

文章编号: 1674-8190(2023)03-100-08

# 颤振边界高效精确预测分析

程芳, 李俊杰

(航空工业第一飞机设计研究院 强度设计研究所, 西安 710089)

**摘要:** 高效精确地确定多种飞机构型的颤振边界在飞机设计过程中具有重要意义。为了提高计算效率和计算结果的准确性, 针对亚声速和跨声速两种马赫数区域, 提出分别采用线性和非线性方法进行非定常气动力分析。非线性分析在引入精确的定常气动力的基础上, 采用高效率跨声速小扰动方程进行求解; 颤振求解统一采用 $g$ 法。对大型飞机的梁架-减缩刚度组合模型的空机及3种典型燃油构型进行涵盖飞行包线的全马赫数变高度颤振分析, 结果表明: 4种构型的颤振边界与颤振试飞边界一致, 与其他分析方法相比, 效率明显提高, 尤其是对于多种飞机构型能够高效地获得准确的颤振边界, 即说明本文采用的颤振边界预测方法是目前适用于工程上的一种高效精确的预测大型飞机颤振边界的方法。

**关键词:** 颤振包线; 线性; 非线性; 跨声速小扰动方程; 减缩刚度

**中图分类号:** V215.3<sup>+</sup>4

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.16615/j.cnki.1674-8190.2023.03.10

## The high efficiency and accuracy prediction analysis of the flutter envelope

CHENG Fang, LI Junjie

(Department of Strength Engineering Research, AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China)

**Abstract:** It is significant to efficiently and accurately determine the flutter boundary of various aircraft configurations in the aircraft design. In this paper, the linear unsteady aerodynamic method and nonlinear unsteady aerodynamic method are adopted for the subsonic and transonic areas, respectively. In the nonlinear method, the transonic small disturbance equation based on the accuracy steady CFD results is used as inputs. The  $g$  method is used in all flutter solutions for different Mach areas. The flutter analysis is used for an beam and reduced stiffness FEM model of the whole aircraft including empty aircraft and three special fuel cases for choosing the typical altitudes and Mach number covering the flight envelope and determine the flutter envelopes for the four aircraft configuration. Results show that the flutter boundary of the aircraft is consistent with flight flutter test. Compared with other analysis methods, the efficiency is obviously improved, especially for a variety of aircraft configurations. Therefore, the method adopted in this paper is an efficient and accurate method for predicting flutter boundary of large aircraft, which is suitable for engineering at present.

**Key words:** flutter envelope; linear; nonlinear; transonic small disturbance equation; reduction stiffness

收稿日期: 2022-10-12; 修回日期: 2022-12-22

通信作者: 程芳, avon\_chf@163.com

引用格式: 程芳, 李俊杰. 颤振边界高效精确预测分析[J]. 航空工程进展, 2023, 14(3): 100-107.

CHENG Fang, LI Junjie. The high efficiency and accuracy prediction analysis of the flutter envelope[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2023, 14(3): 100-107. (in Chinese)

## 0 引言

为了提高阻力发散马赫数,现代运输类飞机常采用超临界翼型<sup>[1]</sup>等技术手段,将巡航马赫数设计到跨声速范围内,进而达到提高飞行经济效率的目的。在跨声速范围内,由于激波的出现,相对于线性可压流产生的颤振边界而言,会出现跨声速凹坑现象,这使得跨声速颤振边界准确预估成为飞机设计中一个突出性的关键难题<sup>[2-4]</sup>。

在跨声速区域的颤振分析,必须考虑激波的影响<sup>[5]</sup>,导致气动弹性现象很难预测在跨声速区;由于风洞尺寸、速压带范围限制和模型设计难点、试验经费等问题,进行全机跨声速风洞试验难度很大<sup>[6-7]</sup>,国内大型飞机全机跨声速风洞试验仍是空白;对于具有明显跨声速区颤振“凹坑”特性的飞机来说,低空跨声速区也是颤振试飞的最危险区域。因此,在试飞之前获得较为可信的颤振边界显得尤为重要。准确地预测颤振边界,可以给颤振试飞提供参考,保证飞行安全。

20世纪90年代以来,国外陆续发表了基于计算流体动力学(CFD)和计算结构动力学(CSD)耦合的飞行器时域气动弹性研究文献<sup>[8-10]</sup>。2000年以后,以高校为代表,国内针对CFD/CSD耦合求解也陆续开展了许多研究<sup>[11-13]</sup>。

在20世纪90年代中期,为了解决CFD/CSD耦合求解气动弹性问题计算耗费太大的难题,以Duke大学的E. H. Dowell<sup>[14]</sup>,NASA的W. A. Silva等<sup>[15]</sup>为代表的研究人员率先提出了基于CFD数值模拟方法构造非定常流场降阶模型的思想。针对降阶方法,国内外开展了大量的研究<sup>[14-17]</sup>。

