha) \\ -K_\alpha\alpha & (-\delta_\alpha < \alpha < \delta_\alpha) \\ K_\alpha\delta_\alpha & (\alpha \leq -\delta_\alpha) \end{cases}$$

$$g_1(\beta) = \begin{cases} -K_\beta\delta_\beta & (\beta \geq \delta_\beta) \\ -K_\beta\beta & (-\delta_\beta < \beta < \delta_\beta) \\ K_\beta\delta_\beta & (\beta \leq -\delta_\beta) \end{cases}$$

最终,弹性恢复项可表示为 $\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \mathbf{K} + \mathbf{F}_N$, $\mathbf{F}_N = [g_1(\beta) \ f_1(\alpha)]^T$ 。

1.2 控制舵气动力建模

在对全动舵面动力学系统进行气动弹性求解时,需要实时地计算广义外载荷的非定常气动力。为了提高计算效率,本文采用升力面理论中的偶极子格网法进行气动力建模,利用基于样条函数的降阶方法对频域气动力进行降阶,从而得到降阶的气动力模型,再应用最小状态法将频域气动力模型转换到时域上。

1.2.1 频域气动力模型降阶的理论方法

工程上常用的升力面方法,如偶极子格网法和 ZONA51 等,则是通过气动力影响系数矩阵来计算气动力^[18-19]。频域非定常气动力模型可以表示为

$$\mathbf{Q} = q_\infty \mathbf{A}(\omega) \mathbf{z} \quad (8)$$

式中: q_∞ 为动压; $\mathbf{A}(\omega)$ 为非定常气动力影响系数矩阵; ω 为简谐振动圆频率; \mathbf{Q} 和 \mathbf{z} 分别为力向量和位移向量。

常用的样条插值函数有面样条函数和梁样条函数^[20],它们都是通过样条矩阵来实现力与位移的插值。假设将式(8)的频域气动力模型降阶到 N_s 个节点上,则有如下样条插值关系:

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_s = \mathbf{G}_s^T \mathbf{Q} \\ \mathbf{z} = \mathbf{G}_s \mathbf{z}_s \end{cases} \quad (9)$$

式中: \mathbf{Q}_s 和 \mathbf{z}_s 分别为 N_s 个节点上的气动力、位移组成的列向量; \mathbf{G}_s 为插值矩阵。

将式(9)代入式(8)即可得到基于样条函数的非定常气动力降阶模型:

$$\mathbf{Q}_s = q_\infty \mathbf{A}_s(\omega) \mathbf{z}_s \quad (10)$$

式中: $\mathbf{A}_s(\omega) = \mathbf{G}_s^T \mathbf{A}(\omega) \mathbf{G}_s$ 。

1.2.2 气动力模型的时域拟合

经过上述过程可以得到降阶频域气动力模型,下面通过最小状态法将该模型转换到拉式域中,从而用于时域分析^[19]。这里,最小状态法将已知的空气动力矩阵 $\mathbf{Q}(k, M_\infty)$ 在 Laplace 域中进行近似,具体形式如下:

$$\mathbf{Q}(\bar{s}) \approx \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 \bar{s} + \mathbf{A}_2 \bar{s}^2 + \mathbf{D}_s (\mathbf{I} \bar{s} - \mathbf{R}_s)^{-1} \mathbf{E}_s \bar{s} \quad (11)$$

式中: \bar{s} 为无量纲的拉普拉斯变量; \mathbf{A}_0 、 \mathbf{A}_1 、 \mathbf{A}_2 、 \mathbf{D}_s 、 \mathbf{E}_s 及 \mathbf{R}_s 为最小状态法得到的系数矩阵; \mathbf{I} 为单位矩阵。

气动力经过最小状态法近似后,运动方程表示为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}}_s + \mathbf{K} \mathbf{z}_s - q_d \cdot [\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 \bar{s} + \mathbf{A}_2 \bar{s}^2 + \mathbf{D}_s (\mathbf{I} \bar{s} - \mathbf{R}_s)^{-1} \mathbf{E}_s \bar{s}] \mathbf{z}_s = \mathbf{0} \quad (12)$$

引入的状态变量为

$$\mathbf{x}_a = (\mathbf{I} \bar{s} - \mathbf{R}_s)^{-1} \mathbf{E}_s \bar{s} \mathbf{z}_s \quad (13)$$

