

文章编号: 1674-8190(XXXX)XX-001-07

直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法

刘长奇¹, 李爱军¹, 段广战^{1,2}, 李左¹

(1. 西北工业大学 自动化学院, 西安 710129)

(2. 中国直升机设计研究所, 景德镇 333001)

摘要: 蒙特卡洛方法在直升机飞控系统鲁棒性验证中存在计算量大、耗时长等局限性, 针对该问题, 提出一种直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法, 该方法运用粒子群算法求解待定参数。以直升机偏航通道为应用案例, 对比直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法与蒙特卡洛方法的预测结果。结果表明: 直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法显著提升了计算效率, 且在计算精度上与蒙特卡洛方法相当; 该方法通过调整参数值放缩采样点与样本中心的距离, 同样能适用于高维直升机飞控系统的鲁棒性验证。

关键词: 蒙特卡洛; 无迹变换; 粒子群算法; 直升机飞控系统; 鲁棒性验证

中图分类号: V249

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.XXXX.XX.01

Unscented transformation method for robustness verification of helicopter flight control system

LIU Changqi¹, LI Aijun¹, DUAN Guangzhan^{1,2}, LI Zuo¹

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

(2. China Helicopter Research and Development Institute, Jingdezhen 333001, China)

Abstract: In response to the large computational load and extended processing time associated with the Monte Carlo method in the robustness verification of helicopter flight control systems, this paper proposes an Unscented Transform method for such verification. This method employs Particle Swarm Optimization for determining the uncertain parameters. Using the helicopter's yaw channel as a case study, the Unscented Transform method's performance in robustness verification was compared with that of the Monte Carlo method. Simulation results show that the Unscented Transform method significantly enhances computational efficiency while maintaining comparable accuracy to the Monte Carlo method in the robustness verification of helicopter flight control systems. By adjusting parameter values to modulate the distance between sampling points and the sample center, this method is also suitable for the robustness verification of high-dimensional helicopter flight control systems.

Key words: Monte Carlo; Unscented Transform; Particle Swarm Optimization; Helicopter Flight Control System; Robustness Verification

收稿日期: 2023-11-28; 修回日期: 2024-02-11

基金项目: 航空科学基金(201958053003)

通信作者: 李爱军(1972-), 男, 博士, 教授。E-mail: liaijun@nwpu.edu.cn

引用格式: 刘长奇, 李爱军, 段广战, 等. 直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法[J]. 航空工程进展, XXXX, XX(X): 1-7.

LIU Changqi, LI Aijun, DUAN Guangzhan, et al. Unscented transformation method for robustness verification of helicopter flight control system[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, XXXX, XX(X): 1-7. (in Chinese)

0 引言

蒙特卡洛方法是一种将系统的不确定性转化为随机性,并通过大量随机实验评估系统不确定性的方法^[1],是一种理论成熟且被广泛应用于系统不确定度分析的预测方法。然而,它也伴随着较大的计算量和多采样点的挑战,尤其在参数维度扩大时。针对上述问题,国内外研究人员提出使用无迹变换方法去逼近蒙特卡洛方法的结果,从而让计算量和计算精度都达到令人满意的程度。Julier^[2]描述了无迹变换的一种推广,允许 sigma 点缩放到任意维度;Angrisani 等^[3]证实了利用无迹变换预测非线性系统输出的统计特征的可靠性和有效性;Adurthi 等^[4]介绍了一种拓展的无迹变换方法,定义了新的 sigma 点集,该方法被证明是高斯正交规则的有效替代方法;Dunik 等^[5]特别关注了无迹变换方法的缩放参数 κ , 讨论了其对估计效果优劣的影响。国外的研究从理论层面优化了无迹变化方法,为无迹变换在工程应用领域奠定了基础;而国内研究者们基于无迹变换的理论研究进行工程应用领域探索。高兵兵^[6]提出基于无迹变换方法设计的新型卡尔曼滤波器(UKF)计算精度高于传统 EKF,且无需计算雅可比矩阵,简化了计算过程;梁浩^[7]指出 UKF 的精度最高为 3 阶,从第 4 阶项开始将出现截断误差,UKF 出现数值不稳定;Wang Dingjie 等^[8]基于最优自适应因子技术改良 UKF,改良后的 UKF 在飞行测试数据中表现出更快更准确的跟踪效果;Li Wenling 等^[9]将无迹变换方法嵌入到扩展的 H_∞ 滤波器结构中,提高滤波器精度的同时增加了模型的鲁棒性。