近5年来国内在跨声速分析方面多见于基于二维翼型或三维单机翼对跨声速气动弹性现象及其机理的研究<sup>[18-19]</sup>;或从提高计算效率出发,继续在气动弹性模型降阶和计算广义气动影响系数矩阵方面做工作<sup>[20-21]</sup>;国外近几年也是采用不同的分析方法,包括线性偶极子网格法、欧拉方程、平均纳维-斯托克斯(RANS)等对单机翼进行分析<sup>[22]</sup>;或者在颤振主动抑制领域的跨声速区域采用跨声速小扰动方程对机翼进行分析<sup>[23]</sup>。U. K. Kaul等<sup>[24]</sup>指出采用精确的CFD方法<sup>[25-26]</sup>虽然可以比非定常势流获得更为精确的结果,但计算耗时太长,于是采用一种修正的Theodorsen方法,可以与

CFD取得较为一致的结果,且在经典翼型和单机翼上得到了验证。总的来说,近年来国内外都在寻求具有较高计算效率的气动弹性边界计算方法,但目前国内外的探索基本上都是基于二维模型或简单的三维单机翼,推广到全机的复杂外形还存在着很大差距。

目前工程单位多采用线性分析方法,该方法不能预测凹坑的存在,通常得到的颤振边界较高。为了考虑凹坑影响,采用压缩性修正系数来评估,但也存在问题:一是压缩性修正系数采用经验值,一般取1.15~1.20,二是根据部件跨声速风洞试验结果给出跨声速凹坑修正系数,这均会导致颤振边界预测不够准确。大型飞机的跨声速风洞试验,由于受模型设计、风洞尺寸等诸多难点的限制,国内没有开展过。因此,在跨声速区域迫切需要寻找适合工程应用的非线性分析方法。

本文采用的非定常气动力分析方法<sup>[27]</sup>均基于ZAERO软件,颤振求解采用ZAERO软件中的 $g$ 法,来确定大型飞机的跨声速颤振边界。为了进行高效精确地求解,针对不同的飞行区域,分别采用线性和非线性分析方法进行非定常气动力求解。

## 1 非定常气动力求解方法

### 1.1 线性方法

线性方法的控制方程为线性小扰动方程:

$$(1 - M_\infty^2) \Phi_{,xx} + \Phi_{,yy} + \Phi_{,zz} - 2 \frac{M_\infty}{a_\infty} \Phi_{,xt} - \frac{1}{a_\infty^2} \Phi_{,tt} = 0 \quad (1)$$

式中: $M_\infty$ 为来流马赫数; $a_\infty$ 为来流声速; $\Phi$ 为全速度势函数。

$$\Phi = \phi_0 + \phi_1 \quad (2)$$

可以看出,全速度势函数由两部分组成:定常速度势 $\phi_0$ 和非定常速度势 $\phi_1$ 。

把式(2)带入式(1),并把 $\phi_0$ 和 $\phi_1$ 阶数类似项归类,可得:

$$(1 - M_\infty^2) \phi_{0,xx} + \phi_{0,yy} + \phi_{0,zz} = 0 \quad (3)$$

$$(1 - M_\infty^2) \phi_{1,xx} + \phi_{1,yy} + \phi_{1,zz} - \frac{1}{a_\infty^2} \phi_{1,tt} - 2 \frac{M_\infty}{a_\infty} \phi_{1,xt} = 0 \quad (4)$$

式(3)和式(4)分别为定常和非定常线性小扰

动方程。由于式(1)是线性方程,故定常和非定常速度势在上述公式中是解耦的。分别基于定常和非定常边界条件采用式(3)~式(4)求解定常和非定常流动。

对式(4)应用格林公式写成积分形式并采用面元法求解。

## 1.2 非线性方法

控制方程为跨声速小扰动方程:

$$(1 - K\phi_x)\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} - 2\frac{M_\infty^2}{\beta^2}\phi_{xt} - \frac{M_\infty^2}{\beta^2}\phi_{tt} = 0 \quad (5)$$

式中:  $K = \frac{(\gamma + 1)M_\infty^2}{\beta^2}$ ,  $\beta = \sqrt{1 - M_\infty^2}$ ,  $\gamma$  为比热比。

令  $\phi = \phi_0 + \phi e^{ikt}$ , 这里  $\phi \ll \phi_0$ , 即振幅线性, 则定常跨声速小扰动方程为

$$\phi_{0xx} + \phi_{0yy} + \phi_{0zz} = K \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\phi_{0x}^2}{2} \right) \quad (6)$$