由此,可以得到系统状态空间方程:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_s \\ \dot{\mathbf{x}}_a \end{cases} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\bar{M}^{-1} \bar{K} & -\bar{M}^{-1} \bar{C} & q_d \bar{M}^{-1} \bar{D}_s \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_s & \frac{V}{b} \mathbf{R}_s \end{bmatrix} \begin{cases} \mathbf{z}_s \\ \dot{\mathbf{z}}_s \\ \mathbf{x}_a \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M} - q_d \left(\frac{b}{V}\right)^2 \mathbf{A}_2$; $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C} - q_d \frac{b}{V} \mathbf{A}_1$;
 $\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} - q_d \mathbf{A}_0$ 。

上述过程得到的是 N_s 个节点上的时域降阶气动力,但对于刚性全动舵面只需要扑动和扭转两个自由度的运动,因此,需要通过变换矩阵得到扑动和俯仰两个自由度上的位移 β 和 α ,以及广义力 Q_β 和 Q_α 。具体关系如下:

$$\mathbf{z}_s = \mathbf{R} \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} = \mathbf{R} \mathbf{q} \quad (15)$$

$$\mathbf{Q}_R = \begin{bmatrix} Q_\beta \\ Q_\alpha \end{bmatrix} = \mathbf{R}^T \mathbf{Q}_s \quad (16)$$

式中: \mathbf{R} 为变换矩阵。

\mathbf{R} 具体为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_i & \cdots & y_{N_s} \\ -x_1 & -x_2 & \cdots & -x_i & \cdots & -x_{N_s} \end{bmatrix}^T \quad (17)$$

式中: x_i 和 y_i 分别为降阶点到俯仰和扑动轴的距离。

因此,通过上述变换,系统状态空间内的气动弹性方程式(14)变为

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{x}}_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\bar{\mathbf{M}}_R^{-1} \bar{\mathbf{K}}_R & -\bar{\mathbf{M}}_R^{-1} \bar{\mathbf{C}}_R & q_d \bar{\mathbf{M}}_R^{-1} \mathbf{D}_{sR} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{sR} & \frac{V}{b} \mathbf{R}_{sR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{x}_a \end{Bmatrix} \quad (18)$$

式中: $\bar{\mathbf{M}}_R = \mathbf{M} - q_d \left(\frac{b}{V}\right)^2 \mathbf{R}^T \mathbf{A}_2 \mathbf{R}$; $\bar{\mathbf{C}}_R = \mathbf{C} - q_d \frac{b}{V} \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{A}_1 \mathbf{R}$; $\bar{\mathbf{K}}_R = \mathbf{K} - q_d \mathbf{R}^T \mathbf{A}_0 \mathbf{R}$; $\mathbf{D}_{sR} = \mathbf{R}^T \mathbf{D}_s$; $\mathbf{E}_{sR} = \mathbf{E}_s \mathbf{R}$; $\mathbf{R}_{sR} = \mathbf{R}_s$ 。

这样,即可利用数值方法来实现带间隙非线性的全动舵面模型的气动弹性响应仿真。

2 算例与分析

三维控制舵在 MSC. Adams 软件平台上建立的动力学模型如图 2 所示,可以看出:在舵面根部作用有万向节和两个转动弹簧,其中,万向节用于约束系统的 3 个平动自由度和绕 z 轴的转动自由度。

在本文算例中,三维舵面的结构参数若无特别说明均如表 1 所示。

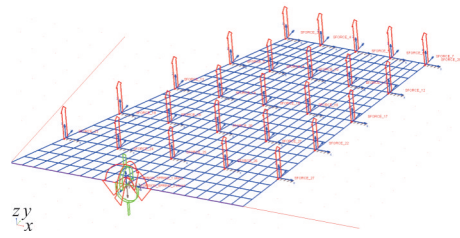


图 2 三维控制舵的 MSC. Adams 动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of three-dimensional (3-D) control fin by using MSC. Adams