然而国内外在理论研究和工程应用时,对无迹变换待定参数的确定方法大都采用经验参数或试凑法确定,缺乏针对无迹变换待定参数确定方法的理论研究,且无迹变换方法在国内外工程领域常以 UKF 形式用于滤波系统,在其他领域的应用还需进一步探索。

为了完善无迹变换方法的理论研究,进一步探索无迹变换在工程中的应用领域,本文提出一种直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法,通过分析无迹变换方法的采样机制,应用粒子群

算法优化参数设置。将参数优化后的直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法与蒙特卡洛方法的仿真结果进行对比分析。在此基础上,进一步分析直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法的参数对预测结果精度的影响,以期对直升机飞控系统鲁棒性验证提供一种新思路。

1 无迹变换方法

1.1 无迹变换计算过程

无迹变换是一种处理非线性变换中不确定性的方法。该方法通过选择一组称为“sigma 点”的特定点,确保这些点在均值和协方差的统计特性上与输入数据匹配。将这些 sigma 点经过非线性变换后,再计算其统计特征,从而得到系统输出的均值和协方差的无偏估计。

考虑具有已知均值 \bar{x} 和协方差 P 的输入数据集 $x \in \mathbb{R}^n$, 以及基于非线性变换 h 的输出数据集 $y \in \mathbb{R}^m$

$$y = h(x) \quad (1)$$

输出 y 的均值和协方差可以通过 $2n+1$ 个 sigma 点的集合 X_i 确定:

$$X_0 = E(x) \quad (2)$$

$$X_i = E(x) + \left(\sqrt{n+\lambda} \sqrt{D(x)}_i \right) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (3)$$

$$X_i = E(x) - \left(\sqrt{n+\lambda} \sqrt{D(x)}_i \right) \quad (i = n+1, \dots, 2n) \quad (4)$$

$\sqrt{D(x)}$ 是 $D(x)$ 的下三角矩阵,通过 Cholesky 分解获得, $\left(\sqrt{n+\lambda} \sqrt{D(x)}_i \right)$ 是 $\sqrt{n+\lambda} \sqrt{D(x)}$ 的第 i 列,参数 $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$, 为满足精度要求,要保证 $n + \kappa = 3^{[10]}$ 。

将 sigma 点代入非线性方程得:

$$y_i = h(X_i) \quad (5)$$

无迹变换作为一种概率预测算法,选择合适的采样方法将提高最终预测结果的精度,常见的无迹变换采样方法有最小偏度采样(MSS)、比例最小偏度采样(SMSS)和比例对称采样(SUT)^[11],前两种方法由于理论研究不充分,参数众多且计

算复杂往往不被采用^[12],相反,比例对称采样的理论研究详实,便于理解且易于优化,因此,本文无迹变换方法的采样方式选择 SUT 方法。

不同的采样方法有不同的权重确定法则,最终也会影响输出结果的均值和协方差的预测,针对 SUT 方法,无迹变换的采样点权重确定如下:

$$\begin{cases} W_0^m = \frac{\lambda}{n + \lambda} \\ W_0^c = \frac{\lambda}{n + \lambda + 1 - \alpha^2 + \beta} \\ W_i^m = W_i^c = \frac{1}{2(n + \lambda)} \quad (i = 1, 2, \dots, 2n) \end{cases} \quad (6)$$

式中: W^c 为均值计算权重; W^m 为方差计算权重。

将 sigma 点与对应的权重相乘,则 y 的无迹变换均值 $E(y)^{SUT}$ 和协方差 $D(y)^{SUT}$ 确定为

$$\begin{cases} E(y)^{SUT} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^m y_i \\ D(y)^{SUT} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^c \text{cov}(y_i) \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{cov}(y_i) = (y_i - E(y)^{SUT})(y_i - E(y)^{SUT})^T \quad (8)$$

