

文章编号: 1674-8190(XXXX)XX-001-08

基于改进虚拟弹簧模型的无人机路径规划算法研究

肖衡¹, 张汇¹, 周文², 穆震杰¹

(1. 昆明理工大学 民航与航空学院, 昆明 650500)

(2. 国防科技大学 系统工程学院, 长沙 410073)

摘要: 无人机的路径规划问题以及虚拟弹簧模型(VSM)在路径规划过程中存在目标不可达和狭窄通道易振荡问题, 在虚拟弹簧模型的基础上, 提出一种改进虚拟弹簧模型的无人机路径规划算法。首先, 建立无人机与障碍物的排斥力公式以及无人机与目标点的牵引公式, 完成无人机的局部路径规划; 其次, 在虚拟弹簧模型中引入边界力概念, 解决无人机狭窄通道易振荡及目标不可达的问题; 最后, 结合仿真实验对所提算法的有效性进行验证。结果表明: 相较于传统虚拟弹簧模型和改进虚拟弹簧模型, 本文提出的无人机路径算法在狭窄通道环境下进行无人机路径规划所形成的路径更加平滑, 在目标不可达情况下能够使无人机顺利到达目标点, 能够在相对复杂的环境中为无人机路径进行规划。

关键词: 路径规划; 无人机; 虚拟弹簧模型; 边界力; 目标不可达; 狭窄通道

中图分类号: V249.1; V279

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.XXXX.XX.01

Research on UAV Path Planning Algorithm Based on Improved Virtual Spring Method

Xiao Heng¹, Zhang Hui¹, Zhou Wen², Mu Zhenjie¹

(1. Faculty of Civil Aviation and Aeronautics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

(2. College of Systems Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Aiming at the path planning problem of UAVs and the problems of target unreachability and easy oscillation of narrow channels in the path planning process of the virtual spring model, a UAV path planning algorithm that can improve the virtual spring method is proposed. Firstly, the repulsive force formula between the UAV and the obstacle and the traction formula between the UAV and the target point are established to complete the local path planning of the UAV. Secondly, the concept of boundary force is introduced into the virtual spring method to solve the problems of easy oscillation and target unreachability in the narrow channel of UAV. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified in combination with simulation experiments. The results show that, compared with the traditional virtual spring model and the improved virtual spring model, the proposed UAV path planning algorithm can form a smoother path for UAV path planning in the narrow channel environment, and enable the UAV to reach the target point smoothly when the target is not reachable, which is able to plan UAV paths in a relatively complex environment.

Key words: path planning; unmanned aerial vehicle; virtual spring model; boundary force; target unreachability; narrow channel

收稿日期: 2023-10-12; 修回日期: 2023-12-10

基金项目: 云南省自然科学基金面上项目(202201AT070080)

通信作者: 张汇(1995-), 女, 硕士研究生。E-mail: 20212245023@stu.kust.edu.cn

引用格式: 肖衡, 张汇, 周文, 等. 基于改进虚拟弹簧模型的无人机路径规划算法研究[J]. 航空工程进展, XXXX, XX(XX): 1-8.

Xiao Heng, Zhang Hui, Zhou Wen, et al. Research on UAV Path Planning Algorithm Based on Improved Virtual Spring Method [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, XXXX, XX(XX): 1-8. (in Chinese)

0 引言

近年来,随着经济和技术的不断发展,无人机行业进入高速发展阶段。无人机因其具有体积小、使用和维护成本低、灵活性高等特点,广泛应用于多个领域^[1]。无人机在执行任务过程中,需对其运行路径进行规划,使其安全运行的同时,还能够快速地到达目标点。

无人机路径规划算法可分为全局和局部的路径规划算法两大类^[2]。其中,全局路径规划采用静态框架结构,即在已知飞行条件和任务点的前提下提前对无人机航迹规划做好规划方案^[3]。常用无人机全局路径规划算法包括A*算法^[4-5]、动态规划算法^[6-7]、蚁群算法^[8-10]、Dijkstra算法^[11]等。虽然全局路径规划结果是全局的、最优的,但当环境发生变化,出现未知或动态障碍物时,全局路径规划算法无法为无人机进行实时路径规划,难以适用于无人机实际路径规划中。局部路径规划算法则侧重考虑无人机当前的局部环境信息,使无人机具有较好的避障能力^[12]。常用无人机局部路径规划算法包括人工势场法^[13-14]和动态窗口法^[15]等,能够在面对未知或动态障碍物时对无人机路径进行实时规划。虚拟弹簧模型也属于局部路径规划算法,其目前已实现二维的机器人路径规划^[16]。由于无人机运行空间的不同,其路径规划须在三维空间内进行,环境更加复杂,而该方法无需对工作环境有任何先验知识,就能处理复杂多样的障碍物^[17],且算法计算量要求低^[18],更适合解决无人机在复杂环境中的路径规划问题。

