

文章编号: 1674-8190(2024)02-025-10

基于基尔霍夫面的四维声学频域公式

郑雯斯, 刘秋洪, 蔡晋生
(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

摘要: 流动诱发噪声问题是实际工程领域极为普遍的问题之一, 经典的声比拟模型仅以声学压力为参考来评估声场特征分布还远远不够。从声压和声学速度矢量为变量的四维线性波动方程出发, 选择包围非线性声源的基尔霍夫面为积分面, 并结合对流格林函数, 给出均匀运动介质的四维声学频域积分公式, 针对静止、旋转单极子源和偶极子源开展数值预测研究。结果表明: 本文获得的声压和声学速度分布与解析解吻合, 均匀来流情形下静止点源的声场分布表现出典型的对流效应; 受均匀来流、点源的自激频率、谐波阶次和旋转频率的共同影响, 旋转点源的声场分布则表现出明显的多普勒效应和对流效应。

关键词: 波动方程; 均匀流; 基尔霍夫面; 四维声学公式; 气动噪声

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2024.02.03

Four-dimensional formulation of the acoustic frequency domain for Kirchhoff surfaces

ZHENG Wensi, LIU Qiuhong, CAI Jinsheng

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Flow-induced noise is a common problem in practical engineering. The classical acoustic analogy model is insufficient to evaluate the characteristic distribution of the acoustic field using only acoustic pressure as a reference. Proceeding from a four-dimensional linear wave equation with sound pressure and sound velocity vectors as variables, by choosing the Kirchhoff surfaces to enclose a nonlinear acoustic source as integral surface, and combining with the convective Green's function, the four-dimensional acoustic frequency-domain integral equation for a uniformly moving medium is given. Numerical prediction studies are conducted for stationary, rotating monopole and dipole sources. The results show that the distributions of the sound pressure and acoustic velocity obtained in this paper are in good agreement with the analytical solutions. In contrast to the stationary flow case, the acoustic field distribution of the stationary point source in the uniform flow exhibits a convection effect. On the other hand, the acoustic field distribution of the rotating point source exhibits a strong Doppler effect and convection effect due to the joint influence of the uniform flow, the self-excitation frequency, harmonic order, and rotational frequency of the point source.

Key words: wave equation; uniform flow; Kirchhoff surfaces; four-dimensional acoustic formulation; aerodynamic noise

收稿日期: 2024-01-17; 修回日期: 2024-03-05

基金项目: 国家自然科学基金(91952203)

通信作者: 蔡晋生(1962-), 男, 博士, 教授。E-mail: caijsh@nwpu.edu.cn

引用格式: 郑雯斯, 刘秋洪, 蔡晋生. 基于基尔霍夫面的四维声学频域公式[J]. 航空工程进展, 2024, 15(2): 25-34, 65.

ZHENG Wensi, LIU Qiuhong, CAI Jinsheng. Four-dimensional formulation of the acoustic frequency domain for Kirchhoff surfaces[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2024, 15(2): 25-34, 65. (in Chinese)

0 引言

航空航天、工业生产和交通运输等领域存在大量的流动噪声问题,基尔霍夫(Kirchhoff)方法和声比拟方法因具有计算效率高、计算复杂度低的优点,得到了广泛的应用。基尔霍夫方法源于线性波动方程,直接利用封闭可渗透面(基尔霍夫面)上的声源信息外推声学远场。声比拟方法源于守恒形式的 Navier-Stokes 方程,FW-H 方程是其中应用非常广泛的方法之一^[1-2],FW-H 方程的积分解包含体积分和面积分两部分。考虑到两种方法都涉及可渗透面的积分,研究者进一步开展了探讨性的工作。Farassat 等^[3]提出了静止介质中运动可渗透面的基尔霍夫公式;Brentner 等^[4]的研究表明当可渗透面位于线性区域,基尔霍夫公式和 FW-H 方程在数学上是等价的;Ghorbaniasl 等^[5]发展了均匀介质中的时域基尔霍夫积分方法,并证明当可渗透面位于线性区域,均匀介质中基尔霍夫方法和 FW-H 方法的等价性仍然成立。