上述无迹变换方法对于样本的二阶及以下矩估计有良好的精度^[13]。因此,如果利用无迹变换方法对直升机飞控系统进行鲁棒性验证时只关心系统输出的均值或协方差时,无迹变换方法将比蒙特卡洛方法更快捷高效。

当满足 $n + \kappa = 3$ 的条件时,无迹变换只需通过确定 α 和 β 的取值就能完成整个计算流程,参数取值选取得当,无迹变换的预测结果会无限逼近于真实情况,当输出满足正态分布时, $\alpha = 1, \beta = 2$ 即可保证精度要求^[2];当输出是任意分布时,目前还没有一种固定方法求解 α 和 β 的参数值,可通过类似仿生算法(粒子群、蚁群、人工蜂群等)和遗传算法等优化算法迭代求解最优参数值,本文采用粒子群算法迭代求解 α 和 β 参数值,从而让无迹变换的预测精度不受输出的概率分布影响。

1.2 基于粒子群算法确定参数值

粒子群算法是一种基于种群生物特性的优化算法,用于解决连续域或离散域的优化问题^[14]。本文将待优化参数 α 和 β 作为寻优粒子,基于蒙特

卡洛运算结果设计目标函数,保证寻优后的参数结果可以让无迹变换方法最大程度接近真实值。为后续在示例系统的应用举例奠定理论基础。

粒子群算法表述如下:

$$\begin{cases} S_{i+1}^j = S_i^j + c_1 r_1 (L_{best}^j - p_i^j) + c_2 r_2 (G_{best} - p_i^j) \\ L_{i+1}^j = L_i^j + S_{i+1}^j \end{cases} \quad (9)$$

式中: S_i^j 为第 i 代第 j 个粒子当前的速度, L_i^j 是第 i 代第 j 个粒子在空间的位置。学习因子 c_1 和 c_2 使粒子不断趋同于本身历史最优和全局最优, r_1 和 r_2 是 $[0, 1]$ 区间内的随机数,随机对粒子速度进行扰动,增强粒子对空间的探索能力, L_{best}^j 是第 j 个粒子局部最优位置, G_{best} 为全局最优位置, p_i^j 是第 i 代第 j 个粒子的位置。

在后续的实验,设置 $c_1 = c_2 = 2$; 根据文献^[15]和仿真过程中的迭代试凑,确定粒子群的数量为 20; 粒子群算法的迭代次数为 50; 参数 α 的搜索区间为 $[0, 1]$, 参数 β 的搜索区间为 $[0, 5]$, 他们最大飞行速度分别设为 0.1 和 0.5。

当蒙特卡洛方法的模拟次数足够大时,可将结果近似认为是真实值,本文将蒙特卡洛方法仿真 3×10^6 次后的结果定为真实值,令无迹变换方法的待定参数作为粒子群算法的寻优粒子,寻优的目标函数确定如下:

$$\begin{cases} Fitness = norm(E_{err}) + norm(D_{err}) \\ E_{err} = E(y)^{mc} - E(y)^{wt} \\ D_{err} = diag(D(y)^{mc}) - diag(D(y)^{wt}) \end{cases} \quad (10)$$

粒子群算法流程如下:

- Step1** 随机初始化粒子的位置 L 和位置 S ;
- Step2** 通过公式(10)计算粒子适应度 $Fitness(j)$;
- Step3** 比较适应度 $Fitness(j)$ 和局部最优值 L_{best}^j , 若 $Fitness(j) < L_{best}^j$, 则更新当前局部最优解为适应度取值;
- Step4** 比较适应度 $Fitness(j)$ 和全局最优值 G_{best} , 若 $Fitness(j) < G_{best}$, 则更新当前全局最优解为适应度取值;
- Step5** 根据公式(9)更新粒子的速度和位置;
- Step6** 当达到最大循环次数时退出迭代, 否则返回 Step2。