虽然虚拟弹簧模型(Virtual Spring Model,简称VSM)可以解决无人机避障问题,但同时也存在局部路径规划算法中的目标不可达问题和狭窄通道易振荡问题,从而导致无人机难以安全到达目标点。针对上述问题,部分学者对虚拟弹簧法进行了改进。高申勇等^[18]利用弹簧力学模型对机器人在复杂环境中的路径规划和避障问题进行解决,同时采用沿障碍物边缘移动和切换目标位置的方法对虚拟弹簧模型的局部极小点问题进行解决;关甜甜^[19]结合转向代价对虚拟弹簧算法进行改进,从而保证多机器人运行路径的最优化。目前研究人员针对虚拟弹簧模型局部最小点问题及目标不可达问题均有解决方案,但针对该方法的狭

窄路径易振荡问题,研究尚不深入。

因此,综合以上问题,提出一种改进虚拟弹簧模型的无人机路径规划算法。首先,建立无人机与障碍物的排斥力公式以及无人机与目标点的牵引公式,完成无人机的局部路径规划;其次,在虚拟弹簧模型中引入边界力概念,解决无人机狭窄通道易振荡及目标不可达的问题;最后,结合仿真实验对所提算法的有效性进行验证。

1 无人机模型构建及避障设置

1.1 无人机运动学模型构建

由于无人机在运动过程中涉及多个研究领域和复杂系统,本文在建立单机模型过程中对仿真环境进行了理想化假设。结合无人机自身动力学特性的单架无人机运动学模型^[20]为

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \\ \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 - g \sin \psi \\ (a_2 - g \cos \psi)/V \\ a_3/V \cos \psi \\ V \cos \psi \cos \phi \\ V \cos \psi \sin \phi \\ V \sin \psi \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: X, Y, Z 分别为无人机的坐标; ψ, ϕ 分别为无人机的俯仰角和航向角; V 为无人机的标量速度; a_1, a_2, a_3 分别无人机三坐标轴方向加速度。

为线性化无人机的动态模型,设置一个新的控制输入,该控制输入与旧控制的关系为

$$\begin{cases} u_x = a_1 \cos \psi \cos \phi - a_2 \sin \psi \cos \phi - a_3 \sin \phi \\ u_y = a_1 \cos \psi \sin \phi - a_2 \sin \psi \sin \phi - a_3 \cos \phi \\ u_z = a_1 \sin \psi + a_2 \cos \psi \sin \phi - g \end{cases} \quad (2)$$

1.2 基于虚拟弹簧模型的无人机避障设置

本文考虑在复杂环境下,已知无人机的起始点与目标点,环境中的障碍物信息未知。无人机在虚拟弹簧模型的合力作用下朝向目标点移动。

当无人机在飞行过程中遇到障碍物时,障碍物周围存在虚拟弹簧,无人机与障碍物的距离超过障碍物虚拟弹簧的最大撞击距离时,障碍物会对无人机产生远离障碍物方向的弹性排斥力。其障碍物斥力的公式为

$$F_{rep}(q) = \begin{cases} k_r |l_1 - f(q - q_0)| & (l_1 > f(q - q_0) > 0) \\ 0 & (f(q - q_0) > l_1) \end{cases} \quad (3)$$

$$k_r = \frac{k_0}{f(q - q_0)^2} \quad (4)$$

式中: k_r 为障碍物虚拟弹簧的阻尼系数; $f(q - q_0)$ 为无人机和障碍物之间的欧氏距离。

目标点对虚拟领航无人机仅产生牵引力,其公式为

$$F_{att}(q) = \begin{cases} k_g (f(q - q_t) + \frac{2}{f(q - q_t)^3}) & (f(q - q_t) > 0) \\ 0 & (f(q - q_t) = 0) \end{cases} \quad (5)$$

