

文章编号: 1674-8190(2023)02-044-11

径向基函数在高超声速热流插值中支撑点选择的判据研究

洪海峰, 康智聪, 谢亮

(中山大学 航空航天学院, 深圳 518107)

摘要: 在使用径向基函数进行高超声速热流插值时, 为了避免传统单一绝对误差判据选择得到的支撑点在热流较小处插值不准确的问题, 提出一种双重误差判据下的径向基函数插值过程。该过程首先使用绝对误差判据标准选择一定数量的支撑点, 再使用相对误差判据标准选择另一部分点。通过数值实验验证同时采用以绝对误差和相对误差为标准选取支撑点的方法, 结果表明: 采用双重误差判据可以同时保证热流较大与较小处的插值精度, 尤其能避免传统单一绝对误差判据导致插值结果中容易出现负热流的问题。

关键词: 径向基函数; 数据插值; 支撑点选择; 误差判据; 插值精度

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2023.02.05

Research on criterion of support point selection of radial basis function in hypersonic heat flux interpolation

HONG Haifeng, KANG Zhicong, XIE Liang

(School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Shenzhen 518107, China)

Abstract: In order to avoid the problem that the support points selected by the traditional single absolute error criterion are not interpolated accurately when the heat flux is small the radial basis function is used for hypersonic heat flux interpolation. In this paper, a radial basis function interpolation procedure with double error criterion is proposed. In this process, the absolute error criterion is used to select a certain number of support points, and then the relative error criterion is used to select another part of points. The numerical experiments show that the double error criterion can ensure the interpolation accuracy at both large and small heat flux and can avoid the problem of negative heat flux which is easy to appear in the interpolation results caused by the traditional single absolute error criterion.

Key words: radial basis function; data interpolation; support point selection; error criterion; interpolation precision

收稿日期: 2022-04-28; 修回日期: 2022-09-19

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(11802179); 中央高校基本科研业务费(22qntd0706)

通信作者: 谢亮, xieliang6@mail.sysu.edu.cn

引用格式: 洪海峰, 康智聪, 谢亮. 径向基函数在高超声速热流插值中支撑点选择的判据研究[J]. 航空工程进展, 2023, 14(2): 44-54.

HONG Haifeng, KANG Zhicong, XIE Liang. Research on criterion of support point selection of radial basis function in hypersonic heat flux interpolation[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2023, 14(2): 44-54. (in Chinese)

0 引言

21 世纪以来,高超声速飞行器一直是各航天大国研究的热点和难点。高超声速飞行器在高空飞行时,会受到强激波和飞行器物面的黏性耗散影响,使飞行器周围空气温度骤升,热量从空气向飞行器表面传递,导致飞行器的结构温度场发生变化,进而影响结构强度。因此,需要研究高超声速流热计算问题。在高超声速流热计算中,流场的热流可以通过 CFD 计算得到。一般地,流场与结构场的网格不匹配,结构场表面的热流需要采用数据插值^[1]的方法计算得到。所谓数据插值,就是在两套不匹配的网格之间,通过利用一套网格上有限个离散点的物理量信息,计算得到另外一套网格上的物理量信息。现有的插值方法根据其特点可以分为两种:局部插值方法和整体插值方法^[2]。局部插值方法指待插值节点上的物理量值(压强、热流量)是通过其周围已知的节点上的物理量插值得到,主要包括有限元形函数^[3]、映射点插值方法^[4]等。整体插值方法是指由所有已知的网格节点拟合出物理量的分布,从而得到待插值点的物理量,主要包括样条函数法^[5]、径向基函数^[6-7]等方法。相比其他插值方法,径向基函数形式简单,插值只需用到每个网格节点的坐标,与网格之间是怎么连接的无关,数据结构简单^[8],编程比较容易实现。

由于径向基函数具备上述优点,利用径向基函数进行数据插值的研究得到了极大的发展,在航空航天领域也得到了广泛应用。为了提高插值效率,T. C. S. Rendall 等^[9-11]采用径向基函数进行网格变形时,提出了贪心算法。其主要过程是:在已知物理量的物面网格上任意选择 I 个节点组成初始插值节点系统,以绝对误差为标准确定最大插值误差节点的位置,并将该节点添加到插值节点系统中,反复执行此过程,直到最大插值误差达到提前设定好的误差精度。国内外还有许多研究人员采用上述贪心算法来提高径向基函数的插值效率^[12-14]。M. M. Selim 等^[15]提出了一种基于增量径向基函数插值的体积网格变形方法,并在插值过程中以绝对误差为标准筛选插值节点;Li Chao 等^[16]提出了一种基于 RBF 的网格变形平行多元化的选点方法,其核心也是以绝对误差为标准选点;赵然^[17]在 RBF 动网格优化算法研究中,在插值过

程中也采用以绝对误差为标准筛选插值节点;C. Sheng 等^[18]在利用径向基函数对非结构网格进行插值时,采用以绝对误差为标准进行选点;Fang Hong 等^[19]提出了一种基于并行数据减少和位移插值的平行网格变形方法,也以绝对误差为标准确定最大插值误差的位置;Zhao Zhong 等^[20]利用 MPI/Open MP 混合并行径向基函数插值,以绝对误差为标准选点,实现高效的网格变形;高翔^[21]在采用贪心算法筛选插值节点时,虽然对贪心算法的选点过程进行了改进,但其本质还是以绝对误差为标准确定最大插值误差的节点位置。传统的采用贪心算法筛选插值节点时,都是以绝对误差为标准来确定最大插值误差的节点位置^[9-21]。

本文在利用径向基函数进行数据插值的过程中,发现以传统的绝对误差为标准筛选插值节点时,如果热流最大最小值量级差别比较大,选出来的点在热流较小处数目不够,使得这一区域插值精度不高,当最小值为较小的正数时,容易出现负数。为了解决该问题,对选取支撑点的判据进行研究,提出同时采用以绝对误差和相对误差为标准选取支撑点,首先以绝对误差为标准选点,再以相对误差为标准选点进行插值,并通过数值实验来验证该方法的正确性。

1 径向基函数算法

基于径向基函数的插值系统的基本形式为

$$F(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \omega_i \varphi(\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|) \quad (1)$$