粒子群算法确定无迹变换方法参数值的寻优

流程如图 1 所示。

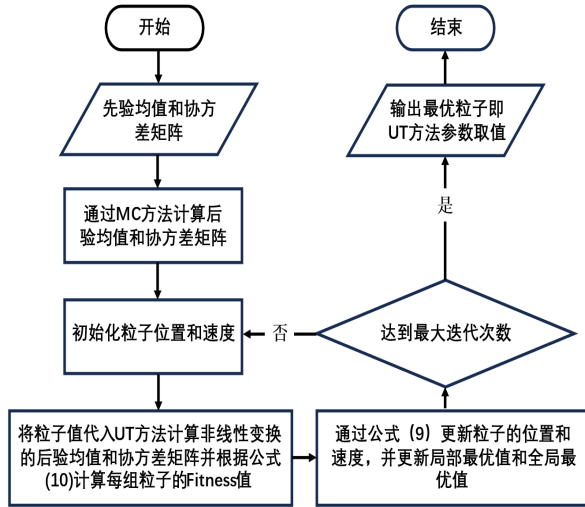


图 1 粒子群算法流程图

Fig. 1 Flow chart of particle swarm optimization

2 直升机飞控系统鲁棒性验证

2.1 最优参数组合方案确定

本文基于前飞速度为 25 m/s 的 UH-60A 直升机吊挂 CONNEX 箱体时偏航角响应的二阶近似系统^[16],应用基于粒子群算法优化的无迹变换方法,即直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法,对直升机偏航通道飞控系统的鲁棒性进行验证。通过对比不同参数组合的计算精度确定最佳参数优化方案,并将无迹变换的仿真结果与蒙特卡洛的仿真结果进行对比,多方面展示直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法的快捷和高效。

在 UH-60A 直升机吊挂 CONNEX 箱体以 25 m/s 速度前飞时,系统偏航通道的偏航角响应可以近似成一个二阶振荡系统;为进一步减少闭环的端到端响应中的过冲量,同时不增加相位损失,需要为偏航通道的输入增加指令时延环节^[17],此时,直升机偏航角二阶近似模型的传递函数如下:

$$\frac{\psi}{\delta_p} = \frac{K\omega^2}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} e^{-\tau s} \quad (11)$$

其中, $\omega = 0.2105$, $\xi = 1.5891$, $K = 5.4108$, $\tau = 0.13$ 。

该系统采用传统的 PD 控制方法,其中控制器的参数为

$$K_p = -1.5, K_d = -0.1 \quad (12)$$

在该示例中,利用无迹变换方法进行鲁棒性检验的输入数据为公式(11)给出的 4 个参数(即 $n=4$),平均值为:

$$[\omega, \xi, K, \tau]^T = [0.2105, 1.5891, 5.4108, 0.13]^T \quad (13)$$

使用标准偏差 $\sigma=10\%$ 的扰动用于评估控制系统的鲁棒性。因此,协方差矩阵 P 由下式给出:

$$P = \text{diag}((0.1\omega)^2, (0.1\xi)^2, (0.1K)^2, (0.1\tau)^2) \quad (14)$$

本文设计如下参数组合去研究不同参数取值组合对无迹变换方法准确度的影响:令 α 和 β 为寻优粒子,探究 $\kappa+n=3$ 时, α 和 β 采用粒子群算法确定 ($SUT^{\alpha\beta}$); α 取默认值、 β 采用粒子群算法确定 (SUT^β); β 取默认值、 α 采用粒子群算法确定 (SUT^α) 和 α 、 β 均取默认值 (SUT) 的这几种参数组合哪种更精确,更能逼近蒙特卡洛方法的结果,仿真结果如表 1 和表 2 所示。