非定常时间线性 TSD (TLTSD) 方程<sup>[28]</sup>为

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} - 2\frac{ikM_\infty^2}{\beta^2}\phi_x + \frac{k^2M_\infty^2}{\beta^2}\phi = \frac{\partial}{\partial x}(\sigma_v) \quad (7)$$

式中:  $\sigma_v = K\phi_{0x}\phi_x$ ;  $k$  为减缩频率。

翼面流动示意图如图 1 所示。

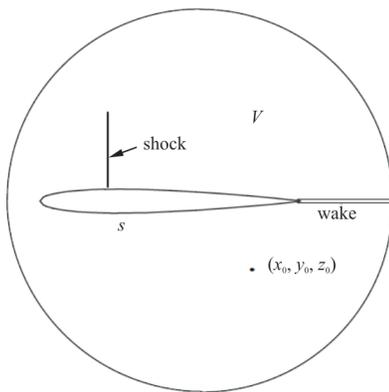


图 1 翼面流动示意图

Fig. 1 The flow for airfoil

TLTSD 方程在点  $(x_0, y_0, z_0)$  可写成:

$$\phi(x_0, y_0, z_0) = \phi_s + \phi_v + \phi_{\text{shock}} \quad (8)$$

其中,

$$\phi_s = \iint_{s+\text{wake}} \Delta\phi \frac{\partial G}{\partial n} dA - \iint_s \frac{\partial\phi}{\partial n} G dA,$$

$$\phi_v = - \iiint_V \frac{\partial}{\partial x} \sigma_v G dV,$$

$$\phi_{\text{shock}} = - \iint_{\text{shock}} \Delta\sigma_v G dA,$$

$$G = \frac{1}{R} e^{-\frac{ikM_\infty^2}{\beta^2}\xi} e^{-\frac{ikM_\infty}{\beta^2}R},$$

$$R = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2},$$

$$\xi = x_0 - x,$$

$$\eta = y_0 - y,$$

$$\zeta = z_0 - z.$$

上述公式中,  $G$  为非定常源核函数。由于跨声速流动时, 压缩性的影响很大, 公式中  $\phi_v$  和  $\phi_{\text{shock}}$  项必须保留。

R. Voss<sup>[29]</sup> 提出体源  $\sigma_v$  采用 Murman finite 微分算子可写成如下形式:

$$\sigma_v = (1 - \mu_i)\sigma_{vi} + \mu_{i-1}\sigma_{vi-1} + \mu_i\phi_{xi} - \mu_{i-1}\phi_{xi-1} \quad (9)$$

$M_i < 1$  时,  $\mu_i = 0$ ;  $M_i \geq 1$  时,  $\mu_i = 1$ 。

该方法可正确模拟激波, 能自动从亚声速的中心差分格式转化成超声速的后差分格式。

对  $\sigma_v$  引入 Murman finite 微分算子, 则  $\sigma_v = T\phi$ 。

## 2 颤振求解 $g$ 法

$g$  法<sup>[30]</sup> 推广了  $p$ - $k$ 、 $k$  法对真实阻尼的预测。 $g$  法在颤振方程中加入了第一阶阻尼项来预测阻尼, 采用减缩频率清扫技术求解颤振方程的根。该方法比传统的  $p$ - $k$  法优越在它更能反映系统的亚临界及过临界的频率和阻尼特性。

利用阻尼预测方法, 颤振方程可以包含第一阶阻尼项, 第一阶阻尼项来自拉普拉斯时域气动力, 这种颤振求解方法称为  $g$  法。

$g$  法控制方程<sup>[31]</sup> 为

$$\left[ \frac{V^2}{L^2} M p^2 + K - \frac{1}{2} \rho V^2 Q'(ik) g - \frac{1}{2} \rho V^2 Q(ik) \right] q = 0 \quad (10)$$

式中:  $L$  为参考弦长;  $V$  为来流速度;  $k$  为减缩频率,  $k = \frac{\omega L}{V}$ ,  $\omega$  为振动频率;  $M$  为广义质量;  $K$  为广义刚度;  $Q(ik)$  为广义气动系数;  $q$  为广义位移;  $g$  为阻尼系数。

把  $p = g + ik$  带入式(10), 产生  $g$  的二阶线性系统项:

$$[g^2 A + gB + C]q = 0 \quad (11)$$

其中,

$$A = \left(\frac{V^2}{L}\right)M,$$

$$B = 2ik\left(\frac{V}{L}\right)^2 M - \frac{1}{2}\rho V^2 Q'(ik) + \left(\frac{V}{L}\right)Z,$$

$$C = -k^2\left(\frac{V}{L}\right)^2 M + K - \frac{1}{2}\rho V^2 Q(ik) + ik\left(\frac{V}{L}\right)Z.$$

式(11)中,包含模态结构阻尼矩阵 $Z$ ,可以写成状态方程形式:

$$[D - gI]X = 0 \quad (12)$$

其中,

$$D = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -A^{-1}C & -A^{-1}B \end{bmatrix},$$