然而,上述方法均以声压等标量开展气动噪声预测研究,无法考虑声学速度矢量的影响^[6]。实际上,噪声的传播实质上是流体能量的转化,声学能量通常用声强矢量表征,声强场的分布可以揭示噪声能量的辐射特征和传播路径,同时为降噪提供理论依据。声强矢量需要利用声压和声学速度进行求解^[7],仅以声压为变量的经典声比拟理论不能预测声强分布。另外,当对大尺寸结构开展声散射研究工作时,如考察机身或机翼声散射^[8-10]时,声散射将会改变入射波的声压幅值和声场分布^[11],需要计算声学速度信息满足不可渗透的边界条件^[12-13]。

静止介质中通常借助线化欧拉方程直接将声压梯度转化为声学速度。Farassat 等^[14]结合该研究思路对 FW-H 积分方程直接求梯度,获得了声压梯度的时域半解析公式;Lee 等^[15]在文献[14]的基础上,推导了时域解析公式 G1A;Ghorbaniasl 等^[16]根据速度势的定义,通过对 FW-H 方程关于时间积分后再求梯度,直接得到了声学速度的时域半解析公式 V1 和 V1A。区别于上述研究方法,毛义军等^[17-18]对流体连续性方程和动量方程重组,以声学速度为声学变量重新推导了时域公式 V1 和 V1A,并且概述了矢量声学的研究进展和应用;He J 等^[19]通过分析体积分的构成提取了完整的载

荷源项,获得了能够精确计算声学速度分量的时域改进公式 V2A。

对于均匀流动介质,对流效应通常会最大声压方向向上游倾斜^[7,20],流动马赫数的影响不能忽略。Bi C X 等^[21]借助于对流格林函数,推导了均匀介质的时域声学压力积分公式 G1M 和 G1A-M;Ghorbaniasl 等^[22]推导了均匀介质的频域声学压力积分公式。但是上述公式数学形式复杂,计算量庞大,而且运动介质中声压梯度不能直接表示成声学速度,因此发展简洁、高效的声学速度公式成为需要迫切解决的问题之一。仿照 FW-H 方程的研究思路,Mao Y J 等^[23]建立了以声学速度为变量的对流矢量波动方程,推导了均匀介质中声学速度的半解析公式。与文献[17]类似,文献[23]的均匀介质声学速度解析公式丢失了一部分载荷源项,为此刘秋洪等^[24]提出了改进公式 CV1A-M,能够精确获得声学速度解。

然而,上述研究工作仅将声压或声学速度看作独立变量开展气动噪声预测研究,因此发展能够同时快速、准确预测声压和声学速度的研究模型成为当前迫切需要解决的问题之一。Kambe^[25]开创性地引入流场—电磁场类比的思想来研究涡声理论,建立了以熵和声学速度为整体变量的波动方程;Dunn^[6]受到 Kambe^[25]的启发,将声压标量和声学速度矢量(三个分量)整体作为研究对象,建立了静止介质的四维 Lighthill 声比拟方程,并获得了四维 FW-H 方程积分解,该四维积分公式形式优美简洁,可以同时预测声学压力和声学速度,有效解决了静止介质中声压和声学速度变量同时计算的问题,然而,该方法无法解决均匀来流介质的气动噪声预测问题。

考虑到频域方法无需复杂的延迟时间算法,可以避免在超声速情形下出现的多普勒奇异性,适合于旋转声源等周期性运动声源单音噪声的数值预测^[26]。本文借鉴 Dunn^[6]的研究方法,给出均匀运动介质情形下基于基尔霍夫面的四维声学频域积分公式,并对静止、旋转单极子源和偶极子源开展数值预测研究。

1 基于基尔霍夫面四维频域积分公式

假设无穷远均匀来流的无量纲速度矢量为

u_∞ , 四维无量纲的变量 ϕ^α 和 X^α 分别定义为

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi^\alpha = \begin{pmatrix} p' \\ u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p' \\ u'_i \end{pmatrix} \\ X^\alpha = \begin{pmatrix} t \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ x_i \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (1)$$

式中:小扰动 p' 和 u' 分别为声学压力和声学速度。

$$\left\{ \begin{array}{l} D_\alpha = \frac{D}{DX^\alpha} = \begin{pmatrix} D_\infty/Dt \\ \partial/\partial x_1 \\ \partial/\partial x_2 \\ \partial/\partial x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_\infty/Dt \\ \partial/\partial x_i \end{pmatrix} \\ \eta^{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0_j \\ 0_i & -\delta_{ij} \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (2)$$