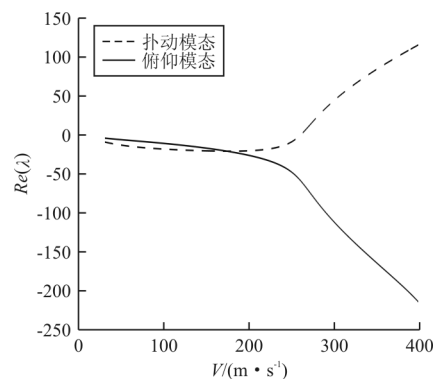
表 1 三维控制舵的结构参数

Table 1 Structural parameters of 3-D control fin

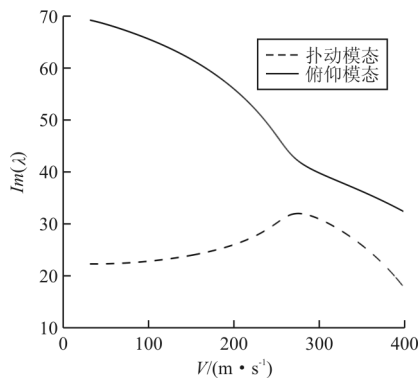
参数	描述	值
$K_\beta / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	扑动弹簧刚度	5 000
$K_\alpha / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	俯仰弹簧刚度	5 000
$\delta_\beta, \delta_\alpha / (^\circ)$	扑动和俯仰间隙大小	0.02
$\bar{I}_{xx} / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-2})$	质量惯性矩	0.219 553 2
$\bar{I}_{yy} / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-2})$	质量惯性矩	0.054 125 61
$\bar{I}_{xy} - 2m\bar{x}\bar{y} / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-2})$	质量惯性矩	-0.073 184 40
m / kg	全动舵面质量	2.088
b / m	平均半弦长	0.2

2.1 线性颤振分析

对于三维控制舵线性颤振系统,通过系统矩阵特征值分析获得线性系统的颤振特性,如图 3 所示。线性颤振速度和频率分别为 259.63 m/s 和 44.91 Hz,并将该时域结果 (Time Domain, 简称 TD) 与 Nastran 频域和 Adams 时域仿真结果进行对比,如表 2 所示,可以看出:三种方法计算得到的颤振结果吻合得很好,系统颤振是由扑动—俯仰模态耦合振动导致。上述对比结果验证了该分析模型的有效性和准确性。



(a) 实部



(b) 虚部

图 3 系统矩阵特征值随速度的变化

Fig. 3 Variations of real and imaginary parts of eigenvalues

表 2 线性颤振速度和频率的结果

Table 2 Linear flutter velocity and frequency

方法	颤振速度/($m \cdot s^{-1}$)	颤振频率/Hz
Nastran 频域分析	258.80	45.13
Adams 时域仿真	262.62	44.85
时域计算	259.63	44.91

在三维控制舵线性颤振系统中,俯仰和扑动弹簧刚度对系统颤振特性有着很大的影响。线性颤振速度和颤振频率随俯仰弹簧刚度的变化规律如图 4 所示,可以看出:系统的颤振速度和频率随着俯仰弹簧刚度系数的增加而增加。这是因为俯仰弹簧刚度的增加,使得俯仰模态分支的频率增加,推迟了两个运动模态分支频率的接近,从而导致颤振速度提高,相应的颤振频率也提高。

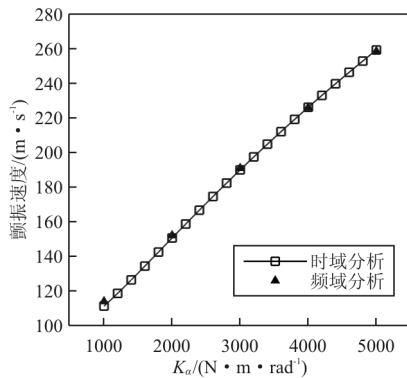


图 4 颤振速度随俯仰弹簧刚度系数的变化

Fig. 4 Variation of flutter velocity with pitching spring stiffness

线性颤振速度和颤振频率随扑动弹簧刚度的变化规律如图 5 所示,可以看出:与俯仰弹簧刚度

不同,随着扑动弹簧刚度系数的增加,系统颤振速度降低。产生该结果的原因是由于扑动弹簧刚度的增加,使扑动模态分支的频率增加,两个模态分支的频率更接近,导致系统颤振速度降低。

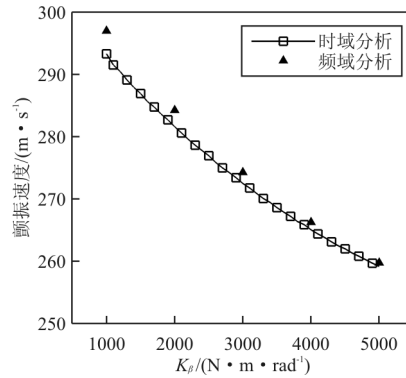


图 5 颤振速度随扑动弹簧刚度系数的变化

Fig. 5 Variation of flutter velocity with flapping spring stiffness

综上可知,提高俯仰弹簧刚度可以提高颤振速度,增加系统的稳定性;而扑动弹簧刚度的增加,会降低颤振速度,不利于系统的颤振稳定性。

2.2 仅考虑俯仰间隙非线性

利用等效线性化方法(Equivalent Linearization Method,简称 ELM)^[21]进行非线性颤振分析。俯仰间隙非线性的等效线性刚度曲线如图 6 所示,可以看出:当幅值在间隙大小之内,等效刚度系数为零;当幅值大于间隙值时,随着幅值的增加,等效线性刚度增加,表现出“硬弹簧”特性;当幅值继续增大时,等效线性刚度将趋近线性刚度。