式中: $X$ 为状态方程的右特征向量。

### 3 算 例

#### 3.1 全机有限元模型

全机梁架—减缩刚度组合模型指:对于能够准确计算刚心和刚度的部件,如机翼、垂尾、平尾,直接建立梁架模型;对于难以准确计算刚心和刚度的部件或区域,如机身大开口、翼身连接区,则通过 Guyan 减缩方法<sup>[32]</sup>得到减缩刚度矩阵的形式来模拟其刚度特性。建立的全机梁架模型示意图如图 2 所示。

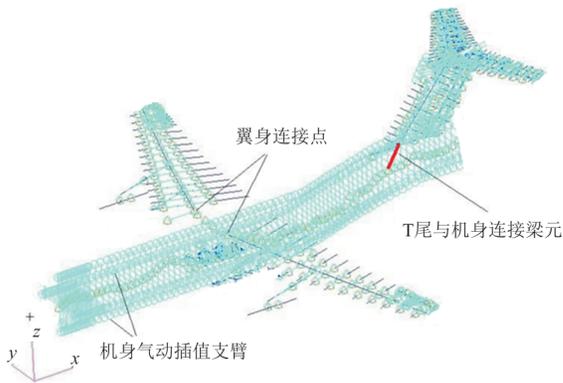


图 2 全机梁架—减缩刚度组合模型  
Fig. 2 The beam and reduced stiffness FEM model of whole aircraft

#### 3.2 振动分析结果

对梁架—减缩刚度组合模型空机状态和 3 种

燃油状态进行固有振动特性计算,全机模态分布图如图 3 所示,可以看出:低频非常密集。

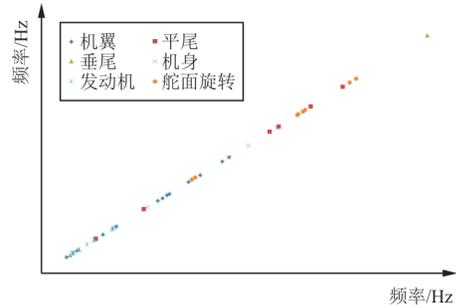


图 3 全机模态分布图

Fig. 3 The distribution diagram for the modes of aircraft

为了更清楚地看出机翼模态随燃油变化趋势,给出全机主要频率随燃油构型变化柱状图,如图 4 所示,可以看出:燃油质量的增加对机翼的模态影响较大,例如机翼弯曲模态和机翼扭转模态等都随着燃油质量的增加而减小;燃油质量的增加也导致了发动机反俯仰模态频率减小;对其他部件频率基本无太大影响。

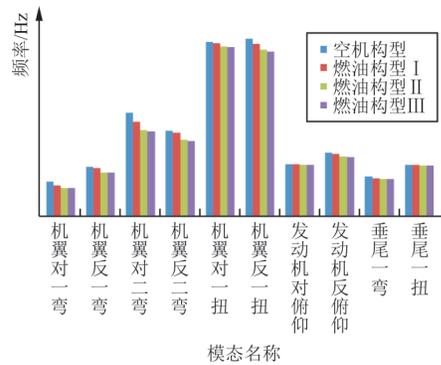


图 4 全机主要模态频率随燃油构型变化柱状图

Fig. 4 The histogram for the main frequencies of the whole aircraft changes with different fuel configurations

#### 3.3 非定常气动力计算网格

##### 3.3.1 线性方法

全机气动网格的操纵面铰链线位置通过气动网格的弦向和展向百分比指定。在此基础上,考虑升力面的翼型形状。

##### 3.3.2 非线性方法

###### 1) 定常气动力求解

非线性方法在进行颤振分析时,需从外部引入定常气动力求解结果。因此,首先进行定常 CFD 分析。CFD 求解的空间离散格式选用 Roe 分

裂格式,时间离散格式采用隐式格式。计算攻角取 $0^\circ$ (机身攻角)。计算马赫数范围选跨声速区域,根据颤振边界的走势适当选取计算马赫数的个数,例如在颤振速压急剧减小或增大的地方进行加密计算以保证颤振边界走势的准确性。来流密度固定为海平面空气密度( $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ )。