式中: D_α 为四维微分算子; $\eta^{\alpha\beta}$ 为二阶张量; D_∞/Dt 为无量纲的物质导数。

$$\frac{D_\infty}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_{\infty i} \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (3)$$

四维变量 X_α 和微分算子 D^α 可以表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} X_\alpha = \eta_{\alpha\beta} X^\beta = \begin{pmatrix} t \\ -x_i \end{pmatrix} \\ D^\alpha = \frac{D}{DX_\alpha} = \eta^{\alpha\beta} D_\beta = \begin{pmatrix} D_\infty/Dt \\ -\partial/\partial x_i \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (4)$$

式中: $\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3; i = 1, 2, 3$ 。

1.1 基于基尔霍夫面的四维声学方程

结合式(2)和式(4),无量纲的四维对流矢量线性波动方程可以表达为

$$D_\alpha D^\alpha \phi^\beta = \left(\frac{D^2}{Dt^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) \phi^\beta = 0 \quad (5)$$

引入运动速度为 \mathbf{v} 的基尔霍夫可渗透面 $f(\mathbf{x}, t) = 0$ 满足:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla f = \mathbf{n} \\ \frac{\partial f}{\partial t} = -v_j n_j \end{array} \right. \quad (6)$$

式中: \mathbf{n} 为可渗透面的外向单位矢量。

结合式(6)可得:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_\alpha f = \frac{Df}{DX^\alpha} = N_\alpha \\ D^\alpha f = \frac{Df}{DX_\alpha} = N^\alpha \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} D_\alpha H(f) = N_\alpha \delta(f) \\ D^\alpha H(f) = N^\alpha \delta(f) \end{array} \right. \quad (8)$$

N_α 和 N^α 的表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} N_\alpha = \begin{pmatrix} -v_j n_j + u_{\infty j} n_j \\ n_i \end{pmatrix} \\ N^\alpha = \begin{pmatrix} -v_j n_j + u_{\infty j} n_j \\ -n_i \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (9)$$

进一步可以得到:

$$D^\alpha H(f) \phi^\beta = [D^\alpha H(f)] \phi^\beta + H(f) D^\alpha \phi^\beta \quad (10)$$

式中: $H(\cdot)$ 和 $\delta(\cdot)$ 分别为 Heaviside 函数和 Dirac 函数。

结合式(8)和式(10),方程(5)可以进一步改写为

$$\begin{aligned} D_\alpha D^\alpha H(f) \phi^\beta &= D_\alpha [D^\alpha H(f)] \phi^\beta + H(f) D_\alpha D^\alpha \phi^\beta = \\ &= D_\alpha [N^\alpha \phi^\beta \delta(f)] + (D^\alpha \phi^\beta) N_\alpha \delta(f) \end{aligned} \quad (11)$$

得到的式(11)即为均匀运动介质中基于基尔霍夫面的四维声学方程。

1.2 基尔霍夫面的四维声学频域积分公式

采用无量纲的格林函数求解式(11)。已知考虑均匀流影响的时域无量纲格林函数为

$$G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t - \tau) = \frac{\delta(g)}{4\pi R^*} \quad (12)$$

式中: \mathbf{x} 和 t 为观察点的位置与接收时刻; \mathbf{y} 和 τ 为声源的位置与发出时刻; g 为延迟时间函数。

R^* , R 和 g 分别定义为

$$\left\{ \begin{array}{l} R^* = \sqrt{(r)^2 + (\alpha \mathbf{r} \cdot \mathbf{M}_\infty)^2} / \alpha \\ R = \alpha^2 (R^* - \mathbf{r} \cdot \mathbf{M}_\infty) \\ g = t - \tau - R \end{array} \right. \quad (13)$$

式中: $\mathbf{M}_\infty = \mathbf{u}_\infty / c_\infty$ 为均匀来流马赫数矢量; r 为声源点 \mathbf{y} 和观察点 \mathbf{x} 间的距离; α 为均匀流比例因子。

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y} \\ r = |\mathbf{r}| \\ \alpha = 1 / \sqrt{1 - |\mathbf{M}_\infty|^2} \end{array} \right. \quad (14)$$

R^* 和 R 的空间导数分别为

$$\begin{cases} \tilde{R}_i^* = \frac{\partial R^*}{\partial x_i} = \frac{r_i + \alpha^2 r_k M_{\infty i} M_{\infty k}}{\alpha^2 R^*} \\ \tilde{R}_i = \frac{\partial R}{\partial x_i} = \alpha^2 (\tilde{R}_i^* - M_{\infty i}) \end{cases} \quad (15)$$