表 1 不同参数组合预测结果
Table 1 Prediction results of different parameter combinations

组合	预测结果	参数值
MC	$y \sim \begin{pmatrix} [15.7] \\ [63.1] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0.0889 & 0.6899 \\ 0.6899 & 7.9504 \end{bmatrix}$	
$SUT^{\alpha\beta}$	$y \sim \begin{pmatrix} [15.701] \\ [63.07] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0.0889 & 0.6891 \\ 0.6891 & 8.0236 \end{bmatrix}$	$\alpha = 0.625$ $\beta = 0.1758$
SUT^α	$y \sim \begin{pmatrix} [15.701] \\ [63.07] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0.0889 & 0.6871 \\ 0.6871 & 8.032 \end{bmatrix}$	$\alpha = 0.6431$ $\beta = 2$
SUT^β	$y \sim \begin{pmatrix} [15.751] \\ [63.17] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0.09 & 0.6771 \\ 0.6771 & 8.0615 \end{bmatrix}$	$\alpha = 1$ $\beta = 0.1807$
SUT	$y \sim \begin{pmatrix} [15.773] \\ [63.21] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0.09 & 0.6731 \\ 0.6731 & 8.0629 \end{bmatrix}$	$\alpha = 1$ $\beta = 2$

表 2 不同参数组合运算时长
Table 2 Duration of different parameter combinations

组合	Fitness	参数值	耗时
MC			12.71 h
$SUT^{\alpha\beta}$	0.142	$\alpha = 0.625$ $\beta = 0.1758$	15.29 s
SUT^α	0.1505	$\alpha = 0.6431$ $\beta = 2$	15.04 s
SUT^β	0.3452	$\alpha = 1$ $\beta = 0.1807$	11.26 s
SUT	0.3741	$\alpha = 1$ $\beta = 2$	10.98 s

系统参数未变化时输出的幅值裕度和相位裕度的均值为 15.7 dB 和 63.12°, 表 1 和表 2 的数据显示蒙特卡洛方法的预测结果和真实值几乎相等, 可近似认为是真值, 但计算时间长, 耗时 12.7 h; 表 2 中 Fitness 值表示误差大小, Fitness 值越小, 表示无迹变换方法的结果与蒙特卡洛方法的结果越接近, 此时, 应用无迹变换方法验证飞控系统鲁棒性置信度就越高, 而 $SUT^{\alpha\beta}$ 方法和 SUT^{α} 方法预测结果相近, 粒子群适应度差别不大, 计算时间都在 15 s 左右, 并且最终的预测结果和蒙特卡洛方法的预测结果几乎相等; 相较于 $SUT^{\alpha\beta}$ 方法和 SUT^{α} 方法, SUT 方法和 SUT^{β} 的预测精度明显变差, 但由于优化的参数减少, 计算时间也变短为 10s 左右。

因此, $SUT^{\alpha\beta}$ 和 SUT^{α} 组合将是最优参数组合, 具体选择哪种方案, 可根据不同任务对时间和精度的不同要求而决定, $SUT^{\alpha\beta}$ 更精准, SUT^{α} 更快速, 两者在时间和精度两种标准下相差不大, 为方便研究, 后续的基于无迹变换在直升机飞控系统鲁棒性检验的工作中仅讨论 $SUT^{\alpha\beta}$ 方法。

2.2 不同参数对预测结果的影响

从表 1 和表 2 的计算结果能够看出, 当参数方案只发生一个参数的变化时, 无迹变换的预测精度变化并不相同: 对比 $SUT^{\alpha\beta}$ 方法和 SUT^{α} 方法可以看出, 此时两者的适应度结果相差 0.008 5, 而 $SUT^{\alpha\beta}$ 和 SUT^{β} 这两种不同方法的适应度结果相差 0.203 2, 从控制变量的角度分析, 参数 α 和参数 β 对无迹变换的预测精度的影响一定是不同的。

相较于 SUT^{α} 方法, $SUT^{\alpha\beta}$ 方法在运行时间上没有明显改变, 精度上提高了 6%, 因此可以通过表 1 和表 2 的计算数据初步判断, 对于该直升机飞控系统的鲁棒性检验, 无迹变换的参数 β 并不会对最终结果产生显著影响, 参数 α 才是影响检测结果的重要参数, SUT 方法和 SUT^{β} 方法的实验结果也能证明这一结论。同时, 经过优化后的无迹变换中的 α 和 β 与其默认值相差较大, 和传统无迹变换相比, 经过粒子群算法改进后的无迹变换预测精度提高了 62%, 再一次证明参数 α 和 β 需要理论确定的重要性。