全流场网格如图 5 所示,全机结构网格分为 284 块,约 1 700 万个网格。

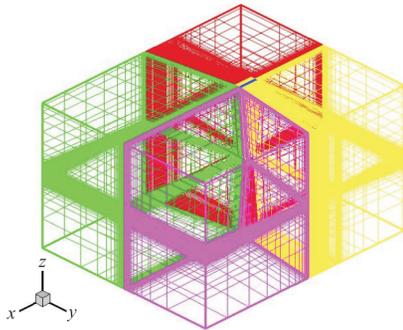


图 5 全机 CFD 气动网格  
Fig. 5 The CFD grids for aircraft

## 2) 非定常气动力求解

把非定常流动假设为定常流动叠加非定常小扰动流动,跨声速小扰动理论是适用的。如果非定常扰动传播的基础定常流动可以被准确模拟,基于小扰动方法的简化理论可以提供精确的非定常流动预测<sup>[33]</sup>;同时,也可以考虑 T 尾构型颤振分析时不能被忽略的平尾静升力的影响。在线性方法表面网格的基础上,在机翼、平尾、垂尾及吊挂上/下表面生成涵盖附面层的空间网格。由于跨声速区域的激波通常不会在机身和发动机短舱上产生,故在其上不布置空间网格。

## 3.4 计算结果

### 3.4.1 计算工况

选取空机构型作为基础构型,此外再选择 3 种典型燃油构型。根据飞行包线,选择全包线马赫数。按照飞行包线选取典型高度,按照递增的顺序标记为 0、 $H_1$ 、 $H_2$ 、 $H_3$ 、 $H_4$  及  $H_5$ ,计算工况在飞行包线的分布示意图如图 6 所示,可以看出:计算工况已经涵盖了整个飞行包线。

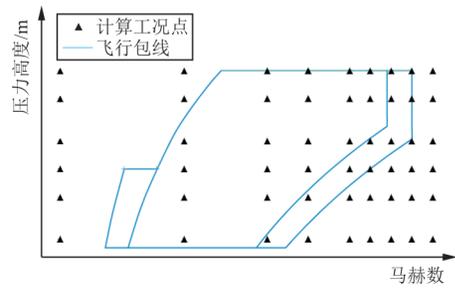
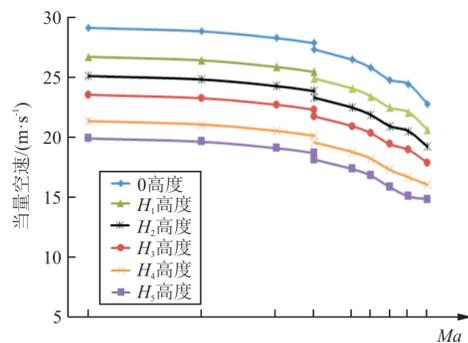


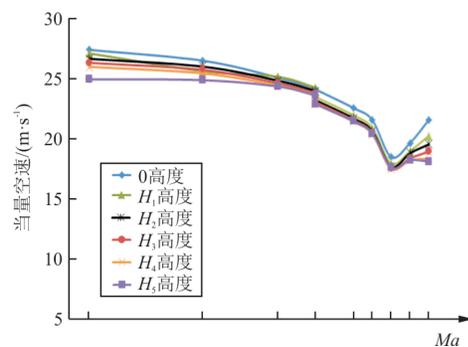
图 6 计算工况在飞行包线分布示意图  
Fig. 6 The diagram for computation cases distribution on the aircraft envelope

### 3.4.2 计算结果分析

不同飞机构型和不同马赫数下最低的两支颤振为垂尾弯扭(主要参与模态为垂尾一弯、垂尾一扭和机翼反一弯等)和机翼反弯扭(主要参与模态为发动机反俯仰、机翼反一弯和垂尾一扭等)。空机构型颤振分析结果如图 7 所示(图中数据为处理后的结果),可以看出:垂尾弯扭颤振支随马赫数和高度增加颤振速度基本呈降低的趋势,在  $H_5$  高度出现了较弱的凹坑现象。



(a) 垂尾弯扭



(b) 机翼反弯扭

图 7 空机构型颤振分析结果

Fig. 7 The flutter results for empty aircraft

不同飞机构型下的机翼反弯扭颤振跨声速凹坑如图 8 所示,可以看出:机翼反弯扭颤振支在不同高度时跨声速凹坑在  $Ma_1 \sim Ma_2$  之间移动,其余 3 种燃油构型颤振分析与空机构型类似;轻质量构型跨声速凹坑不移动,较重质量构型在高高度时跨声速凹坑出现变化。由于燃油质量的变化导致机翼和发动机模态频率发生变化,致使出现这一现象。

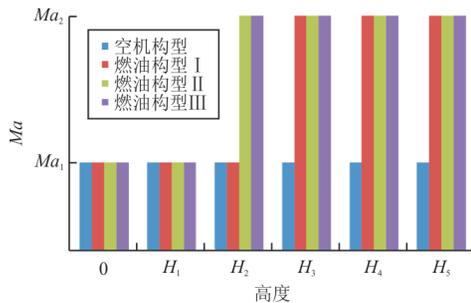


图 8 不同飞机构型下的机翼反弯扭颤振跨声速凹坑  
Fig. 8 The transonic dip of anti-bending and torsion wing mode for different aircraft configurations