式中: $F(\mathbf{r})$ 为插值函数; N 为物面网格上支撑点的数目,可以用于径向基函数物理量插值; \mathbf{r} 为待插值物面网格上任意一点的位置;下标 i 为支撑点; ω_i 为插值函数第 i 个支撑点的系数; $\varphi(\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|)$ 为径向基函数的通用形式; $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|$ 为待传递物面网格上任意一点到第 i 个支撑点的距离。

径向基函数类型很多,对于在场与场之间进行数据插值而言,本文采用 Wendland's C2 函数,其形式如下:

$$\varphi(\eta) = \begin{cases} (1 - \eta)^4(1 + 4\eta) & (0 \leq \eta < 1) \\ 0 & (\eta \geq 1) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\eta = \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|}{d}$, d 为径向基函数的支撑半径。

当待插值物面网格上任意一点的位置矢量 \mathbf{r}

与支撑点位置 r_i 超过径向基函数的支撑半径 d 时, 强制设定径向基函数插值为 0。

通过式(1)和式(2), 即可求解待传递网格物面上任意一点的物理量值。由于物面上支撑点的物理量值及该点对应的坐标已知, 故 r 、 r_i 已知; $\varphi(\eta)$ 可以通过计算得到。因此只剩下与物面支撑点相关的系数 ω_i 未知。由于已知的物面网格节点上物理量值和插值系统上该节点物理量值相等, 系数 ω_i 可通过式(3)求解:

$$Q = M\omega \quad (3)$$

式中: Q 为已知的物面插值节点的物理量值; ω 为与每个支撑点相关的系数。

$$Q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_N]^T \quad (4)$$

$$\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N]^T \quad (5)$$

矩阵 M 是一个对称正定矩阵, 该矩阵中的每个元素表示任意两个支撑点之间距离的函数值, 即:

$$M(j, i) = \varphi\left(\frac{\|r_j - r_i\|}{d}\right) \quad (j, i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (6)$$

通过解形式为线性方程组的式(3)后, 便可得到系数 ω , 再根据式(1)即可求得待传递物理量物面网格上任意点的物理量值。

2 支撑点选择的过程及判据

2.1 单独判据的选点过程

采用径向基函数进行数据插值时^[22], 为了提高插值效率, 减少计算量, 目前最常见的做法是使用贪心算法在满足一定精度的要求下选择一定数量的支撑点。其基本过程是: 在已知物理量的物面网格上任意选择 I 个网格节点, 组成初始支撑点集合 $P_0 = [P_1, P_2, \dots, P_I]^T$; 并以此集合进行径向基函数插值, 通过求解插值系统得到的线性方程组, 求出与支撑点对应的系数; 然后利用该插值系统插值计算得到所有节点的物理量值。显然, 对于包含在初始支撑点集合 P_0 中的点, 其插值误差为 0, 但对于不在集合 P_0 中的物面节点, 插值得到的物理量值将存在误差; 依据某种误差判据将插值误差最大的物面节点 P_{I+1} 添加到 P_0 中组成新的支撑点集合 $P_1 = [P_1, \dots, P_I, P_{I+1}]^T$, 再利用集合 P_1 进行径向基函数插值; 按照此过程反复进行,

直到最大插值误差^[23-24]达到提前设定好的误差精度或支撑点数目达到最大选点数的限制。本文采用以点数为标准, 这样可以更方便地对算例的插值过程进行对比, 但结论并不影响以精度为标准的选点过程。当然, 以精度为标准, 结果会更加准确。

2.2 误差判据标准

T. C. S. Rendall 等^[10-11]提出的贪心算法只用一种误差为标准选点, 本文将只用一种误差为标准筛选支撑点的判据称为单独误差判据。传统上, 多采用绝对误差为判据。第 i 点的绝对误差如下:

$$E_i^{abs1} = |F_i - f_i| \quad (7)$$

式中: F_i 为利用径向基函数插值后物面网格上 i 节点的物理量值; f_i 为已知的物面网格上 i 节点的物理量值。

为了使算例中误差收敛曲线取值范围相同, 将式(7)再除以原来已知的物面网格上节点物理量值绝对值的最大值:

$$E_i^{abs2} = \frac{|F_i - f_i|}{|f_{max}|} \quad (8)$$

式中: f_{max} 为定值。

该操作实际上并不影响以绝对误差为标准选点支撑点的过程。本文用式(8)作为程序中实际使用的绝对误差标准。

误差除了绝对误差之外还有相对误差, 第 i 点的相对误差如下:

$$E_i^{rel} = \left| \frac{F_i - f_i}{f_i} \right| \quad (9)$$

本文作者团队研究发现, 采用单独绝对误差判据选点, 在热流较小的区域选的点数不够, 导致这一区域插值精度不高。若热流最大、最小值量级差比较大, 且最小值为较小的正数, 容易插值得到负热流。这是因为以绝对误差为标准选点, 由于 f_i 较大时, 绝对误差 $E_i^{abs1} = |F_i - f_i|$ 较大, 导致选出来的点容易集中在 f_i 较大的区域, 使热流较小的区域选的点数不够, 导致出现 F_i 为负值的情况。如果只以相对误差为标准选点, 则会导致插值后物理量较大的区域不够准确。这是由于以相对误差为标准选点, 当 f_i 较小时, 相对误差 $E_i^{rel} = \left| \frac{F_i - f_i}{f_i} \right|$ 较大, 选出的点集中在 f_i 较小的区域, 这不

符合工程上希望热流较大处插值更准确的要求。因此,本文提出同时采用以绝对误差和相对误差为标准选点的方法,并把这种算法选点过程中的判据叫做双重误差判据。

2.3 双重误差判据的选点过程

如果采用双重误差判据筛选支撑点,其基本过程是:先以绝对误差为标准,使用贪心算法选点,直到选点数目达到事先设定好的最大选点数的限制 N_{\max} 或满足绝对误差精度要求;再以相对误差为标准选点,直到选点数目达到最大选点数的限制 M_{\max} 或满足相对误差精度要求。