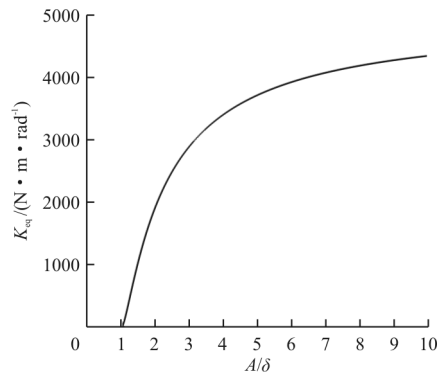
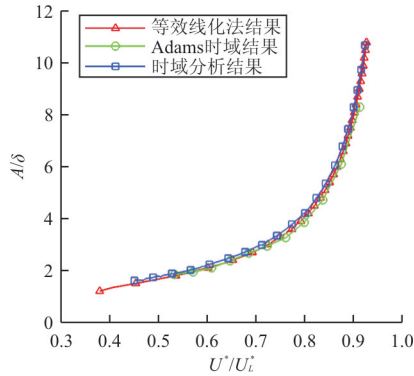


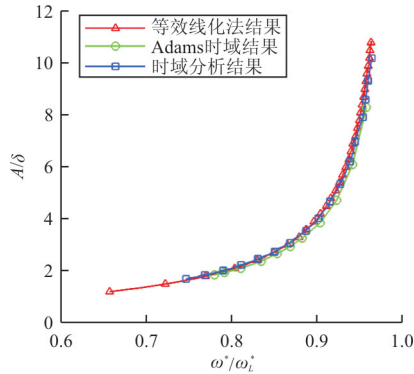
图 6 间隙非线性的等效线性刚度系数

Fig. 6 Equivalent linearization stiffness of freeplay nonlinearity

系统俯仰角幅值与间隙值之比随速度和频率的变化规律如图 7 所示。从图 7(a)可以看出:随着速度的增加,系统俯仰角与间隙大小之比呈增加趋势;从图 7(b)可以看出:俯仰角幅值与间隙值之比越大,相应的运动频率也越大,并且系统发生极限环颤振的频率小于线性颤振频率。



(a) 系统俯仰自由度的运动幅值随速度的变化规律

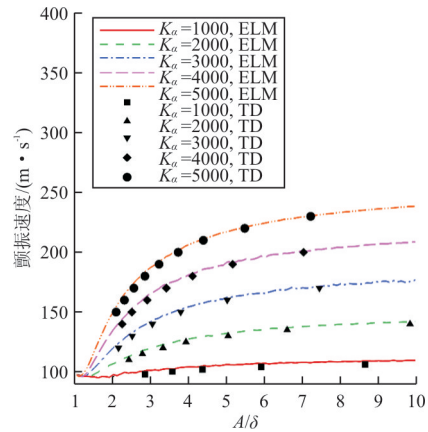


(b) 系统俯仰自由度的运动幅值随频率的变化规律

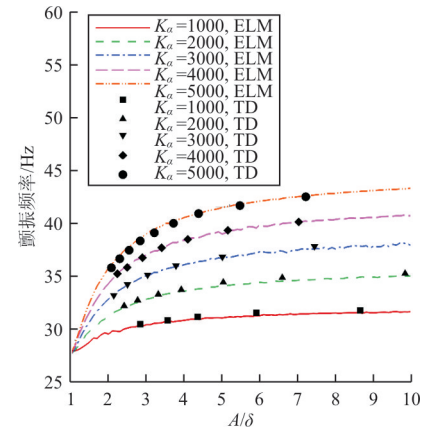
图 7 等效线化法和时域分析的对比结果

Fig. 7 Comparison between equivalent linearization method and time domain analysis

俯仰弹簧刚度对系统颤振速度和颤振频率的影响规律如图 8 所示,可以看出:在 $A/\delta > 1$ 时,系统颤振边界随俯仰弹簧刚度增加而提高。因此,对于含俯仰间隙的控制舵系统,俯仰弹簧刚度的增加可以提高系统的颤振边界。



(a) 颤振速度



(b) 颤振频率

图 8 不同俯仰弹簧刚度系数下,等效线化法和时域分析的对比结果

Fig. 8 Under different pitch spring stiffness coefficients, comparison between equivalent linearization method and time domain analysis