### 3.4.3 与试飞结果对比

燃油构型 II 在  $H_1$  和  $H_2$  高度时颤振试飞外插得到颤振边界与分析结果对比,如图 9 所示,可以看出:该构型在  $H_1$  和  $H_2$  高度大约在  $Ma_1$  和  $Ma_2$  左右发生颤振现象,分析与试飞结果一致。

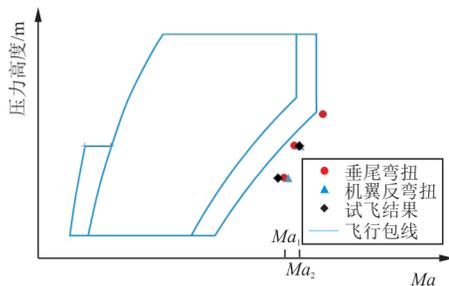


图 9 燃油构型 II 颤振边界计算结果与试飞结果对比  
Fig. 9 The comparison of analysis and flutter flight test results for flutter envelope

### 3.4.4 高效性分析

跨声速颤振分析常用的 3 种方法求解 4 种构型 6 种马赫数所用时间对比,如表 1 所示。对于 CFD/CSD 耦合求解,一个马赫数下,比较理想的情况是计算 4~5 个计算状态(4~5 个动压或者高度),假设一个计算点需要 3 天时间(对于大型飞机 1 700 万网格计算时间不止 3 天),则得到一个马赫数下的颤振结果需要 12~15 天。对于大型飞机一

个飞机构型来说,需要求解 6 个马赫数,则至少需要 72~90 天。4 种飞机构型则至少需要 288~360 天。对于采用系统辨识方法建立的非定常气动力降阶模型,一个马赫数下只有一个计算点,则对于 4 种构型全包线分析需要的时间至少为:3 天  $\times$  6 个马赫数  $\times$  4 种构型 = 72 天。本文采用的方法优势在于一旦确定了该马赫数下的非定常影响系数矩阵,不同飞机构型,不同高度可以反复调用,这样就节省了大量的非定常气动力求解时间。假设本文采用的方法非定常气动力求解时间为 3 天,实际上求解时间远小于前两种求解方法。6 个马赫数下的非定常气动力求解时间为 18 天。对于 4 种构型颤振求解每个状态只需要不到 20 min。每种构型根据包线选取 6 个典型高度并考虑 6 个马赫数,则一共 36 个计算点。36 个计算点颤振求解时间仅为 0.5 天。4 个构型跨声速边界确定只需要 19.5 天。求解飞机构型越多,该方法的效率越高。以上采用的均为单个微机求解所需的时间。

表 1 跨声速颤振边界求解方法所用时间对比

Table 1 The analysis time of different method for flutter envelope

构型	用时/天		
	非定常小扰动方法	CFD/CSD 耦合求解	非定常气动力降阶
空机构型	18	$\gg 72 \sim 90$	$> 18$
燃油构型 I	0.5	$\gg 72 \sim 90$	$> 18$
燃油构型 II	0.5	$\gg 72 \sim 90$	$> 18$
燃油构型 III	0.5	$\gg 72 \sim 90$	$> 18$

此外,本文采用的梁架—减缩刚度模型,与传统的杆板模型相比,模型自由度大幅缩减,特别适用于跨声速分析;与梁架模型相比,对于机身大开口、翼身连接结构这种难以准确采用梁架模型模拟的部件采用减缩刚度矩阵进行模拟,可保证刚度的准确性。

## 4 结 论

1) 针对亚声速和跨声速马赫数区域,分别使用线性和非线性方法,相对于非定常气动力降阶方法计算时间降至其 27% 以下,计算效率高。

2) 不同燃油构型和不同高度下,在  $Ma_1 \sim Ma_2$  之间出现了跨声速凹坑,为颤振危险区域。

3) 试飞结果与计算结果均表明在  $H_1$  和  $H_2$  高度, 燃油构型 II 分别大约在  $Ma_1$  和  $Ma_2$  出现了颤振现象, 两者结果一致, 表明本文采用的分析方法可信。