式中: k_g 为目标虚拟弹簧的正比例因子。

基于虚拟弹簧模型的无人机受力分析如图 1 所示。

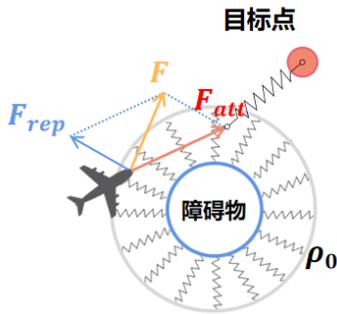


图 1 虚拟弹簧模型受力分析
Fig. 1 Force analysis of virtual spring model

假设无人机、障碍物和目标之间存在虚拟弹簧,无人机依靠目标弹簧力 F_{att} 的作用朝向目标点运动的同时,受障碍物弹性排斥力 F_{rep} 的影响远离障碍物,其所受合力为 F ,该合力使无人机安全到达指定位置。

2 基于改进虚拟弹簧模型的无人机路径规划算法

无人机在到达目的地位置的过程中,受牵引力影响朝向目标点运动,同时,在遇到障碍物时,

受障碍物弹性排斥力影响进行避障。但当障碍物与目标点距离过小,或两障碍物之间距离较近时,无人机易发生目标不可达和狭窄通道易振荡的问题,致使无人机难以到达目标点。因此,本文为了解决这一问题,提出将“边界力”^[21]概念引入,从而改变无人机的受力情况,帮助其顺利到达目标点,完成指定任务。

2.1 基于改进虚拟弹簧模型的无人机路径规划算法流程

无人机在运行过程中,当目标点附近存在障碍物时,会加上边界力以改变无人机的受力状态,帮助其顺利到达目标点。基于改进 VSM 的无人机路径规划算法具体流程如图 2 所示。

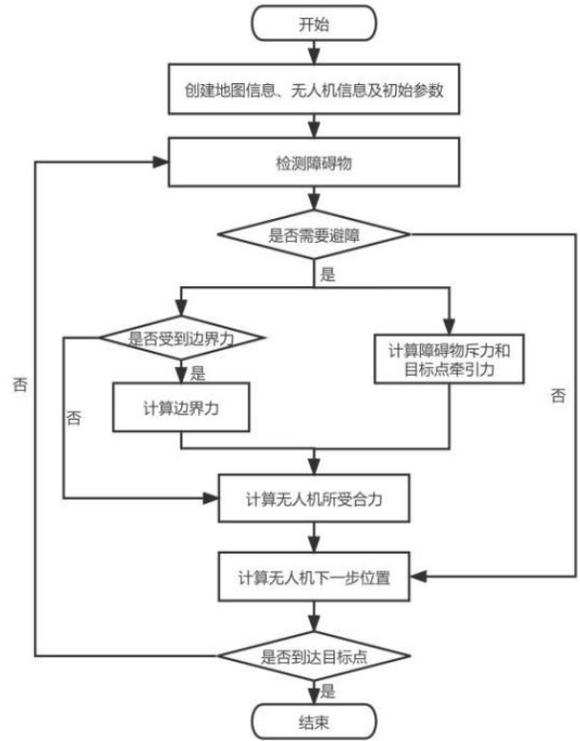


图 2 基于改进虚拟弹簧算法的无人机避障流程
Fig. 2 UAV obstacle avoidance process based on improved virtual spring algorithm

由基于改进虚拟弹簧算法的无人机避障流程图可得伪代码流程图如下:

算法: 基于改进 VSM 的无人机路径规划算法

```

1  初始化: 指定无人机位置及基本参数, 确定起
    始点、目标点位置, 初始化障碍物区域
2  while 无人机未到达目标点
3      for 每架无人机检测周围障碍物
4          if 需要避障
                    计算无人机受到的虚拟弹簧斥力
5           $F_{rep}$  和牵引力  $F_{att}$ , 计算合力  $F_{sum}$ ,
                    继续朝目标点飞行
6          else 计算无人机受到的虚拟弹簧牵引
                    力, 继续朝目标点飞行
7          if 识别到狭窄通道情况或目标点
                    附近有障碍物
8          计算无人机受到的边界力
9      end
10     end
11     end
    end

```

2.2 基于边界力的改进虚拟弹簧算法原理

针对虚拟弹簧模型中存在的目标不可达问题及狭窄通道易振荡的问题, 本文将边界力融入算法中。当无人机在运行过程中识别到障碍物时, 受障碍物虚拟弹性排斥力 F_{rep} 和目标点虚拟弹性牵引力 F_{att} 的影响, 无人机所受合力为 F_{sum}' 。同时, 无人机对障碍物和目标点位置进行判断, 为无人机施加边界力 F_d , 其方向与无人机所受弹性排斥力的方向相反, 此时无人机所受合力为 F_{sum} , 从而帮助无人机继续朝向目标点继续运动。具体情景包括目标不可达和狭窄通道易振荡的问题。