采用双重误差判据选点的优势在于,选点数目不用很大就能保证物理量在较大、较小处插值后都是准确的。这是因为先以绝对误差为标准选点,当 f_i 较大时,其绝对误差 $E_i^{\text{abs1}} = |F_i - f_i|$ 容易较大,根据贪心算法选点原则,选出来的点多集中在 f_i 较大的区域;在绝对误差的基础上继续以相对误差为标准选点,当 f_i 较小时,其相对误差 $E_i^{\text{rel}} = \left| \frac{F_i - f_i}{f_i} \right|$ 容易较大,选出来的点多集中在 f_i 较小的区域。因此采用双重误差判据选点,选到的点在物面网格上相比选取同样点数的单独判据分布更加合理,插值结果也就更加准确,尤其是对于插值的物理量的量级相差较大的情况。

3 数值结果

本文采用双椭球和类似 X-38 的空天飞机作为模型,利用径向基函数将一套网格上已知的热流值插值到同一个模型的不同网格上。双椭球和 X-38 的网格如图 1~图 2 所示。其中图 1(a) 为双椭球已知热流量值的结构化网格。模型物面上有 58 806 个节点,58 410 个单元。已知双椭球表面热流量的最小值和最大值分别为 2 506.63 和 470 904 W/m²。图 1(b) 为双椭球物面上用非结构化网格划分了 25 149 个节点和 48 718 个单元的待插值网格。图 2(a) 为 X-38 已知热流量值的结构化网格图。该模型物面在结构化网格下有 91 156 个节点,90 625 个单元。已知 X-38 表面热流量的最小值和最大值分别为 1 758.77 和 553 826 W/m²。图 2(b) 为 X-38 待插值网格,其物面上用结构化网格划分了 17 580 个节点和 17 313 个单元。

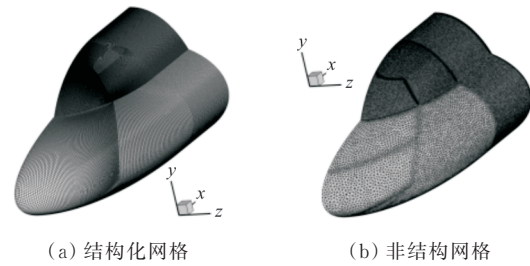


图 1 双椭球网格

Fig. 1 Grid of double ellipsoid configuration

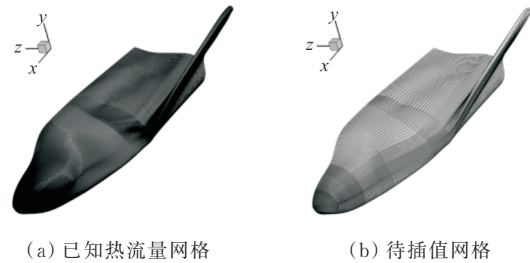


图 2 X-38 网格

Fig. 2 Grid of X-38 model

通过双椭球和 X-38 对支撑点选择的误差判据进行分析。按照单、双重误差判据的选点过程选点,设定最多选点数目来结束选点过程。通过计算得到每个过程的插值结果、选点结果以及选点过程中的误差收敛曲线,来说明不同的误差判据以及单、双重误差判据选点过程的影响。

3.1 双椭球

对于双椭球算例,分别以单独误差判据、双重误差判据为标准设定最多选 400 个点来进行插值,其中双重误差判据以绝对误差为标准分别选了 300、200、100 个支撑点,以相对误差为标准分别选了 100、200、300 个支撑点。采用 400 个点为标准是为了更方便对这些过程进行对比,但并不影响以精度为标准的选点过程。当然,以精度为标准,结果更加准确。

单独误差判据的选点与插值结果如图 3 所示(图中红色圆点代表插值过程中所选的点),可以看出:采用单独误差判据所选的点大多数分布在双椭球交界处,即物面形状发生改变的地方。当只以绝对误差为标准选点时,由于 f_i 较大的地方其绝对误差较大,故双椭球热流量较大的区域,即双椭球前缘驻点附近,分布的支撑点相比只以相对误差为标准选点较多(图 3(a));当只以相对误差

为标准选点时,由于 f_i 较小的地方其相对误差较大,故双椭球前缘驻点附近(热流较大处)分布的支撑点极少,而热流量较小的地方,即深蓝色的区域支撑点分布相比只以绝对误差为标准选点较多(图 3(b))。

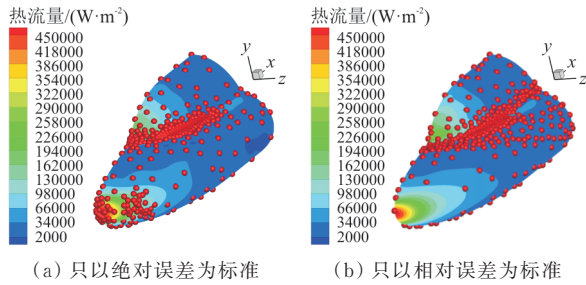


图 3 双椭球单独误差判据选点结果

Fig. 3 The results of the selection points of double ellipsoid configuration error criterion

误差收敛曲线如图 4 所示,从图 4(a)可以看出:只以绝对误差为标准选点,绝对误差随着支撑点数量的增加逐渐减小,而相对误差随着支撑点数量的增加也在减小,但随机性非常大,导致相对误差很有可能在结束选点时仍很大。图 4(b)与图 4(a)情况正好相反。

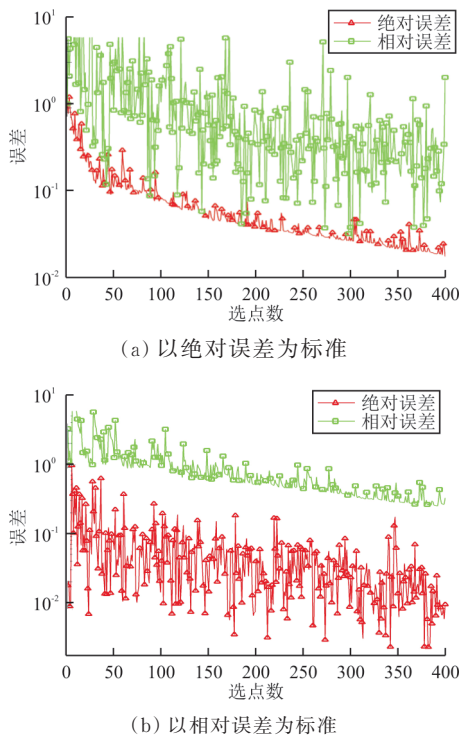


图 4 双椭球单独误差判据误差收敛曲线

Fig. 4 Double ellipsoid configuration individual error criterion error convergence history