依据文献[6],式(11)对应的积分解可以表示为

$$\begin{aligned} \phi^\beta(\mathbf{x}, t) = & D_\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\mathbb{R}} N^\alpha \phi^\beta \delta(f) G_0 d\mathbf{y}^3 d\tau + \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\mathbb{R}} (D^\alpha \phi^\beta) N_\alpha \delta(f) G_0 d\mathbf{y}^3 d\tau = \\ & D_\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{f=0} N^\alpha \phi^\beta \frac{\delta(g)}{4\pi R^*} d\mathbf{y}^2 d\tau + \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{f=0} (D^\alpha \phi^\beta) N_\alpha \frac{\delta(g)}{4\pi R^*} d\mathbf{y}^2 d\tau = \\ & \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{f=0} N^\alpha \phi^\beta K_1^{\alpha\gamma} \partial_\gamma \left[\frac{\delta(g)}{R^*} \right] d\mathbf{y}^2 d\tau + \\ & \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{f=0} (K_2^{\alpha\gamma} \partial_\gamma \phi^\beta) N_\alpha \frac{\delta(g)}{R^*} d\mathbf{y}^2 d\tau \end{aligned} \quad (16)$$

积分表达式中 $D^\alpha \phi^\beta$ 是 \mathbf{y} 和 τ 的函数,二阶张量 $K_1^{\alpha\gamma}$ 、 $K_2^{\alpha\gamma}$ 和四维微分算子 ∂_γ 、 ∂_γ^γ 分别定义为

$$\begin{cases} K_1^{\alpha\gamma} = \begin{pmatrix} 1 & u_{\infty j} \\ 0_i & \delta_{ij} \end{pmatrix} \\ K_2^{\alpha\gamma} = \begin{pmatrix} 1 & u_{\infty j} \\ 0_i & -\delta_{ij} \end{pmatrix} \\ \partial_\gamma = \frac{\partial}{\partial X^\gamma} = \begin{pmatrix} \partial/\partial t \\ \partial/\partial x_i \end{pmatrix} \\ \partial_\gamma^\gamma = \begin{pmatrix} \partial/\partial \tau \\ \partial/\partial y_i \end{pmatrix} \end{cases} \quad (17)$$

满足:

$$\begin{cases} D_\alpha = K_1^{\alpha\gamma} \partial_\gamma \\ D^\alpha = K_2^{\alpha\gamma} \partial_\gamma^\gamma \end{cases} \quad (18)$$

对式(16)两端同时进行傅里叶变换,可以得到均匀运动介质中基于基尔霍夫面的四维声学频域积分公式:

$$\begin{aligned} 4\pi \tilde{\phi}^\beta = & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{f=0} e^{-i\omega\tau} N^\alpha \phi^\beta K_1^{\alpha\gamma} \partial_\gamma^\gamma \left(\frac{e^{-i\omega R}}{R^*} \right) d\mathbf{y}^2 d\tau + \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{f=0} N_\alpha K_2^{\alpha\gamma} (\partial_\gamma^\gamma \phi^\beta) \frac{e^{-i\omega\tau} e^{-i\omega R}}{R^*} d\mathbf{y}^2 d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

式中: i 为虚数单位; ω 为无量纲的角频率; $\tilde{\phi}^\beta$ 为频

域量。

四维算子 ∂_γ^γ 定义为

$$\partial_\gamma^\gamma = \begin{pmatrix} i\omega \\ \partial/\partial x_i \end{pmatrix} \quad (20)$$

对于可渗透面固定不动的特殊情况,简化积分公式可以提高计算效率。此时距离参数 R^* 和 R 以及可渗透面外法向矢量 \mathbf{n} 是恒定的,式(19)可以简化为

$$\begin{aligned} 4\pi \tilde{\phi}^\beta = & \int_{-\infty}^{+\infty} N^\alpha \tilde{\phi}^\beta A^\gamma K_1^{\alpha\gamma} d\mathbf{y}^2 + \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} N_\alpha K_2^{\alpha\gamma} (\partial_\gamma^\gamma \tilde{\phi}^\beta) \frac{e^{-i\omega R}}{R^*} d\mathbf{y}^2 = \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} A^\gamma K_1^{\alpha\gamma} \tilde{S}_1^{\alpha\beta} d\mathbf{y}^2 + \int_{-\infty}^{+\infty} N_\alpha K_2^{\alpha\gamma} \tilde{S}_2^{\gamma\beta} \frac{e^{-i\omega R}}{R^*} d\mathbf{y}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