目标不可达问题, 即无人机在运行过程中, 检测到障碍物与目标点距离过近, 且目标点位于障碍物斥力影响范围内, 障碍物弹性排斥力远远大于目标点弹性牵引力, 无人机所受合力为 F_{sum}' , 无法到达指定位置, 无人机与目标点距离小于边界距离。此时为无人机施加与无人机所受弹性排斥力方向相反的边界力 F_d , 合力为 F_{sum} , 无人机可在避开障碍物的同时顺利到达目标点。其受力分析图如图 3 所示。

狭窄通道易振荡问题, 即当无人机在运行过程中识别到前方有多个距离较近的障碍物, 此时无人机受障碍物斥力 F_{rep1} 和 F_{rep2} 、目标点牵引力 F_{att} 影响, 所受合力为 F_{sum}' , 无人机轨迹发生振荡问

题。此时为无人机施加与障碍物斥力方向相反的边界力 F_d , 其所受合力为 F_{sum} , 无人机可产生平滑路径并顺利通过狭窄通道。其受力分析图如图 4 所示。

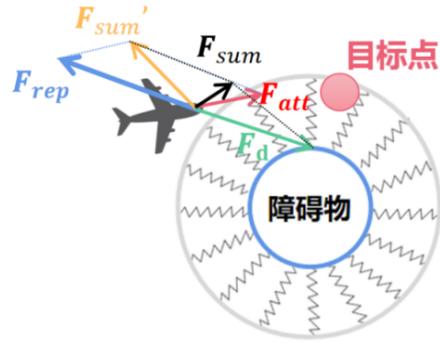


图 3 目标不可达时引入边界力的虚拟弹簧法
Fig. 3 Virtual spring method for introducing boundary forces when the target is not reachable

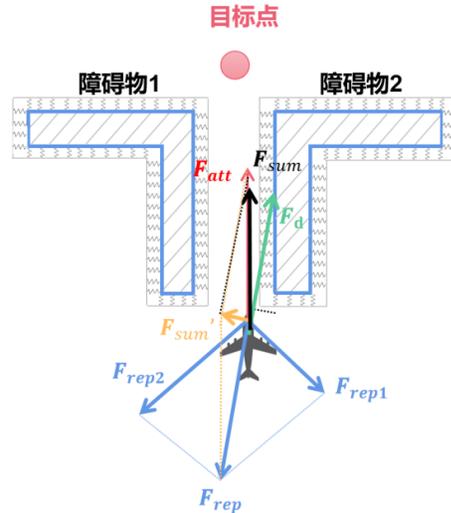


图 4 狭窄通道无人机轨迹振荡时引入边界力的虚拟弹簧法

Fig. 4 Virtual spring method for introducing boundary forces during trajectory oscillations of a UAV in a narrow channel

2.3 基于改进虚拟弹簧模型的边界力定义

无人机在飞行过程中因目标不可达问题使其无法到达目标点, 需要改变受力以继续运动时, 会给无人机添加边界力。无人机与目标点之间的距离小于边界距离时, 受到的边界力为

$$F_{d1} = \begin{cases} \frac{m_1}{D_i^2} \left(\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_{r1}} \right) e^{\frac{(D_i - D_{r1})^2}{\gamma_1}}, & D_i < D_{r1} \\ 0, & D_i \geq D_{r1} \end{cases} \quad (6)$$

无人机在飞行过程中遇到两临近障碍物,致使其运行路径发生振荡时,无人机与两障碍物之间距离小于边界力,此时为无人机添加边界力,受到的边界力为

$$F_{d2} = \begin{cases} \frac{m_2}{D_{o_n}^2} \left(\frac{1}{D_{o_n}^2} - \frac{1}{D_{r2}^2} \right) e^{-\frac{(D_i - D_{r2})^2}{\gamma_2}}, & D_i < D_{r2} \\ 0, & D_i \geq D_{r2} \end{cases} \quad (7)$$

式中: n 为障碍物个数; D_{o_n} 指无人机与第 n 个障碍物之间的距离; D_i 为无人机与目标点之间距离; m_1 、 m_2 分别为无人机与目标点和障碍物之间的边界系数; γ_1 、 γ_2 为正且大于1的常系数; D_{r1} 和 D_{r2} 分别为无人机与目标点和障碍物之间的边界距离。