双椭球插值前结果如图 5(a1)(b1)所示,以单独误差判据为标准选点插值后结果如图 5(a2)(b2)所示,可以看出:双椭球热流量较小的区域插值精度不高(图 5(a2)等值线形状与图 5(a1)相差较大);热流量较大的区域插值精度也不高(图 5(b2)大热流区域的范围与图 5(b1)相差较大)。

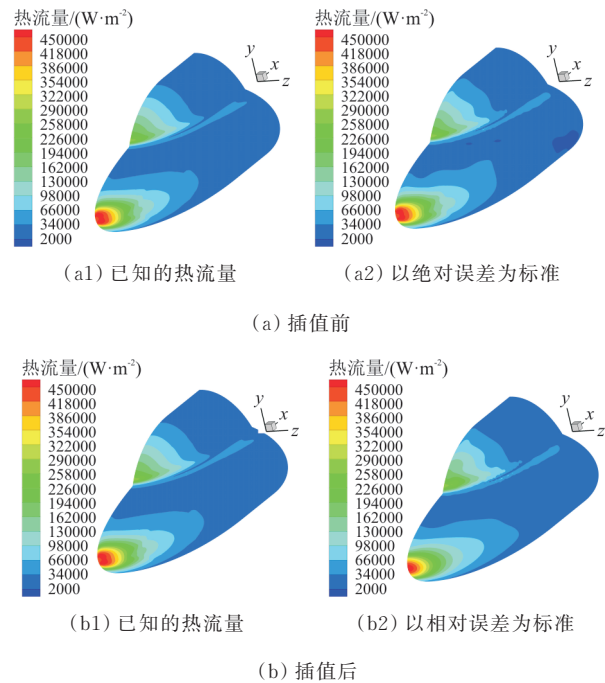


图 5 双椭球数据插值前后的结果

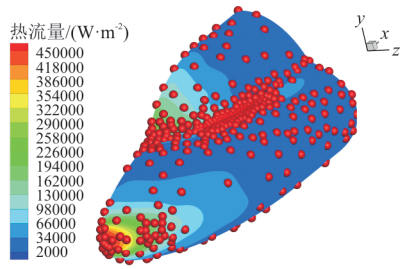
Fig. 5 Results before and after interpolation of double ellipsoid configuration data

不同选点过程插值前后的结果如表 1 所示,可以看出:只以绝对误差为标准选点,插值后热流量的最小值为 $-2\ 040.55\ \text{W}/\text{m}^2$,已知热流量最小值为 $2\ 506.63\ \text{W}/\text{m}^2$,同时给出双椭球已知热流量最大值为 $470\ 904\ \text{W}/\text{m}^2$,这样的结果是不可接受的。即只以绝对误差为标准选点,且选点数目较少时,插值后热流量的最小值容易出现负值。

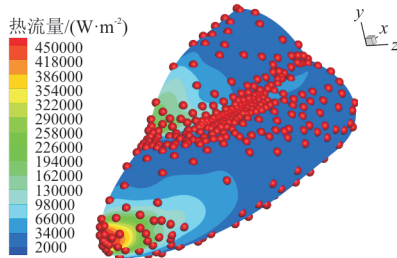
采用双重误差判据的选点结果与插值结果如图 6 所示,可以看出:采用双重误差判据所选的点大多数分布在双椭球交界处,即物面形状发生改变的地方。而热流量较大值和较小值的区域都有一定数量的支撑点,其分布相比单独误差判据更加合理。双重判据选点过程中,随着以绝对误差为标准选取点数的减少,最大热流处支撑点也随着减少。

表 1 不同选点过程数据插值后结果对比
Table 1 Comparison of interpolation results of different point selection processes

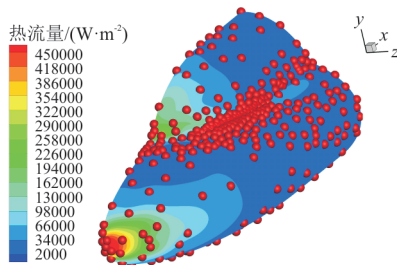
模型	事先设定 误差精度	支撑点 数目	选点标准	热流量 最小值/ ($W \cdot m^{-2}$)	最小值与已知 结果最小值的 绝对误差	最小值与已知 结果最小值的 相对误差/%	热流量 最大值/ ($W \cdot m^{-2}$)	最大值与 已知结果 最大值的 绝对误差	最大值与已 知结果最大 值的相对误 差/%
双椭球	5×10^{-3}	400	绝对误差	-2 040.55	-4 547.18	181.40	471 646	742	0.16
		400	相对误差	2 352.66	-153.97	6.14	473 861	2 957	0.63
		1 162	绝对误差	2 029.70	-476.93	19.03	471 715	811	0.17
		300+100	双重误差判据	2 274.46	-232.17	9.20	471 630	726	0.15
		200+200	双重误差判据	2 273.24	-233.39	9.30	471 524	620	0.13
		100+300	双重误差判据	2 351.54	-155.09	6.20	473 623	2 719	0.58
X-38	5×10^{-3}	1 200	绝对误差	-8 541.64	-10 300.4	585.70	556 487	2 661	0.48
		1 200	相对误差	1 709.70	-49.07	2.80	595 327	41 501	7.49
		700+500	双重误差判据	1 692.17	-66.6	3.80	558 066	4 240	0.77



(a) 300+100



(b) 200+200

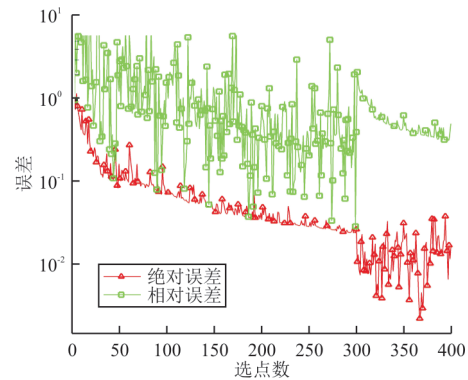


(c) 100+300

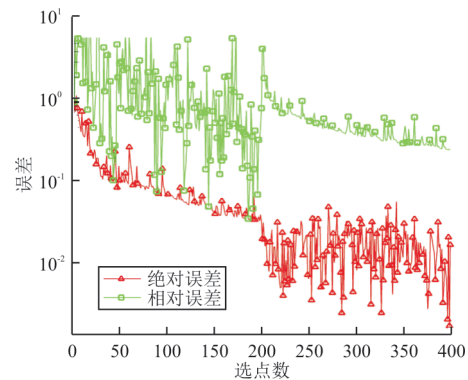
图 6 双椭球双重判据选点结果

Fig. 6 The results of the selection points of double ellipsoid configuration double criterion