为证明参数 α 和参数 β 对无迹变换的预测精度的影响不同, 同时为进一步确认参数 α 和参数 β

哪一个才是影响无迹变换预测精度的关键参数, 本文根据表 1 中的协方差矩阵, 绘制不同参数组合的 3σ 误差椭圆曲线如图 2 所示。

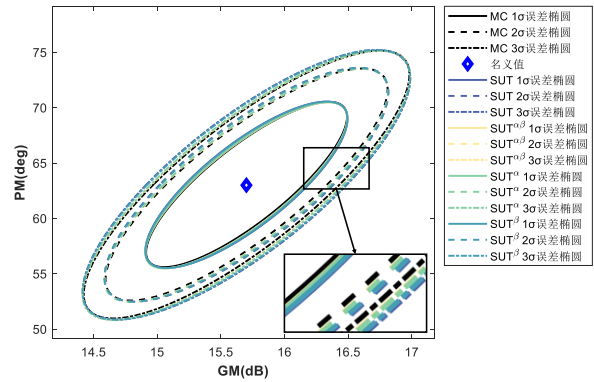


图 2 不同参数组合误差曲线图

Fig. 2 Error curves of different parameter combinations

从图 2 可以看出: 当 α 和 β 都取默认值时, 无迹变换方法的预测结果具备一定的精度, 但仍与蒙特卡洛方法的预测结果相差较大距离, 利用粒子群算法确定参数取值时, 从 $SUT^{\alpha\beta}$ 和 SUT^{α} 与 SUT 和 SUT^{β} 的对比结果可以看出, 参数 α 比参数 β 对无迹变换方法的预测精度影响程度更大, 究其本质, 是因为无迹变换的计算公式中, 只有输出的协方差预测值的中心权重包含参数 β , 且是一次幂, 而参数 α 在均值和协方差的计算过程中均大量出现, 且次数高于 β , 同时 α 和 β 的参数范围属于同一个量级, 综上所述, 参数 α 对无迹变换方法的预测精度影响会高于参数 β , 相比于 β , 参数 α 才是影响无迹变换预测精度的重要参数。

3 直升机飞控系统鲁棒性检验结果

无迹变换参数的确定借助了蒙特卡洛方法的仿真结果, 但在后续的直升机飞控系统鲁棒性检验中, 只需应用经过参数优化后的无迹变换方法对直升机飞控系统进行鲁棒性检验。简而言之, 蒙特卡洛方法的仿真数据仅在初期的参数设定阶段应用, 在后续的鲁棒性检验过程中, 仅使用参数优化后的无迹变换方法。这种方法相当于使用 $2n+1$ 个有限点的预测结果来近似蒙特卡洛方法的多次随机试验预测结果。

将 $SUT^{\alpha\beta}$ 方法在直升机偏航通道飞控系统的仿真结果绘制成 3σ 误差椭圆曲线, 并把仿真结果与蒙特卡洛方法对比, 根据 ADS-33E 确定评判标

准即可定量评判飞控系统的鲁棒性,仿真结果如图 3 所示。

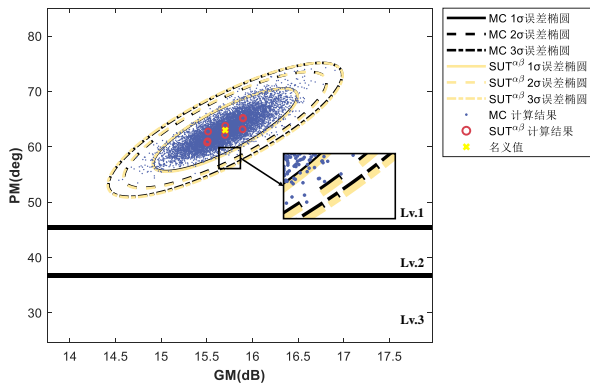


图 3 SUT ^{$\alpha\beta$} 与蒙特卡洛方法的对比结果
Fig. 3 Comparison of the SUT ^{$\alpha\beta$} with the Monte Carlo method