在加入边界力后,无人机在运行过程中除了受到虚拟弹簧法中的障碍物弹性排斥力和目标点的弹性牵引力外,还会受到边界力的影响。因此,无人机在运行过程中收到的合力为

$$F_{sum} = \sum_{k=1}^n F_{rep} + F_d + F_{att} \quad (8)$$

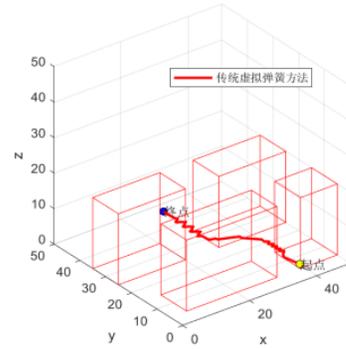
对虚拟弹簧法引入边界力后,能够有效解决无人机在运行过程中产生目标不可达和狭窄通道易振荡的问题,提升无人机运行的可靠性。

3 仿真结果与分析路径规划算法

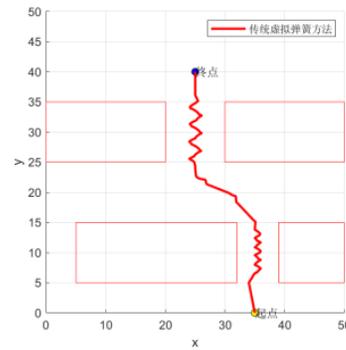
为验证本文算法的有效性,用MATLAB软件对多架无人机在狭窄通道情况下和目标不可达情况下进行单机路径规划和仿真,并与文献[14]和文献[15]的算法进行对比。

3.1 狭窄通道情况下的无人机路径规划

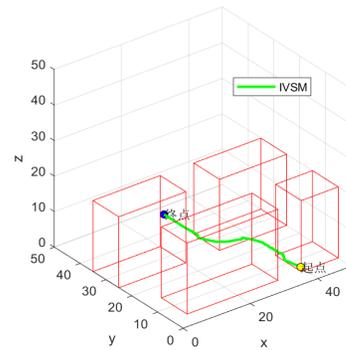
仿真一:实验环境为 $50*50*50$ 的三维空间,无人机起始坐标位置为 $(35, 0, 5)$,目标点位置为 $(25, 40, 5)$,无人机与目标点之间的边界距离 $D_{r1} = 0.5$,无人机与障碍物之间的边界距离 $D_{r2} = 1$ 。在实验过程中无人机避障算法分别采用传统虚拟弹簧模型、改进虚拟弹簧模型(Improved Virtual Spring Model,简称IVSM)及改进VSM算法。其中,障碍物虚拟弹簧的阻尼系数 $k_r = 20$,目标虚拟弹簧的正比例因子 $k_g = 0.5$,障碍物的最大撞击距离 $l_1 = 1.5$ 。本次仿真实验共设置四个矩形障碍物,模拟无人机面临狭窄通道情况。