采用双重判据选点的误差收敛曲线如图 7 所示,可以看出:先以绝对误差为标准选点时,绝对误差随着点数的增加逐渐减小,而相对误差虽然有下降的趋势,却出现大幅震荡;再以相对误差为标准选点时,相对误差随着点数的增加逐渐减小,而绝对误差虽有震荡,但基本上都保持在以绝对误差为标准筛选得到的最大选点数的误差水平。



(a) 300+100



(b) 200+200

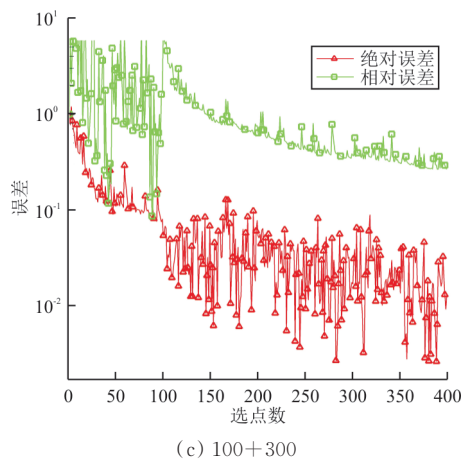


图 7 不同选点比例配置误差收敛曲线

Fig. 7 Configure error convergence history for different selection points

双椭球采用双重误差判据选点插值前后结果如图 8 所示,其中图 8(a)是插值前的结果,可以看出:热流量较大的区域插值精度相比只以相对误差为标准有很明显的提高。

支撑点比例配置 300+100、200+200、100+300 的热流最小值分别为:2 274.46、2 273.24、2 351.54 W/m^2 ,表明采用双重误差判据选点,当选点总数目与单独误差判据相同时,其最小值的插值精度相比于单独绝对误差选点过程都有显著提高,不会出现负数。

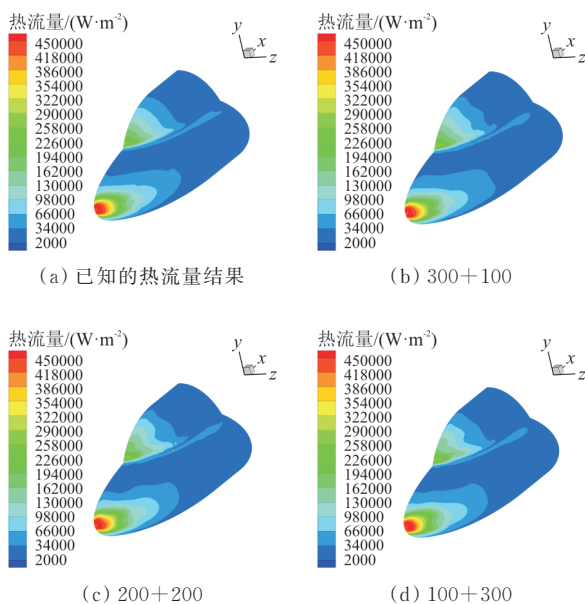


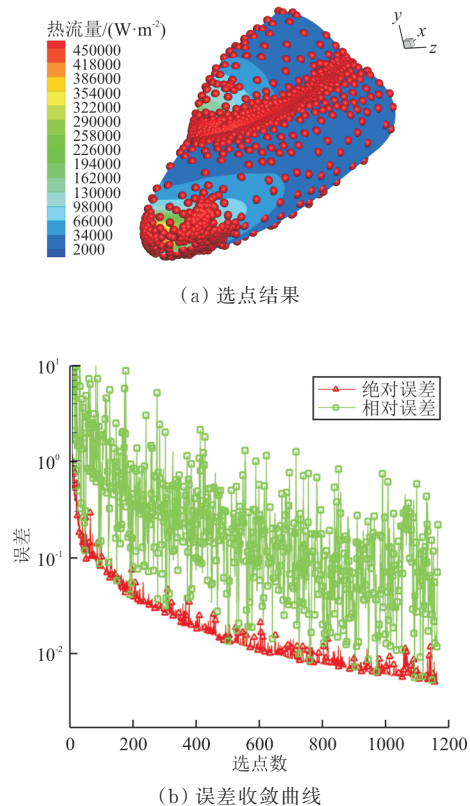
图 8 双椭球双重误差判据插值前后的结果

Fig. 8 The results of double error criterion of double ellipsoid configuration before and after interpolation

工程上通常更加关注最大热流处的插值精度,并要求保证最小热流正负号不能改变,因此本文更加推荐以绝对误差为标准选较多的点,以相对误差为标准选一定数量支撑点的选点数目组合。

为了说明双重误差判据相比于单独误差判据的优势,给出只以绝对误差为标准选取更多点的插值结果。选点过程中设置插值精度要求为 5×10^{-3} ,在此标准下最终选择了 1 162 个点。通过插值得到双椭球的热流量值,并统计插值所需的时间,将该过程的插值结果与支撑点比例配置为 300+100 的双重误差判据的插值结果进行对比。

这一单独绝对误差判据的结果如图 9 所示。从图 9(a)可以看出:所选的点大多数分布在双椭球交界处,即物面形状发生改变的地方,以及热流较大的区域。由于总的选点数目比较多,在热流量较小的地方,支撑点的数量也足够。从图 9(b)可以看出:绝对误差随着支撑点数量的增加逐渐减小,而相对误差随着支撑点数量的增加也在减小,但震荡相对较大。图 9(c)为这一选点过程的插值结果。



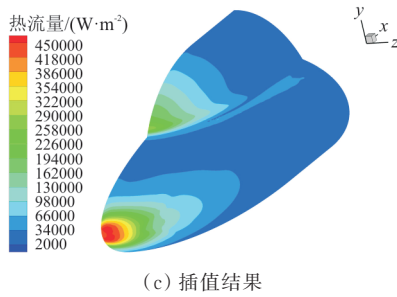


图 9 满足误差精度的选点结果、误差收敛曲线、插值结果
Fig. 9 The result of point selection, error convergence history and interpolation satisfying the error precision