4) 本文采用的预测方法可以高效精确的预测飞机颤振边界。

### 参考文献

- [1] 孙亚军, 梁技, 杨飞, 等. 超临界机翼跨音速颤振风洞试验研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(4): 190-194.  
SUN Yajun, LIANG Ji, YANG Fei, et al. Transonic flutter wind tunnel tests for an aircraft with a supercritical wing [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(4): 190-194. (in Chinese)
- [2] BENNETT R M, EDWARDS J W. An overview of recent developments in computational aeroelasticity: AIAA-98-2421[R]. USA: NASA Langley Technical Report Server, 1998.
- [3] OPGENOORD M M J, DRELA M. Influence of transonic flutter on the conceptual design of next-generation transport aircraft[J]. AIAA Journal, 2019, 57(5): 1973-1987.
- [4] CHWALOWSKI P, HEEG J, BIEDRON R T. Numerical investigations of the benchmark supercritical wing in transonic flow [C]// 58th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. USA: AIAA, 2017: 1-9.
- [5] 曾杰, 钱文敏, 肖志鹏, 等. 复合材料机翼结构的气动弹性优化设计与风洞颤振试验[J]. 航空科学与技术, 2019, 30(9): 120-129.  
ZENG Jie, QIAN Wenmin, XIAO Zhipeng, et al. Aeroelastic optimization of composite wing structure and wind tunnel flutter test [J]. Aeronautical Science & Technology, 2019, 30(9): 120-129. (in Chinese)
- [6] 刘楠, 易佳宁, 王冬, 等. 平尾模型连续变速压颤振试验方法及数值计算研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(15): 11-17.  
LIU Nan, YI Jianing, WANG Dong, et al. Continuous varying dynamic pressure wind tunnel test method and numerical calculation of flutter characteristics of horizontal tail model[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(15): 11-17. (in Chinese)
- [7] 侯良学, 张戈, 刘楠, 等. 基于风洞试验模型的跨声速颤振研究[J]. 振动与冲击, 2019, 38(13): 236-242.  
HOU Liangxue, ZHANG Ge, LIU Nan, et al. Transonic flutter based on wind tunnel test model[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(13): 236-242. (in Chinese)
- [8] BHARDWAJ M K. A CFD/CSD interaction methodology for aircraft wings [D]. Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, 1997.
- [9] KAMAKOTI R. Fluid-structure interaction for aeroelastic applications[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2004, 40: 535-558.
- [10] BAUM J D, LUO H, MESTREAU E L, et al. Recent developments of a coupled CFD/CSD methodology: AIAA-2001-31097[R]. USA: AIAA, 2001.
- [11] 蒋跃文, 张伟伟, 叶正寅. 基于CFD技术的流场/结构时域耦合求解方法研究[J]. 振动工程学报, 2007, 20(4): 396-400.  
JIANG Yuewen, ZHANG Weiwei, YE Zhengyin. Study of time-marching method for fluid/structure coupling solution based on CFD technique[J]. Journal of Vibration Engineering, 2007, 20(4): 396-400. (in Chinese)
- [12] AN Xiaomin, XU Min, CHEN Shilu. An improved algorithm for CFD/CSD coupled system design and calculation [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010, 27(2): 162-169.
- [13] 徐敏, 安效民, 陈士橹. 一种CFD/CSD耦合计算方法[J]. 航空学报, 2006, 45(3): 33-37.  
XU Min, AN Xiaomin, CHEN Shilu. CFD/CSD coupling numerical computational methodology[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 45(3): 33-37. (in Chinese)
- [14] DOWELL E H. Eigenmode analysis in unsteady aerodynamics: reduced order models [J]. AIAA Journal, 1996, 34(8): 1578-1583.
- [15] SILVA W A, BARTELS R E. Development of reduced order models for aeroelastic analysis and flutter prediction using the CFL3Dv6.0 code[J]. Journal of Fluids and Structures, 2004, 19(6): 729-745.
- [16] KIM T. System identification for coupled fluid structure: aerodynamics is aeroelasticity minus structure [J]. AIAA Journal, 2011, 49(3): 503-512.
- [17] 徐敏, 李勇, 曾宪昂, 等. 基于Volterra级数的非定常气动力降阶模型[J]. 强度与环境, 2007, 34(5): 22-28.  
XU Min, LI Yong, ZENG Xian'ang, et al. Volterra-series-based reduced-order model for unsteady aerodynamics [J]. Structure & Environment Engineering, 2007, 34(5): 22-28. (in Chinese)
- [18] 张伟伟, 高传强, 叶正寅. 复杂跨声速气动弹性现象及其机理分析[J]. 科学通报, 2018, 63(12): 1095-1110.  
ZHANG Weiwei, GAO Chuanqiang, YE Zhengyin. The complex transonic aeroelastic phenomena and its mechanisms [J]. Chinese Science Bulletin, 2018, 63(12): 1095-1110. (in Chinese)
- [19] 高传强. 跨声速复杂气动弹性问题的诱发机理及控制研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2018.  
GAO Chuanqiang. Research on the mechanism and control of complex aeroelastic problems in transonic flows [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2018. (in Chinese)
- [20] 张家铭, 杨执钧, 黄锐. 基于非线性状态空间辨识的气动弹性模型降阶[J]. 力学学报, 2020, 52(1): 150-161.