∂_γ^γ 、 $\tilde{S}_1^{\alpha\beta}$ 、 $\tilde{S}_2^{\alpha\beta}$ 和 A^γ 分别为

$$\begin{cases} \partial_\gamma^\gamma = \begin{pmatrix} i\omega \\ \partial/\partial y_i \end{pmatrix} \\ \tilde{S}_1^{\alpha\beta} = N^\alpha \tilde{\phi}^\beta = \begin{pmatrix} u_{\infty n} \tilde{p}' & u_{\infty n} \tilde{u}'_j \\ -n_i \tilde{p}' & -n_i \tilde{u}'_j \end{pmatrix} \\ \tilde{S}_2^{\gamma\beta} = \partial_\gamma^\gamma \tilde{\phi}^\beta = \begin{pmatrix} i\omega \tilde{p}' & i\omega \tilde{u}'_j \\ \partial \tilde{p}' / \partial y_i & \partial \tilde{u}'_j / \partial y_i \end{pmatrix} \\ A^\gamma = \partial_\gamma^\gamma \left(\frac{e^{-i\omega R}}{R^*} \right) = \frac{e^{-i\omega R}}{R^*} \begin{pmatrix} i\omega \\ -i\omega R^* \tilde{R}_j + \tilde{R}_j^* \\ R^* \end{pmatrix} \end{cases} \quad (22)$$

2 声场预测研究

本文采用经典的单极子和偶极子点源声辐射算例验证四维频域积分公式。在笛卡尔坐标系下,假设沿水平 x_1 轴正向运动的均匀流密度为 1.2 kg/m^3 ,马赫数 $Ma_\infty = 0.4$,声速 $c_\infty = 340 \text{ m/s}$,流动特征长度为 1 m ,点源的自激频率为 510 Hz ,对应的无量纲角频率 $\omega_s = 1.5$ 。选取中心位于坐标原点且边长为 $a = 0.6 \text{ m}$ 的正方体表面为可渗透面,为确保空间解析精度,采用结构化网格划分方式将可渗透面离散为 $9\ 600$ 个矩形单元。可渗透面上离散单元的输入数据由点源的精确解产生,为明确且直观地分析声场,最终分析结果均转化

为有量纲结果输出。

2.1 静止单极子

考虑位于坐标原点的单极子声辐射,对应的无量纲速度势函数可以表示为

$$\phi(x, t) = \frac{A}{4\pi R^*} \exp[i\omega(t - R)] \quad (24)$$

速度势的幅值取为 $A = 1/340$, 对应的声学速度和声压分别用下列表达式计算。

$$\begin{cases} u_i'(x, t) = \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x_i} \\ p'(x, t) = -\frac{D_\infty \phi(x, t)}{Dt} \end{cases} \quad (25)$$

在 x_1-x_2 平面内半径为 12 m 的圆周上均匀布置 120 个观察点,且将由 x_1 轴正方向逆时针旋转到观察点形成的角度设为观察角 θ , 在每个声传播周期内连续输出 128 个样本作为声源输入数据。静止单极子在自激频率下的声场指向性分布如图 1~图 2 所示,可以看出:所有观察点处声压和声学速度数值解与解析解完全吻合;由于均匀介质沿 x_1 轴正方向向右运动,流体的对流效应使得声压和 x_1 方向声学速度的幅值分别呈现垂直方向不对称的单极子和偶极子分布,即来流方向观察点的幅值更大,尾流方向的幅值较小;而 x_2 方向声学速度的幅值不受 x_1 方向流动的影响,仍然呈现沿水平轴对称的偶极子分布。