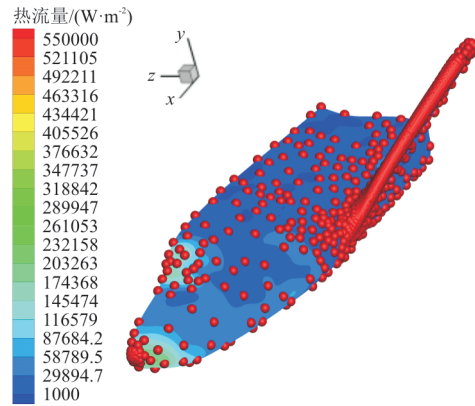
该选点过程插值得到的最小值和最大值分别为 2 029.77 和 471 715 W/m², 可见随着选点数目的增加, 单独绝对误差判据也能保证最小处的插值精度。但是选用了 1 162 个点, 用时 439 s, 且此时最小值的插值精度仍然不如 300+100 的双重判据选点过程的最小值插值精度。而支撑点比例配置为 300+100 的双重判据的选点过程用时 34 s。单独绝对误差判据是双重误差判据的 12 倍。单独相对误差判据下更多点数的插值结果未给出, 原因是从前述 400 个点的单独相对误差判据结果可知, 它在热流较大处的精度不够。为节省篇幅, 本文不做进一步讨论。

3.2 X-38

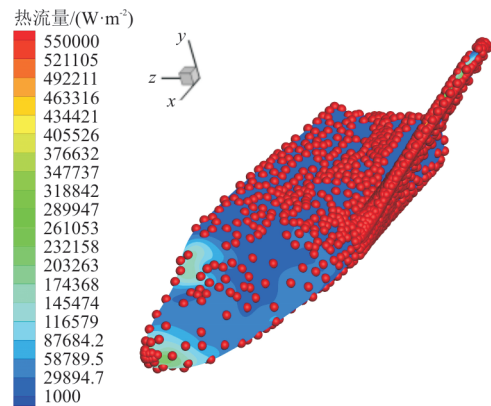
对 X-38 算例, 分别以单独误差判据、双重误差判据为标准选点, 并设定最多选 1 200 个点来进行插值, 其中双重误差判据支撑点比例配置为 700+500。工程上, 一般要求热流较大处的插值更准确, 并避免最小热流插值出现负值。故以绝对误差取点多, 以相对误差取点少, 但不能不用相对误差。为了节省篇幅, 不再选取其他支撑点比例组合。采用 1 200 个点为标准是为了更方便对这些过程进行对比, 但并不影响以精度为标准的选点过程。当然, 以精度为标准, 结果更加准确。同时, 给出 X-38 已知热流量最小值 1 758.77 W/m², 最大值 553 826 W/m²。

单、双重误差判据的选点与插值结果如图 10 所示。当只以绝对误差为标准选点时, 由于 f_i 较大的地方其绝对误差较大, 所以从图 10(a) 可以看出, 热流量较大的区域, 即 X-38 的机翼前缘和机头, 分布的支撑点相对于图 10(b) 较多。当只以相对误差为标准选点时, 由于 f_i 较小的地方其相对误差

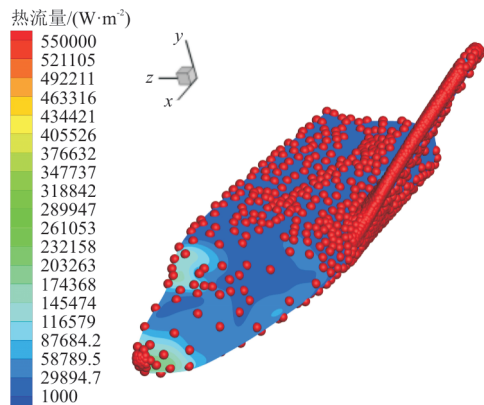
差较大, 所以从图 10(b) 可以看出, 热流量较小的地方, 即深蓝色的区域支撑点分布相对于左上图较多。从图 10(c) 可以看出, 采用双重误差判据所选的点在 X-38 机翼前缘和机头分布相对较多。热流量较小值的区域也有一定数量的支撑点, 其分布相比单独误差判据更加合理。



(a) 只以绝对误差为标准



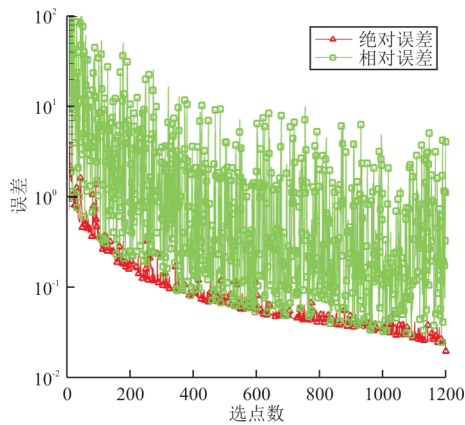
(b) 只以相对误差为标准



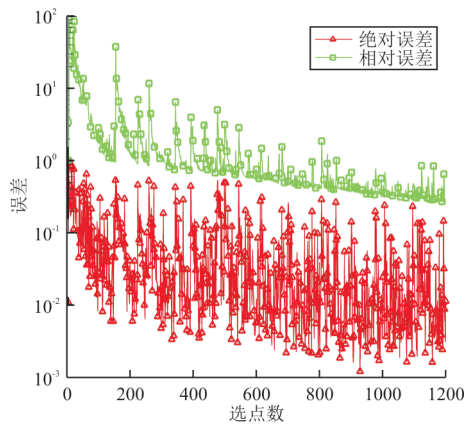
(c) 双重误差判据

图 10 X-38 单双重误差判据的选点结果
Fig. 10 The point selection results of X-38 model single-double error criterion