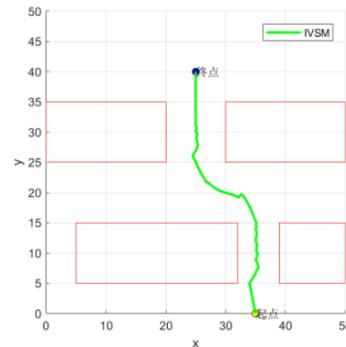
(a) 传统虚拟弹簧模型无人机路径侧视图



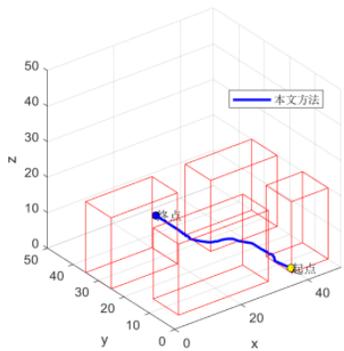
(b) 传统虚拟弹簧模型无人机路径俯视图



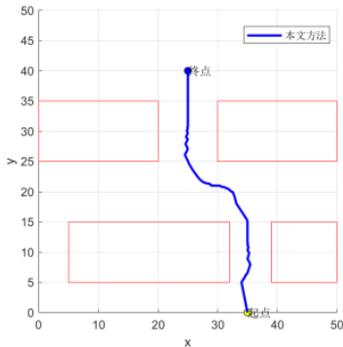
(c) IVSM算法无人机路径侧视图



(d) IVSM算法无人机路径俯视图



(e) 改进 VSM 算法无人机路径侧视图



(f) 改进 VSM 算法无人机路径俯视图

图 5 无人机狭窄通道路径规划对比图

Fig. 5 Comparison of UAV path planning for narrow aisles

从图 5(a)和图 5(b)可以看出:当无人机穿过狭窄通道时,采用传统虚拟弹簧模型对无人机避障路径进行规划,无人机虽然能够到达目标点位置,但所形成路径为振荡路径,造成无人机运行成本高、安全系数低的问题,该算法不具有普适性。从图 5(c)、图 5(d)可以看出:IVSM 算法因其针对局部极小问题进行了改进,无人机再穿过狭窄通道时,其路径相较于传统虚拟弹簧模型所生成路径更为平滑,但仍存在振荡问题。从图 5(e)、图 5(f)可以看出:相同环境下使用改进 VSM 算法相对于文献[14]和文献[15]的仿真结果,通过采用添加边界力的方法,使无人机能够形成相对平滑的路径。

三种算法相同障碍物情况下相邻路径点角度变化情况如图 6 所示,可以看出:传统虚拟弹簧模型和 IVSM 算法在狭窄通道情况下无人机相邻路径点角度变化较大,而改进的 VSM 算法无人机相邻路径点角度变化小,能够有效解决狭窄通道易振荡问题,提高无人机避障安全性。

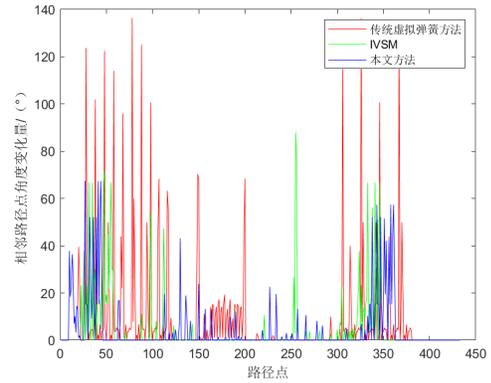
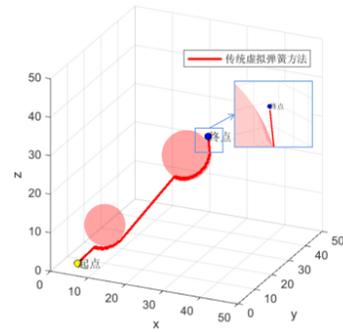


图 6 三种算法相邻路径点之间合力角度变化量

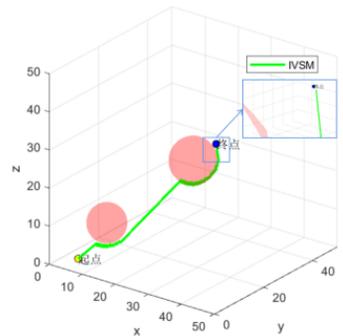
Fig. 6 Amount of change in the angle of the combined force between neighboring path points for the three algorithms

3.2 目标不可达情况下的无人机路径规划

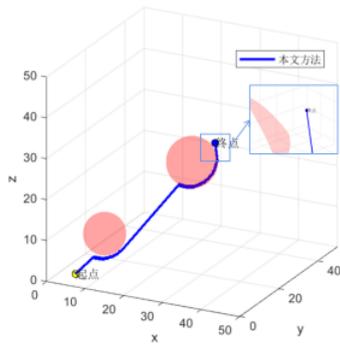
仿真二:实验环境为 $50 \times 50 \times 50$ 的三维空间,起始坐标位置为 $(5, 5, 1)$,目标点位置为 $(30, 30, 30)$,其余相关参数与仿真一相同。本次仿真实验共设置两个球形障碍物,模拟无人机面临目标不可达情况。