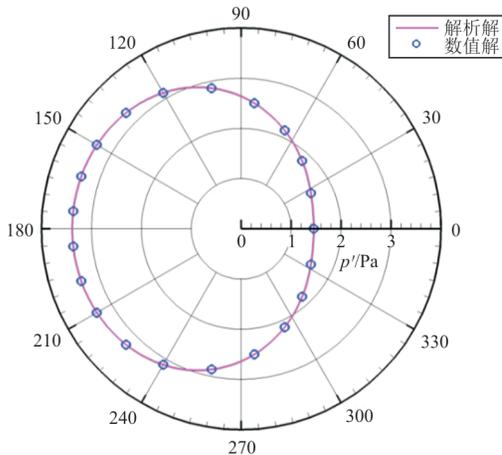
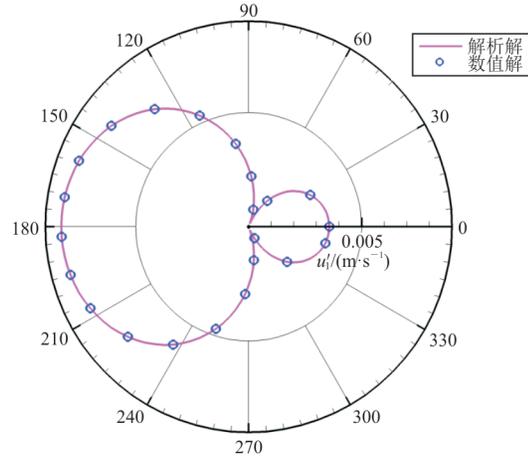
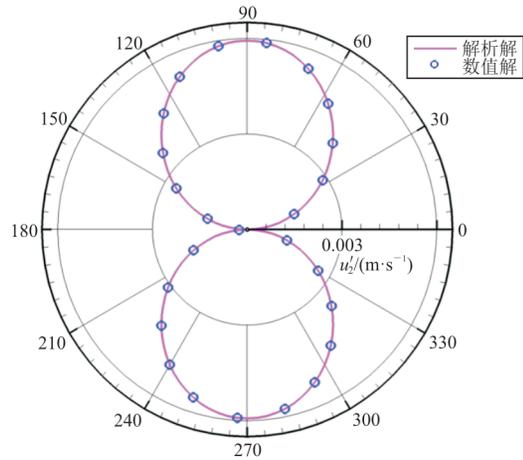


图 1 静止单极子声压的指向性分布
Fig. 1 Directionality distribution of sound pressure for the stationary monopole



(a) x_1 方向声学速度



(b) x_2 方向声学速度

图 2 静止单极子声学速度的指向性分布
Fig. 2 Directionality distribution of acoustic velocity for the stationary monopole

2.2 静止偶极子

假设轴线与竖直 x_2 轴重合的偶极子位于坐标原点,无量纲速度势函数可表示为

$$\phi(x, t) = \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \frac{A}{4\pi R^*} \exp[i\omega(t - R)] \right\} \quad (26)$$

采用与静止单极子相同的设计参数,包括速度势幅值、观察点位置等。自激频率下静止偶极子的声压指向性分布和声学速度指向性分布如图 3~图 4 所示。

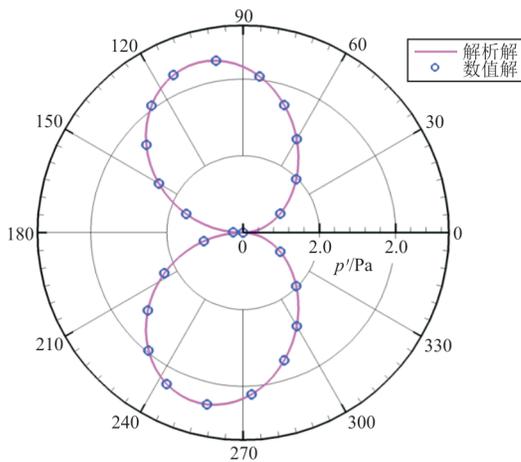
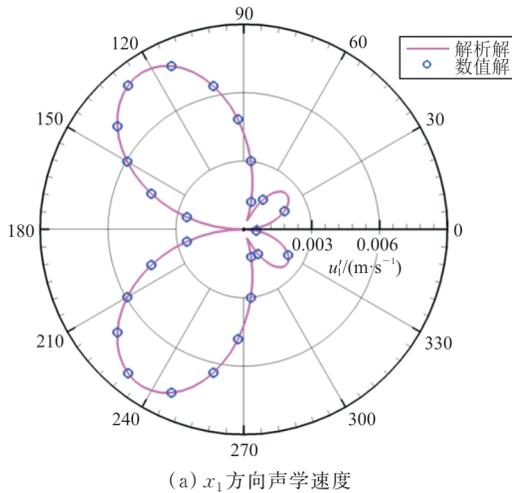
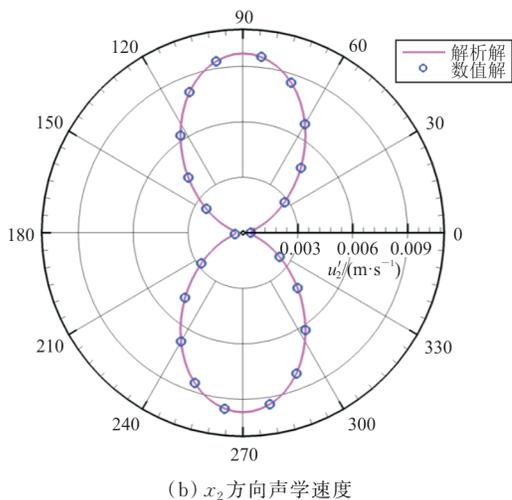