2.3 仅考虑扑动间隙非线性

系统颤振速度随扑动角与间隙大小之比的变化规律如图 9 所示,并将时域计算结果与等效线化法得到的结果进行比较。

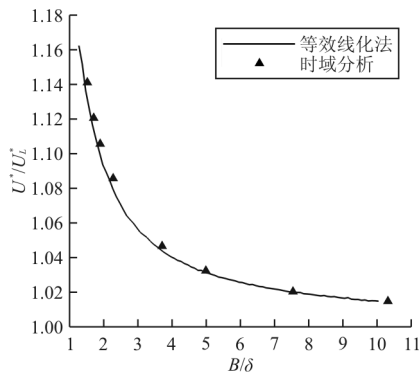


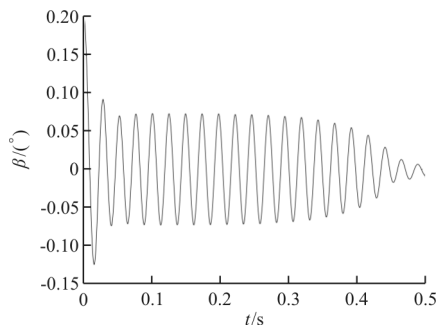
图 9 系统扑动方向运动幅值随速度的变化规律

Fig. 9 Variations of amplitude of flapping motion with increasing flow velocity

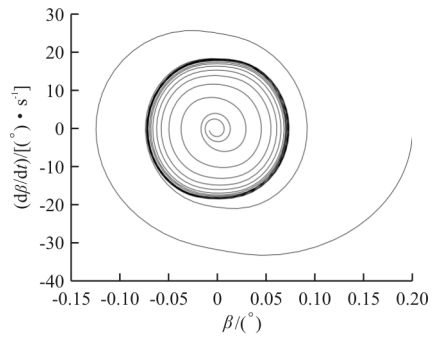
从图 9 可以看出:两种方法的结果吻合一致,并且当扑动方向带有间隙非线性时,随着扑动运动幅值的增加,系统颤振边界降低,而颤振频率随之增加。这一规律与线性颤振系统中改变扑动弹簧刚度的结果是类似的。

在系统受到一定扰动后,系统振幅超过当前运动幅值,则系统进入不稳定区域从而导致运动发散,而当系统振幅小于当前运动幅值,系统运动收敛。因此,含有扑动间隙非线性的系统不能得到稳定的极限环运动。而在时域分析中,需要通过调整不同速度来寻找系统不稳定的极限环运动,而此时对应的速度就是系统的不稳定颤振边界。

$U^* = 271.75$ 和 $U^* = 271.76$ 时,时域响应和相平面图分别如图 10~图 11 所示,可以看出:在 0.3 s 左右之前存在一段等幅运动,并且两个相邻速度下等幅运动的幅值基本相同,但 0.3 s 之后的响应分别为收敛和发散,因此,该等幅运动的幅值所对应的颤振速度和频率即为系统的不稳定颤振边界上的点。