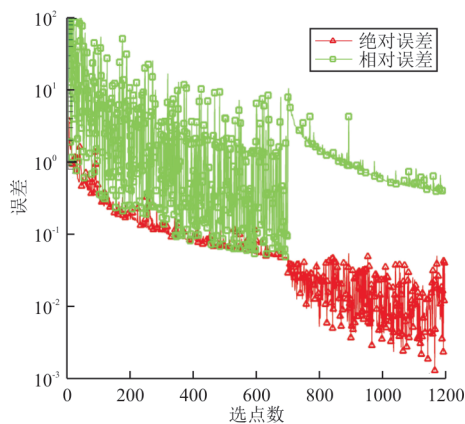
误差收敛曲线如图 11 所示。



(a) 只以绝对误差为标准



(b) 只以相对误差为标准



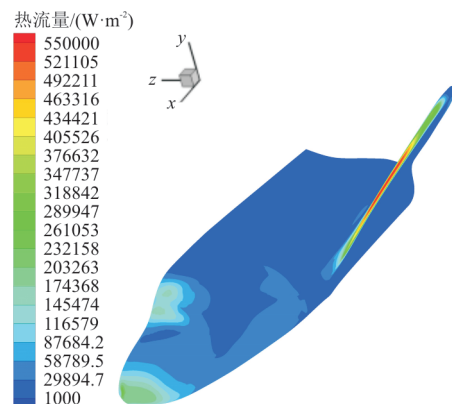
(c) 双重误差判据

图 11 X-38 单双重误差判据的误差收敛曲线
Fig. 11 Error convergence history of X-38 model
single-double error criterion

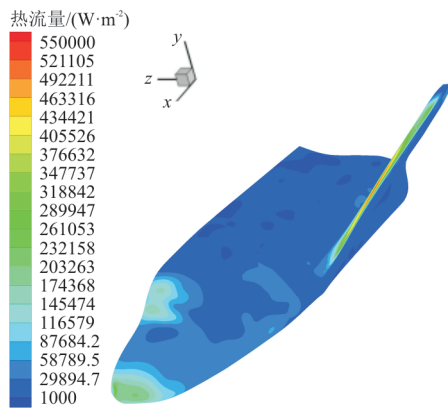
从图 11(a)可以看出:只以绝对误差为标准选点,绝对误差随着点数的增加逐渐减小,相对误差随着点数的增加也在减小,但随机性非常大,导致

相对误差很有可能在结束选点时仍很大。图 11(b)与图 11(a)的情况正好相反。从图 11(c)可以看出:先以绝对误差为标准选点,绝对误差随着点数的增加而逐渐减小,而相对误差虽然有下降的趋势,却出现较大的震荡;再以相对误差为标准选点时,相对误差随着点数的增加逐渐减小,而绝对误差虽然有震荡,但基本上保持在前面用 700 个支撑点得到的误差水平。

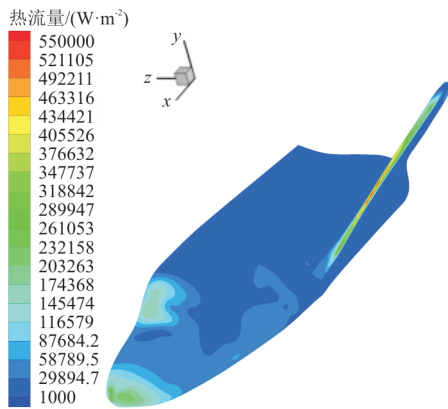
X-38 采用单双重误差判据选点插值前后的结果如图 12 所示,其中图 12(a)是插值前的结果。只以绝对误差为标准选点,插值后热流量的最小值为 $-8\,541.64\text{ W/m}^2$,而已知热流量的最小值为 $1\,758.77\text{ W/m}^2$ 。这样的结果在工程上是不允许的。只以相对误差为标准选点,插值后热流量的最大值为 $595\,327\text{ W/m}^2$,而已知热流量的最大值为 $553\,826\text{ W/m}^2$ 。最大值插值前后相对误差为 7.49% ,这也不符合工程要求。采用双重判据插值后热流量的最小值和最大值分别为 $1\,692.17$ 和 $558\,066\text{ W/m}^2$,最小值和最大值的插值前后相对误差分别为 3.8% 和 0.77% ,且最小值保持了正数。当单、双重误差判据选点数目相同时,以相对误差为判据,以及双重判据的插值结果在最小处更加准确。从最大值的插值精度来看,相对误差为判据的单独选点过程明显劣于以绝对误差判据的选点过程以及双重判据的选点过程。双重判据的选点过程在热流较大处明显优于单独相对误差判据,且接近单独绝对误差判据;在热流较小处明显优于单独绝对误差判据,且接近于单独相对误差判据。综合来看,双重误差判据选点过程效果最好。



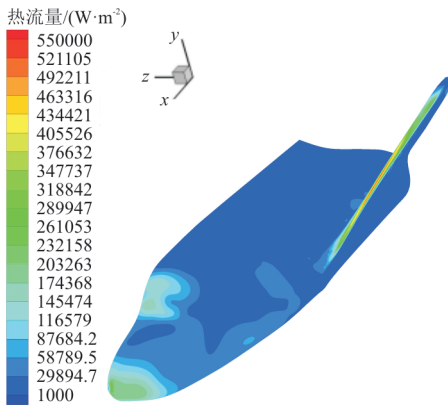
(a) 已知的热流量结果



(b) 以绝对误差为标准



(c) 以相对误差为标准



(d) 以双重误差判据为标准

图 12 X-38 单双重误差判据插值前后结果

Fig. 12 X-38 model double and single error criterion results before and after interpolation

4 结 论

(1) 只以绝对误差为标准选取支撑点, 由于 f_i 较大的地方其绝对误差较大, 故热流较大处分布的点相对较多, 热流较小处分布的点相对较少, 插值精度可能不够, 插值后最小值的正负号容易改

变, 这在工程上不可接受。

(2) 只以相对误差为标准选取支撑点, 由于 f_i 较小的地方其相对误差较大, 故热流较小处分布的支撑点相对较多, 热流较大处分布的点相对较少, 导致这一区域插值精度不高, 这也不符合工程要求。

(3) 当采用双重判据为标准选点, 在热流较大较小处都能够选取一定数量的支撑点, 在选点数目不大时, 就能同时保证热流较小和较大处的插值精度。这对于热流最大值和最小值相差较远且最小值比较小的情况尤其重要。