- ZHANG Jiaming, YANG Zhijun, HUANG Rui. Reduced-order modeling for aeroelastic systems via nonlinear state-space identification[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2020, 52(1): 150-161. (in Chinese)
- [21] 刘南, 郭承鹏, 白俊强. 基于高阶谐波平衡的跨声速颤振高效预测方法[J]. 航空学报, 2018, 39(10): 121989. LIU Nan, GUO Chengpeng, BAI Junqiang. Efficient prediction approach of transonic flutter based on high-order harmonic balance[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(10): 121989. (in Chinese)
- [22] CHWALOWSKI P, HEEG J. Predicting transonic flutter using nonlinear computational simulations[C]// International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics. Savannah, Georgia, USA: IFASD, 2019: 10-23.
- [23] VEPA R, KWON J R. Synthesis of an active flutter suppression system in the transonic domain using a computational model[J]. The Aeronautical Journal, 2021, 125: 2002-2020.
- [24] KAUL U K, NGUYEN N T. Extending a correction method for unsteady transonic aerodynamics to variable camber continuous trailing edge flap: ARC-E-DAA-TN69327[R]. USA: DAA, 2003.
- [25] MOTTA V, GUARDONE A, GIUSEPPE Q. Influence of airfoil thickness on unsteady aerodynamic loads on pitching airfoils[J]. J. Fluid Mech., 2015, 774: 460-487.
- [26] COLONIUS T, WILLIAMS D R. Surging and plunging oscillations of an airfoil at low Reynolds number[J]. J. Fluid Mech., 2015, 763: 237-253.
- [27] ZONA Technology Inc. Zaero theoretical manual [M]. USA: ZONA Technology Inc., 2008.
- [28] LU S, VOSS R. TDLM-A transonic doublet lattice method for 3D potential unsteady transonic flow computation: DLR-FB 92-25[R]. Cologne, Germany: DLR Institut für Aeroelastik Göttingen, 1992.
- [29] VOSS R. Calculation of 3D unsteady transonic potential flows by a field panel method[R]. USA: DLR-FB, 1992.
- [30] CHEN P C. Damping perturbation method for flutter solution: the  $g$ -method[J]. AIAA Journal, 2000, 38(9): 1519-1524.
- [31] 程芳, 陈海, 黄国宁. 整流罩对T型尾翼低速颤振特性影响分析[C]// 第11届全国空气弹性学术交流会. 昆明: 中国空气动力学学会, 2009: 103-106. CHENG Fang, CHEN Hai, HUANG Guoning. Analysis the influence of the fairing on the flutter characteristics for T tail[C]// The 11th Air Elasticity Academic Meeting. Kunming: Chinese Aerodynamics Research Society, 2009: 103-106. (in Chinese)
- [32] GUYAN R J. Reduction of stiffness and mass matrices[J]. AIAA Journal, 1965, 3(5): 680-689.
- [33] LIU D D, KAO Y F, FUNG K Y. An efficient method for computing unsteady transonic aerodynamics of swept wings with control surfaces[J]. Journal of Aircraft, 1988, 25(1): 25-31.

#### 作者简介:

程芳(1979—),女,硕士,高级工程师。主要研究方向:飞机气动弹性。

李俊杰(1987—),男,硕士,高级工程师。主要研究方向:飞机气动弹性。

(编辑:马文静)

(上接第68页)

- [19] KARPEL M, MOULIN B, ANGUITA L, et al. Aeroelastic gust response analysis for the design of transport aircrafts[C]// 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference. [S. l. : s. n.], 2004: 1592.
- [20] RODDEN W P, JOHNSON E H. MSC/NASTRAN aeroelastic analysis: user's guide [M]. Columbus: MacNeal-Schwendler Corporation, 1994.
- [21] WU H Y, YANG S, LIU F, et al. Comparisons of three geometric representations of airfoils for aerodynamic optimization[C]// 16th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. Reston: AIAA, 2003: 1-12.
- [22] CASTONGUAY P, NADARAJAH S. Effect of shape parameterization on aerodynamic shape optimization[C]// 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno: AIAA, 2007: 1-20.
- [23] 肖宇. 基于自适应随机优化的连续阵风关键载荷预测[J]. 航空学报, 2019, 40(2): 104-114. XIAO Yu. Prediction of critical continuous gust load based on adaptive stochastic optimization[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40(2): 104-114. (in Chinese)
- [24] 中国民用航空局. 运输类飞机适航标准: CCAR-25-R4[S]. 北京: 中国民用航空局, 2011. Civil Aviation Administration of China. Airworthiness standards of transport category aircraft: CCAR-25-R4[S]. Beijing: Civil Aviation Administration of China, 2011. (in Chinese)

#### 作者简介:

肖宇(1986—),男,博士,高级工程师。主要研究方向:气动弹性耦合动力学。

(编辑:丛艳娟)