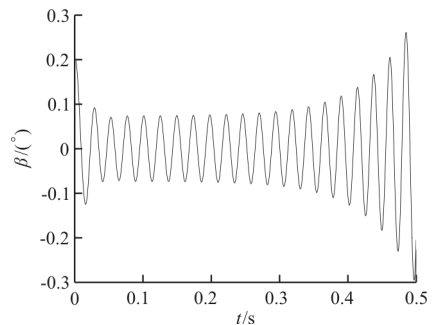
(a) 时域历程



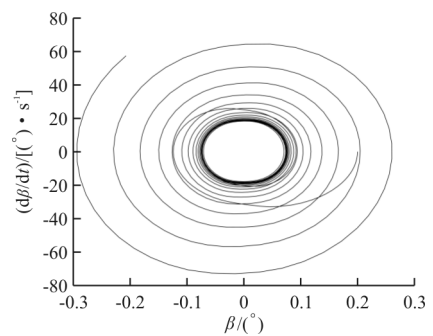
(b) 相平面图

图 10 $U^* = 271.75$ 时系统扑动方向运动

Fig. 10 Flapping motion of the system at $U^* = 271.75$



(a) 时域历程



(b) 相平面图

图 11 $U^* = 271.76$ 时系统扑动方向运动

Fig. 11 Flapping motion of the system at $U^* = 271.76$

综上所述,在扑动自由度带有间隙非线性的控制舵气动弹性系统中,系统的颤振边界大于线性颤振速度,并且该系统的颤振速度随振幅的增加而降低。

2.4 同时考虑俯仰和扑动间隙非线性

对于控制舵系统两个方向同时含有间隙的情况,系统俯仰和扑动运动的分岔图分别如图 12~图 13 所示,可以看出:在线性颤振速度内,系统会

出现有限幅值的动力学响应,而当速度大于线性颤振速度时,系统响应将发散。

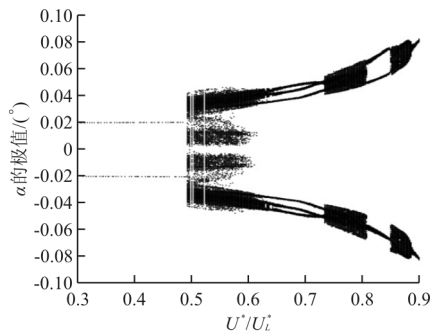


图 12 控制舵俯仰运动的分岔图

Fig. 12 Bifurcation diagram of pitching motion of the control fin

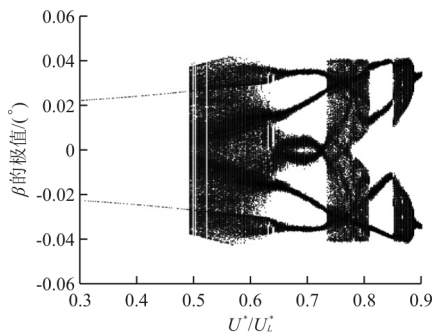


图 13 系统扑动方向运动的分岔图

Fig. 13 Bifurcation diagram of flapping motion of the control fin

从图 12 可以看出:在 $U^*/U_L^* \leq 0.492$ 时,系统俯仰运动收敛到幅值大小相同的稳定平衡点处,在 $U^*/U_L^* > 0.492$ 后,系统将出现复杂的动力学响应。

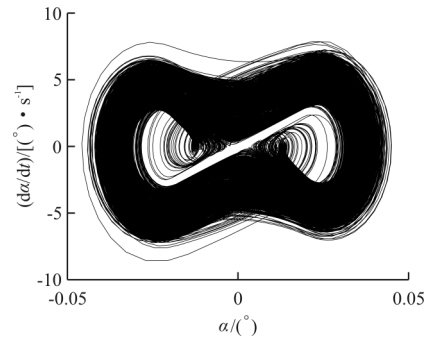
从图 13 可以看出:与俯仰方向运动不同,在 $U^*/U_L^* \leq 0.492$,系统扑动方向运动收敛到某一稳定平衡点,而其平衡点位置随速度的增加而增加。

当 U^*/U_L^* 在 $0.492 \sim 0.631$ 区间内,系统的运动为混沌运动。以 $U^*/U_L^* = 0.550$ 为例,如图 14 所示,从 Poincaré 映射图可以看到具有精细几何结构的吸引子,由此可以判断系统的响应为混沌。

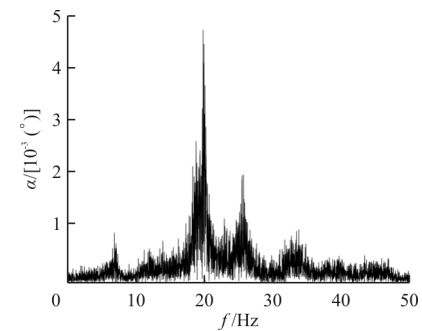
当 U^*/U_L^* 在 $0.631 \sim 0.733$ 区间内,系统响应表现为倍周期运动, $U^*/U_L^* = 0.680$ 时系统的运动状态如图 15 所示,可以看出:系统做周期为 3 的极限环振荡(LCO)运动。

当 U^*/U_L^* 在 $0.733 \sim 0.807$ 和 $0.850 \sim 0.886$

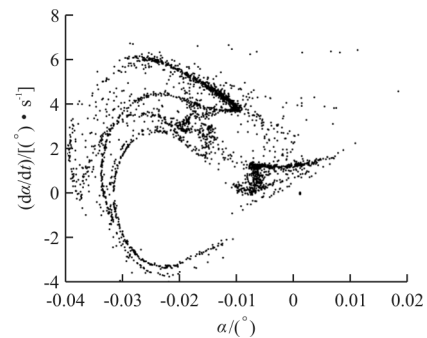
区间内,系统运动均为混沌响应。



(a) 相平面图



(b) 幅值谱



(c) Poincaré 映射图

图 14 $U^*/U_L^* = 0.550$ 时系统俯仰方向运动

Fig. 14 Pitching motion of the system at $U^*/U_L^* = 0.550$

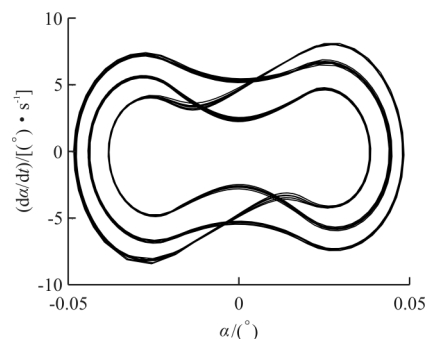


图 15 $U^*/U_L^* = 0.680$ 时系统俯仰方向运动

Fig. 15 Pitching motion of the system at $U^*/U_L^* = 0.680$

根据上述分析可知,当俯仰和扑动方向同时含有间隙非线性时,系统的运动与仅含有俯仰间隙非线性系统类似,即在线性颤振边界内存在有限幅度的非线性动力学响应。并且,控制舵在颤振边界内表现出多周期 LCO、混沌等复杂动力学响应。