从图 3 可以看出:SUT ^{$\alpha\beta$} 的仿真结果几乎与蒙特卡洛方法的仿真结果完全一致,证明了无迹变换用于直升机飞控系统鲁棒性验证的可行性,两者的误差椭圆中心也近乎重合,证明了通过粒子群算法寻优确定 α 和 β 参数值的合理性。根据 ADS-33E 标准可知,该飞控系统的飞行品质为 1 级,即模型参数在 30% 范围内变化时,控制器对直升机的偏航角仍能保持良好的控制效果,此时直升机的偏航角响应仍满足一级飞行品质。

为检验直升机偏航通道飞控系统在系统参数发生变化时的控制效果,本文设计如下仿真实验方案:在 3 s 时给予偏航通道 3° 的方波输入,保持 22 s,观察此时直升机偏航角的时域响应,仿真结果如图 4 所示。

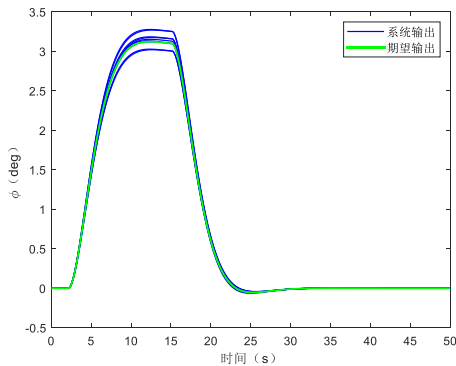


图 4 直升机偏航角响应
Fig. 4 Helicopter yaw angle response

从图 4 可以看出:此时直升机的偏航角响应在参数发生变化时仍能较好地跟踪输入指令,大部

分情况下可保证输出的偏航角控制在 3° 附近,当参数发生较大变化时,偏航角的输出稳态误差变大,但仍在 2% 误差带以内,调节时间近乎相等,证明该直升机偏航通道飞控系统鲁棒性良好。

图 3 的协方差矩阵对比结果显示无迹变换预测结果的统计特性和蒙特卡洛预测的结果几乎一致,将图 3 的协方差矩阵和表 1 中的数据综合对比可以看出,无迹变换只需用蒙特卡洛方法不到 1% 的时间即可达到蒙特卡洛方法 98% 以上的精度,精度上足够吻合真实值,运行时间远小于蒙特卡洛方法,表明这种直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法可以在计算时间和预测精度之间取得良好的平衡。

从无迹变换的公式推导能够发现,随着系统的维度增加,采样点出现“超越 3 σ 误差范围”的现象也会增多;同时,由于 $n + \kappa = 3$ 的限制导致此时 κ 为负值,协方差矩阵不能确定为半正定型,针对这些问题,本文提出的直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法仍能通过调节 α 和 β 的取值来调整采样点到样本中心的位置从而在保证计算量不变的前提下最大程度抵消因系统维度增加带来的误差,保证高维或非线性直升机飞控系统鲁棒性验证的可靠性,例如,应用无迹变换方法检验高阶飞控系统的扰动稳定和控制导数发生变化时控制系统的鲁棒性,此时 n 等于变化的参数个数,协方差矩阵是由原参数值的 $k\%$ 倍构成的对角矩阵(等同于检验参数在 $k\%$ 范围内变化时控制系统的鲁棒性),其余流程不变,即可完成应用无迹变换方法验证高阶飞控系统的鲁棒性。

4 结 论

1) 直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法不仅计算速度超过蒙特卡洛方法,通过设计合适的目标函数和待定参数,还能保证该方法的计算精度与蒙特卡洛方法相当。

2) 通过理论公式和仿真结果的综合分析,直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法中的待定参数 α 对预测结果的精度影响大于参数 β ,根据实际任务需求可在 SUT ^{$\alpha\beta$} 和 SUT ^{α} 两种方案中任选一种。

3) 基于粒子群算法确定无迹变换方法的待定参数可让无迹变换方法的预测结果与蒙特卡洛方

法的预测结果近乎一致,直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法的运行时间不及蒙特卡洛方法的 1%,却能达到蒙特卡洛方法 98% 以上的精度。