图 3 静止偶极子声压的指向性分布
Fig. 3 Directionality distribution of sound pressure for the stationary dipole



(a) x_1 方向声学速度



(b) x_2 方向声学速度

图 4 静止偶极子声学速度的指向性分布
Fig. 4 Directionality distribution of acoustic velocity for the stationary dipole

从图 3~图 4 可以看出:通过本文获得的声压和声学速度数值解与解析解完全一致; x_2 方向声学速度的幅值仍然呈现为关于水平轴对称的偶极子分布;受到 x_1 轴方向流动的影响,声压在左侧来流方向幅值相对较大,呈现为竖直方向不对称的偶极子分布; x_1 轴方向的声学速度幅值呈现为左大右小的四极子花瓣状分布,左侧观察点幅值偏大显然与对流效应密切相关。

2.3 旋转单极子

考虑初始时刻位于 x_1 正半轴,旋转半径为 0.1 m,以角速度 $\omega_r = 0.25\omega_s$ 绕 x_3 轴逆时针旋转的单极子声辐射。连续输出 512 个时间信号共 4 个周期的声学样本作为输入数据。运动单极子的无量纲速度势函数可以表达为

$$\phi(x, t) = \frac{A}{4\pi R^*(1 - M_R)} \exp[i\omega(t - R)] \quad (27)$$

与静止点源的单频声场不同,频域情形下旋转点源会诱发多普勒现象,观察点接收到的声学信号分布在一系列离散频率上,对应的角频率满足数学关系式 $\omega = \omega_s + m\omega_r$, 其中 $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, 为谐波阶次^[27]。观察角 $\theta = 150^\circ$ 处旋转单极子的声压与声学速度频谱图如图 5~图 6 所示,可以看出:声波的能量主要集中在 $m = -1, 0, 1, 2$ 的四个频率上,声场的最高峰值出现在 $m = 0$ 频率(点源的自激频率 ω_s)处。对不同频率的声波,本文方法获得的声压和声学速度的数值解与解析解吻合较好。

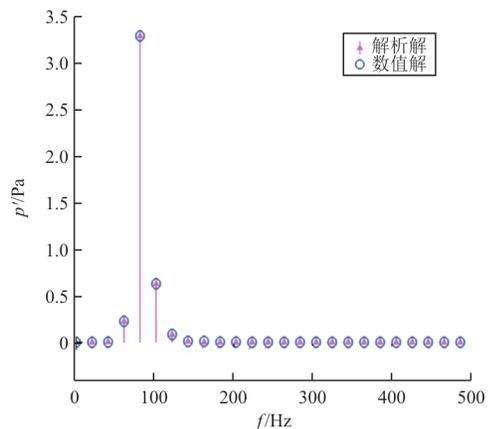
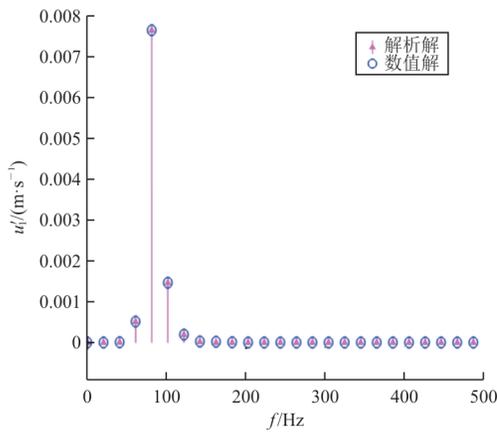
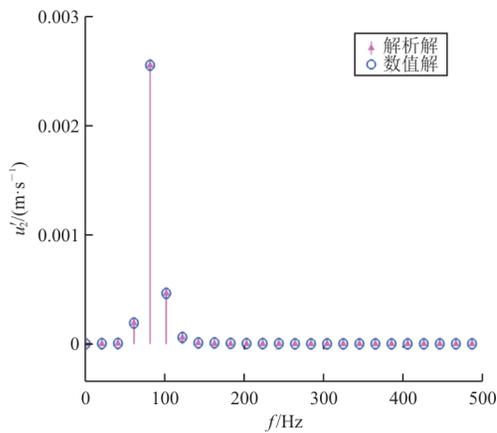