3 结 论

(1) 采用本文建立的时域模型,相比于 Nas-tran 频域和 Adams 时域仿真结果,具有足够精度可用于预测三维控制舵模型的颤振稳定性及非线性动力学响应。

(2) 提高俯仰弹簧刚度可以提高颤振速度,增加系统的稳定性,而扑动弹簧刚度的增加会降低颤振速度。

(3) 对于含有俯仰间隙的控制舵系统,在颤振边界内会出现稳定的极限环运动;而对于含有扑动间隙控制舵系统,系统不存在稳定极限环运动,并且系统颤振速度随振幅的提高而持续下降。

(4) 对于控制舵系统同时含有俯仰和扑动间隙非线性的情况,在颤振边界内存在多周期 LCO、混沌等复杂动力学响应。

参考文献

- [1] 田玮. 高超声速非线性气动弹性问题研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2018.
TIAN Wei. Studies on wing nonlinear aeroelasticity in hypersonic flow[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2018. (in Chinese)
- [2] 田玮, 杨智春, 谷迎松. 全动舵面的非线性气动弹性特性分析[C]// 第十四届全国空气弹性学术交流会. 西安: 中国力学学会, 2015: 1-9.
TIAN Wei, YANG Zhichun, GU Yingsong. Analysis of nonlinear aeroelastic characteristics of all-movable fin[C]// 14th Chinese Aeroelasticity Congress. Xi'an: CSTAM, 2015: 1-9. (in Chinese)
- [3] 杨智春, 田玮, 谷迎松, 等. 带集中非线性的机翼气动弹性问题研究进展[J]. 航空学报, 2016, 37(7): 2013-2044.
YANG Zhichun, TIAN Wei, GU Yingsong, et al. Advance in the study on wing aeroelasticity with concentrated nonlinearity[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(7): 2013-2044. (in Chinese)
- [4] 杨享文, 武洁, 叶坤, 等. 高超声速全动舵面的热气动弹性研究[J]. 力学学报, 2014, 46(4): 626-630.
YANG Xiangwen, WU Jie, YE Kun, et al. Study on aerothermoelasticity of a hypersonic all-movable control surface[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Me-
- chanics, 2014, 46(4): 626-630. (in Chinese)
- [5] 陈识, 李秋彦, 冉玉国. 具有二维间隙非线性的全动舵面动力特性研究[J]. 四川理工学院学报(自科版), 2017, 30(1): 60-64.
CHEN Shi, LI Qiuyan, RAN Yuguo. Research on the vibration characteristics of an all-movable wing with two dimensional freeplay nonlinearity[J]. Journal of Sichuan University of Science and Engineering (Natural Science Edition), 2017, 30(1): 60-64. (in Chinese)
- [6] TIAN Wei, YANG Zhichun, ZHAO Tian, et al. Nonlinear vibrations and chaotic responses of three-dimensional all-movable fin with freeplay nonlinearity[C]// 25th International Congress on Sound and Vibration. Hiroshima: ICSV, 2018: 1-8.
- [7] 隋鑫, 韩敬永, 刘博, 等. 含间隙舵面非线性动力学分析[J]. 导弹与航天运载技术, 2020(3): 107-110, 116.
SUI Xin, HAN Jingyong, LIU Bo, et al. Nonlinear dynamical analysis of the rudder with gaps[J]. Missiles and Space Vehicles, 2020(3): 107-110, 116. (in Chinese)
- [8] 倪迎鹤, 侯赤, 万小朋, 等. 具有结构非线性的折叠机翼气动弹性分析[J]. 振动与冲击, 2016, 35(18): 165-171.
NI Yingge, HOU Chi, WAN Xiaopeng, et al. Aeroelastic analysis of a folding wing with structural nonlinearities[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(18): 165-171. (in Chinese)
- [9] ABBAS L K, CHEN Q, O'DONNELL K, et al. Numerical studies of a non-linear aeroelastic system with plunging and pitching freeplays in supersonic/hypersonic regimes[J]. Aerospace Science and Technology, 2007, 11(5): 405-418.
- [10] DAI Honghua, YUE Xuekui, YUAN Jianping, et al. A comparison of classical Runge-Kutta and Henon's methods for capturing chaos and chaotic transients in an aeroelastic system with freeplay nonlinearity[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81(1/2): 169-188.
- [11] TIAN Wei, YANG Zhichun, GU Yingsong. Dynamic analysis of an aeroelastic airfoil with freeplay nonlinearity by precise integration method based on Padé approximation[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 89(3): 2173-2194.
- [12] HE Shun, YANG Zhichun, GU Yingsong. Nonlinear dynamics of an aeroelastic airfoil with free-play in transonic flow[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 87(4): 2099-2125.
- [13] WU Zhigang, YANG Ning, YANG Chao. Identification of nonlinear structures by the conditioned reverse path method[J]. Journal of Aircraft, 2015, 52(2): 373-386.
- [14] YANG Ning, WANG Nan, ZHANG Xin, et al. Nonlinear flutter wind tunnel test and numerical analysis of folding fins with freeplay nonlinearities[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2016, 29(1): 144-159.
- [15] 何昊南, 于开平, 唐宏, 等. 有间隙折叠舵面的振动实验与非线性建模研究[J]. 力学学报, 2019, 51(5): 1476-1488.