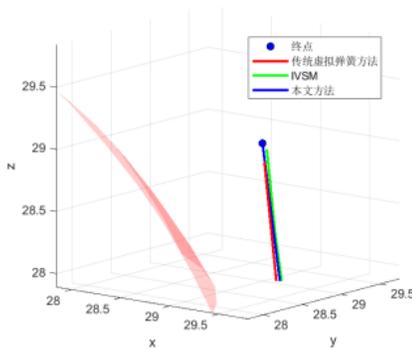
(a) 传统虚拟弹簧模型无人机路径图



(b) IVSM 算法无人机路径图



(c) 改进 VSM 算法无人机路径图



(d) 目标点附近局部放大图

图 7 无人机目标不可达路径规划对比图

Fig. 7 Comparison of UAV target unreachable path planning

从图 7 可以看出:除本文算法外,另外两种算法均未到达目标点。

三种算法无人机与目标点的相对距离对比情况如图 8 所示。

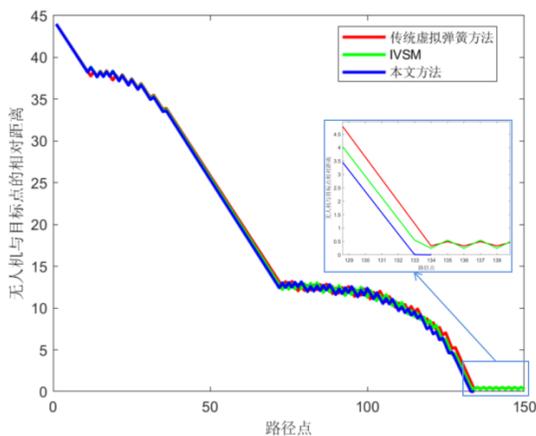


图 8 三种算法无人机与目标点的相对距离对比

Fig. 8 Comparison of the relative distances of the three algorithmic drones to the target point

从图 8 可以看出:无人机在靠近目标点时路径发生振荡,无法顺利到达目标点,即上述两种算法

无法有效解决无人机目标不可达问题。相对于前两种算法的仿真结果,通过采用添加边界力的方法,能有效解决虚拟弹簧模型涉及的目标不可达问题,使无人机顺利到达目标点。可见,本文提出的算法在一些复杂环境下更加可靠、普适性更强。

4 结论

1)将传统虚拟弹簧模型应用于三维空间内无人机路径规划问题中,实现无人机的实时路径规划。

2)在虚拟弹簧模型的基础上,本文提出的融合边界力的无人机路径规划算法,有效解决了虚拟弹簧模型的狭窄通道易振荡问题和目标不可达问题。

在下一步的工作中,会考虑到无人机编队在动态复杂环境下如何根据现有环境进行编队变换和编队保持,进而实现无人机编队在未知环境中的安全运行。

参考文献

- [1] 刘金泉. 基于三相非对称耦合磁场的无人机无线充电技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.
LIU Jinquan. Research on unmanned aerial vehicle wireless charging technology based on three-phase asymmetric coupling magnetic field[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020. (in Chinese)
- [2] 刘文倩, 单梁, 张伟龙, 等. 复杂环境下基于改进 Informed RRT* 的无人机路径规划算法[J/OL]. 上海交通大学学报: 1-24 [2023-09-27]. <https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2022.442>.
LIU Wenqian, SHAN Liang, ZHANG Weilong, et al. Improved Informed RRT* in Complex Environment [J/OL]. Journal of Shanghai Jiaotong University: 1-24 [2023-09-27]. <https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2022.442>. (in Chinese)
- [3] 柯春艳, 安思. 无人机全局路径规划算法研究[J]. 信息技术, 2019, 43(5): 33-35, 40.
KE Chunyan, AN Si. Global path planning algorithm of UAV [J]. Information Technology, 2019, 43(5): 33-35, 40. (in Chinese)
- [4] DECHTER R, PEARL J. Generalized best-first search strategies and the optimality of A[J]. Journal of the ACM, 1985, 32(3): 505-536.
- [5] 孙魏, 伍度志. 基于防御雷达监控的多无人机协同侦察优化模型[J]. 兵工自动化, 2018, 37(4): 5-9.
SUN Wei, WU Duzhi. Model optimization of multi-UAV cooperative reconnaissance with defense radar monitoring