参 考 文 献

- [1] 董海波, 徐春光, 刘君. 基于单元变形的网格间流场信息传递方法[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(4): 21-27.
DONG Haibo, XU Chunguang, LIU Jun. Flow field information transfer method based on element deformation in meshes [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016, 38(4): 21-27. (in Chinese)
- [2] 苏波, 钱若军, 袁行飞. 流固耦合界面信息传递理论和方法研究进展[J]. 空间结构, 2010, 16(1): 3-10.
SU Bo, QIAN Ruojun, YUAN Xingfei. Fluid-structure interaction interface information transmission theory and method research [J]. Journal of Space Structures, 2010, 16(1): 3-10. (in Chinese)
- [3] 秦伶俐, 黄文彬, 周喆. 基于径向基函数的无网格方法[J]. 力学与实践, 2005(5): 61-65.
QIN Lingli, HUANG Wenbin, ZHOU Zhe. Meshless method based on radial basis function [J]. Mechanics in Engineering, 2005(5): 61-65. (in Chinese)
- [4] 宋少云, 李世其. 耦合场协同仿真中节点载荷插值的混合法[J]. 计算机仿真, 2006(8): 73-75, 125.
SONG Shaoyun, LI Shiqi. A hybrid method for joint load interpolation in coupled field co-simulation [J]. Computer Simulation, 2006(8): 73-75, 125. (in Chinese)
- [5] 刘深深. 气动/热/结构多场耦合数据传递方法研究[D]. 绵阳: 中国空气动力研究与发展中心, 2014.
LIU Shenshen. Research on aerodynamic/thermal/structure multi-field coupling data transfer method [D]. Mianyang: China Aerodynamics Research and Development Center, 2014. (in Chinese)
- [6] 潘志雄. 基于径向基函数的优化代理模型应用研究[J]. 航空工程进展, 2010, 1(3): 242-245, 296.
PAN Zhixiong. The optimal agent model based on radial basis function applied research [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2010, 1(3): 242-245, 296. (in Chinese)
- [7] 靳晨晖, 王刚, 陈鑫, 等. 非结构嵌套网格中的一种改进型径向基函数插值方法[J]. 航空工程进展, 2019, 10(5):

- 681-690.
- JIN Chenhui, WANG Gang, CHEN Xin, et al. An improved radial basis function interpolation method unstructured nested grids[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2019, 10(5): 681-690. (in Chinese)
- [8] 刘智侃, 刘深深, 刘骁, 等. 基于物理量梯度修正的 RBF 数据传递方法[J]. *航空学报*, 2021, 42(7): 195-208.
- LIU Zhikan, LIU Shenshen, LIU Xiao, et al. RBF data transfer method based on physical quantity gradient modification [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(7): 195-208. (in Chinese)
- [9] RENDALL T C S, ALLEN C B. Parallel efficient mesh motion using radial basis functions with application to multi-bladed rotors[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2010, 81: 89-105.
- [10] RENDALL T C S, ALLEN C B. Efficient mesh motion using radial basis functions with data reduction algorithms[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, 229(7): 6231-6249.
- [11] RENDALL T C S, ALLEN C B. Reduced surface point selection options for efficient mesh deformation using radial basis functions[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(8): 2810-2820.
- [12] XIE Liang, LIU Hong. Efficient mesh motion using radial basis functions with volume grid points reduction algorithm [J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 348: 1-11.
- [13] 谢亮, 徐敏, 张斌, 等. 基于径向基函数的高效网格变形算法研究[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(10): 141-145.
- XIE Liang, XU Min, ZHANG Bin, et al. Efficient grid deformation algorithm based on radial basis function study[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(10): 141-145. (in Chinese)
- [14] 王刚, 雷博琪, 叶正寅. 一种基于径向基函数的非结构混合网格变形技术[J]. *西北工业大学学报*, 2011, 29(5): 783-788.
- WANG Gang, LEI Boqi, YE Zhengyin. A deformation technique for unstructured hybrid meshes based on radial basis function [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2011, 29(5): 783-788. (in Chinese)
- [15] SELIM M M, KOOMULLIL R P, SHEHATA A S. Incremental approach for radial basis functions mesh deformation with greedy algorithm [J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 340: 556-574.
- [16] LI Chao, XU Xinhai, WANG Jinyu, et al. A parallel multiselection greedy method for the radial basis function-based mesh deformation [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2018, 113(10): 1-10.
- [17] 赵然. 基于 OpenFOAM 的 RBF 动网格优化算法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2019.
- ZHAO Ran. Research on RBF dynamic mesh optimization algorithm based on OpenFOAM [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2019. (in Chinese)
- [18] SHENG C, ALLEN C B. Efficient mesh deformation using radial basis functions on unstructured meshes[J]. *AIAA Journal*, 2013, 51(3): 707-720.
- [19] FANG Hong, HU Yikun, YU Caihui, et al. An efficient radial basis functions mesh deformation with greedy algorithm based on recurrence choleskey decomposition and parallel computing[J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 377: 111-121.
- [20] ZHAO Zhong, MA Rong, HE Lei, et al. An efficient large-scale mesh deformation method based on MPI/Open MP hybrid parallel radial basis function interpolation [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(5): 1392-1404.
- [21] 高翔. 非结构 CFD 并行网格变形算法及其应用[D]. 长沙: 国防科技大学, 2018.
- GAO Xiang. Unstructured CFD parallel grid deformation algorithm and its application [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2018. (in Chinese)
- [22] 高一地, 张桂江. 基于径向基函数的载荷重分配算法[J]. *飞机设计*, 2021, 41(6): 29-32, 51.
- GAO Yidi, ZHANG Guijiang. The load redistribution algorithm based on radial basis function [J]. *Journal of Aircraft Design*, 2021, 41(6): 29-32, 51. (in Chinese)
- [23] 王鸿丽. 径向基函数插值中形状参数的选取方法研究[D]. 唐山: 华北理工大学, 2021.
- WANG Hongli. Selecting the shape parameter in the radial basis function interpolation method research [D]. Tangshan: North China University of Technology, 2021. (in Chinese)
- [24] LI C, WEI Q, GONG C, et al. An efficient multiple point selection study for mesh deformation using radial basis functions [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 71: 580-591.

作者简介:

洪海峰(1999—),男,硕士研究生。主要研究方向:计算气动弹性力学。

康智聪(1998—),男,硕士研究生。主要研究方向:计算流体力学。

谢亮(1987—),男,博士,副教授。主要研究方向:计算流体力学,计算气动弹性力学,飞行器结冰数值模拟,高超声速空气动力学。

(编辑:马文静)