- [15] OSHER S J, SANTOSA F. Level set methods for optimization problems involving geometry and constraints: I. frequencies of a two-density inhomogeneous drum[J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 171(1): 272-288.
- [16] SETHIAN J A, WIEGMANN A. Structural boundary design via level set and immersed interface methods[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 163: 489-528.
- [17] 朱继宏, 张卫红, 田军, 等. 基于连续密度变量的结构支撑布局优化设计[J]. *机械科学与技术*, 2004, 23(9): 1113-1116.
ZHU Jihong, ZHANG Weihong, TIAN Jun, et al. Optimal layout of structural support conditions based upon continuous density variables[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2004, 23(9): 1113-1116. (in Chinese)
- [18] 张飞. 基于 GSFP 方法的连续体结构选材与拓扑协同优化设计[D]. 大连: 大连理工大学, 2015.
ZHANG Fei. The concurrent optimization design of material selection and structure topology based on GSFP method [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2015. (in Chinese)
- [19] GRIHON S, KROG L, BASSIR D. Numerical optimization applied to structure sizing at AIRBUS: a multi-step process [J]. *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization*, 2009, 101: 771-779.
- [20] GRIHON S, CARPENTIER A, RAICK C. Rapid sizing for conceptual design at AIRBUS[C]// LMS Aerospace Conference. Toulouse: LMS, 2012: 36-42.

作者简介:

王 娆(1972—),女,学士,高级工程师。主要研究方向:航空飞行器结构设计。

赵树军(1986—),男,学士,高级工程师。主要研究方向:飞机结构设计。

付友波(1982—),男,学士,高级工程师。主要研究方向:飞机结构设计。

(编辑:马文静)

(上接第 835 页)

- HE Haonan, YU Kaiping, TANG Hong, et al. Vibration experiment and nonlinear modelling research on the folding fin with freeplay[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(5): 1476-1488. (in Chinese)
- [16] FIROUZ-ABADI R D, ALAVI S M, SALARIEH H. Analysis of non-linear aeroelastic response of a supersonic thick fin with plunging, pinching and flap-ping free-plays [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2013, 40: 163-184.
- [17] TIAN Wei, YANG Zhichun, ZHAO Tian. Nonlinear aeroelastic characteristics of an all-movable fin with freeplay and aerodynamic nonlinearities in hypersonic flow[J]. *International Journal of Non-linear Mechanics*, 2019, 116: 123-139.
- [18] SEO Y J, LEE S J, BAE J S, et al. Effects of multiple structural nonlinearities on limit cycle oscillation of missile control fin[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2011, 27: 623-635.
- [19] HU Wei, YANG Zhichun, GU Yingsong. Aeroelastic study for folding wing during the morphing process[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 365: 216-229.
- [20] HARDER R L, DESMARAIS R N. Interpolation using surface splines [J]. *Journal of Aircraft*, 1972, 9(2): 189-191.
- [21] CHEN Feixin, LIU Jike, CHEN Yanmao. Flutter analysis of an airfoil with nonlinear damping using equivalent linearization[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, 27(1): 59-64.

作者简介:

李家旭(1983—),男,学士,高级工程师。主要研究方向:气动弹性力学及结构动力学设计。

田 玮(1990—),男,博士,副教授。主要研究方向:非线性气动弹性力学及结构动力学。

谷迎松(1981—),男,博士,副教授。主要研究方向:飞行器气动弹性力学及气动伺服弹性。

(编辑:马文静)