- [J]. Ordnance Industry Automation, 2018, 37(4): 5-9. (in Chinese)
- [6] 孙健, 井立, 刘朝君. 突发威胁下的无人机航迹规划算法[J]. 飞行力学, 2018, 36(3): 52-55.
SUN Jian, JING Li, LIU Zhaojun. Route planning algorithm of UAV with unexpected threat[J]. Flight Dynamics, 2018, 36(3): 52-55. (in Chinese)
- [7] 钱宇, 祝祯祯. 基于改进动态规划的无人机搜寻航迹规划研究[J]. 计算机仿真, 2021, 38(1): 32-36, 75.
QIAN Yu, ZHU Zhenyi. Research on UAV searching path planning based on improved dynamic programming algorithm[J]. Computer Simulation, 2021, 38(01): 32-36, 75. (in Chinese)
- [8] 陈侠, 毛海亮, 刘奎武. 基于改进自适应蚁群算法的无人机航迹规划研究[J]. 电光与控制, 2022, 29(9): 6-10.
CHEN Xia, MAO Hailiang, LIU Kuiwu. Path planning of UAV based on improved adaptive ant colony algorithm[J]. Electronics Optics & Control, 2022, 29(9): 6-10. (in Chinese)
- [9] NEYDORFR, YARAKHMEDOV O, POLYAKH V, et al. Robot path planning based on ant colony optimization algorithm for environments with obstacles[M]// Anon. Improved Performance of Materials, 2018: 175-184.
- [10] 辛建霖, 左家亮, 岳龙飞, 等. 基于改进启发式蚁群算法的无人机自主航迹规划[J]. 航空工程进展, 2022, 13(1): 60-67.
XIN Jianlin, ZUO Jialiang, YUE Longfei, et al. Autonomous path planning for unmanned aerial vehicle(UAV)based on improved heuristic ant colony algorithm[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2022, 13(1): 60-67. (in Chinese)
- [11] 王超, 王银花. 一种改进Dijkstra算法的UAV路径规划[J]. 信息技术与信息化, 2021(10): 217-219.
WANG Chao, WANG Yinhua. An improved Dijkstra algorithm for UAV path planning[J]. Information Technology and Informatization, 2021(10): 217-219. (in Chinese)
- [12] 王菁华, 崔世钢. 应用几何理论的智能机器人路径规划仿真[J]. 计算机仿真, 2010, 27(5): 153-156.
WANG Jinghua, CUI Shigang. Simulation of a comprehensive path planning for intelligent robot using geometry rules[J]. Computer Simulation, 2010, 27(5): 153-156. (in Chinese)
- [13] YAO Q F, ZHENG Z Y, QI L, et al. Path planning method with improved artificial potential field: a reinforcement learning perspective[J]. IEEE Access, 2020(8): 135513-135523.
- [14] KUMAR P B, RAWATH, PARHID R. Path planning of humanoids based on artificial potential field method in unknown environments[J]. Expert Systems, 2019, 36(2): 1-12.
- [15] 迟旭, 李花, 费继友. 基于改进A*算法与动态窗口法融合的机器人随机避障方法研究[J]. 仪器仪表报, 2021, 42(3): 132-140.
CHI Xu, LI Hua, FEI Jiyu. Research on robot random obstacle avoidance method based on fusion of improved A* algorithm and dynamic window method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(3): 132-140. (in Chinese)
- [16] 陈奕梅, 石小凡, 李宝全. 基于改进虚拟弹簧模型的多机器人编队控制[J]. 系统仿真学报, 2023, 35(6): 1235-1244.
CHEN Yimei, SHI Xiaofan, LI Baoquan. Multi-robot formation control based on improved virtual spring model[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(6): 1235-1244. (in Chinese)
- [17] PAN Z, WANG D, DENG H, et al. A virtual spring method for the multi-robot path planning and formation control[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2019, 17(5): 1272-1282.
- [18] 高申勇, 许方镇, 郭鸿杰. 基于弹簧模型的移动机器人路径规划研究[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(4): 796-803.
GAO Shenyong, XU Fangzhen, GUO Hongjie. Research on mobile robots' path planning based on a spring model[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(4): 796-803. (in Chinese)
- [19] 关甜甜. 动态环境下的基于改进虚拟弹簧算法的多机器人路径规划研究[D]. 沈阳: 沈阳大学, 2021.
GUAN Tiantian. Multi-robot path planning based on IVS algorithm in dynamic environment [D]. Shenyang: Shenyang University, 2021. (in Chinese)
- [20] FU Xiaowei, PAN Jing, WANG Haixiang, et al. A formation maintenance and reconstruction method of UAV swarm based on distributed control[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 104: 1-13.
- [21] 王曼, 李大鹏, 丁良辉, 等. 基于虚拟子目标联合边界力的编队避障算法[J]. 系统仿真学报, 2023, 35(9): 1918-1930.
WANG Man, LI Dapeng, DING Lianghui, et al. Formation obstacle avoidance algorithm based on joint virtual sub-target and boundary force[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(9): 1918-1930. (in Chinese)

(编辑:丛艳娟)