4) 结合 3σ 误差椭圆曲线,直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法还可定量分析直升机飞控系统鲁棒性。

5) 直升机飞控系统鲁棒性验证的无迹变换方法能通过调节 α 和 β 的取值来调整采样点到样本中心的距离,从而在保证计算量不变的前提下最大程度抵消因系统维度增加带来的误差,保证高维或非线性直升机飞控系统鲁棒性验证的可靠性。

参考文献

- [1] KROESE D P, BRERETON T, TAIMRE T, et al. Why the Monte Carlo method is so important today[J]. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2014, 6(6): 386-392.
- [2] JULIER S J. The scaled unscented transformation[C]// *Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No. CH37301. Anchorage, AK, USA: IEEE, 2002: 4555-4559.*
- [3] ANGRISANI L, D'APUZZO M, MORIELLO R S L. The unscented transform: a powerful tool for measurement uncertainty evaluation[C]// *Proceedings of the 2005 IEEE International Workshop on Advanced Methods for Uncertainty Estimation in Measurement. Niagara Falls, ON, Canada: IEEE, 2005: 27-32.*
- [4] ADURTHI N, SINGLA P, SINGH T. The conjugate unscented transform—an approach to evaluate multi-dimensional expectation integrals[C]// *2012 American Control Conference (ACC). Montreal, QC, Canada: IEEE, 2012: 5556-5561.*
- [5] DUNIK J, SIMANDL M, STRAKA O. Unscented Kalman filter: aspects and adaptive setting of scaling parameter[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(9): 2411-2416.
- [6] 高兵兵. 基于无迹变换的非线性高斯滤波及其在组合导航中的应用[D]. 西安: 西北工业大学, 2018.
GAO Bingbing. Nonlinear gaussian filter based on unscented transform and its application in integrated navigation [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2018. (in Chinese)
- [7] 梁浩. 非线性高斯滤波方法研究及其在 CNS/SAR/SINS 组合导航中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
LIANG Hao. Research on nonlinear Gaussian filtering method and its application in CNS/SAR/SINS integrated navigation[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015. (in Chinese)
- [8] WANG Dingjie, HanfengLYU, Wu Jie. In-flight initial alignment for small UAV MEMS-based navigation via adaptive unscented Kalman filtering approach[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 61: 73-84.
- [9] LI Wenling, JIA Yingmin. H-infinity filtering for a class of nonlinear discrete-time systems based on unscented transform[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(12): 3301-3307.
- [10] JULIER S, UHLMANN J, DURRANT-WHYTE H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(3): 477-482.
- [11] WAN E A, VAN DER MERWE R. The unscented Kalman filter [J]. *Kalman Filtering and Neural Networks*, 2001: 221-280.
- [12] 丁锐. 非线性平差精度评定的无迹变换方法研究[D]. 南昌: 东华理工大学, 2020.
DING Rui. Research on unscented transformation method for nonlinear adjustment accuracy evaluation [D]. Nanchang: East China University of Technology, 2020. (in Chinese)
- [13] JULIER S J, UHLMANN J K. Consistent debiased method for converting between polar and Cartesian coordinate systems[C]// *Acquisition, Tracking, and Pointing XI. Orlando, FL, United States: SPIE, 1997: 110-121.*
- [14] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]// *Proceedings of ICNN'95—international conference on neural networks. Perth, WA, Australia: IEEE, 1995: 1942-1948.*
- [15] SHI Yuhui. Particle swarm optimization: developments, applications and resources[C]// *Proceedings of the 2001 congress on evolutionary computation (IEEE Cat. No. 01TH8546). Seoul, Korea (South): IEEE, 2001: 81-86.*
- [16] 郗来祥. 直升机/吊挂物耦合系统飞行控制律设计方法研究[D]. 南京航空航天大学, 2021.
XI Laixiang. Research on flight control law design method of helicopter/hanger coupling system [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2021. (in Chinese)
- [17] BERGER T, TISCHLER M, HAGEROTT S G, et al. Longitudinal control law design and handling qualities optimization for a business jet flight control system[C]// *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference. Minneapolis, Minnesota: AIAA, 2012: 4503.*

(编辑:马文静)