图 5 旋转单极子声压的频谱图
Fig. 5 Spectrum of sound pressure for the rotating monopole



(a) x_1 方向声学速度



(b) x_2 方向声学速度

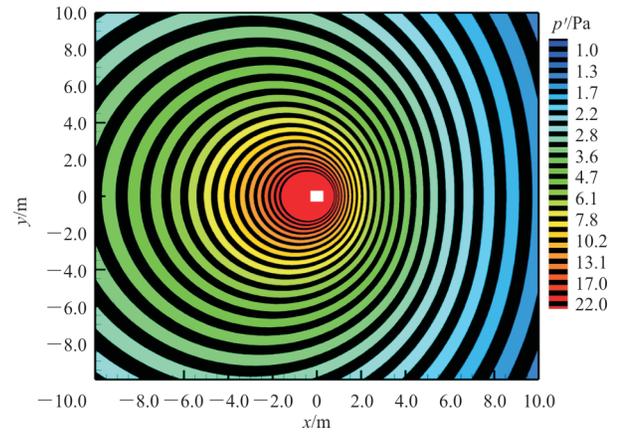
图 6 旋转单极子声学速度的频谱图

Fig. 6 Spectrum of acoustic velocity for the rotating monopole

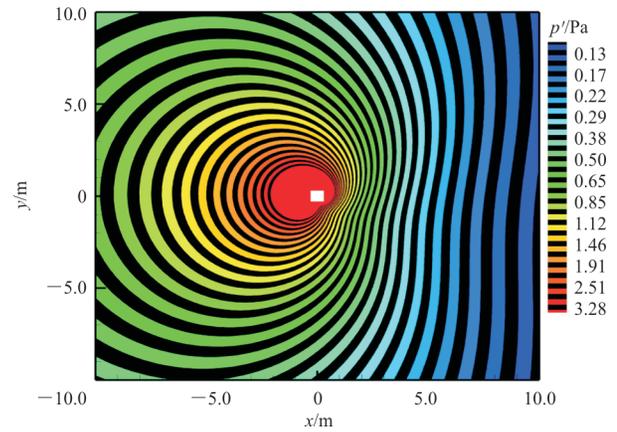
为了全面考察声场的分布特征,本文重点研究旋转单极子在 $m=0$ ($\omega=\omega_s$) 频率和 $m=1$ ($\omega=\omega_s+\omega_r$) 频率下的声场演变。 $m=0$ 和 $m=1$ 频率下声压、声学速度的幅值云图如图 7~图 8 所示,可以看出:两个频率下声压和声学速度分量 u_1' 的幅值受到对流效应的显著影响,均呈现相同传播距离处上游幅值大、下游幅值小的分布特征。

当 $m=0$ 时,声压幅值呈现沿竖直方向不对称的单极子辐射分布特征如图 7(a) 所示。声学速度分量 u_1' 的幅值则呈现左侧幅值大右侧幅值小的水平 8 字状偶极子辐射分布,如图 8(a) 所示,这与对流的放大效应显著相关。不同于声压和声学速度分量 u_1' ,声学速度分量 u_2' 的幅值不受来流影响,如图 8(c) 所示,表现为竖直 8 字状偶极子辐射分布。当 $m=1$ 时出现多普勒效应,由于对流效应和多普

勒效应的共同影响,声场分布变得更为复杂。从图 7(b)、图 8(b) 和图 8(d) 可以看出:声压和声学速度的幅值能够保持与 $m=0$ 频率处相同的分布特征,不同于 $m=0$ 频率处,声压和声学速度分量的分布均不具有空间对称性。



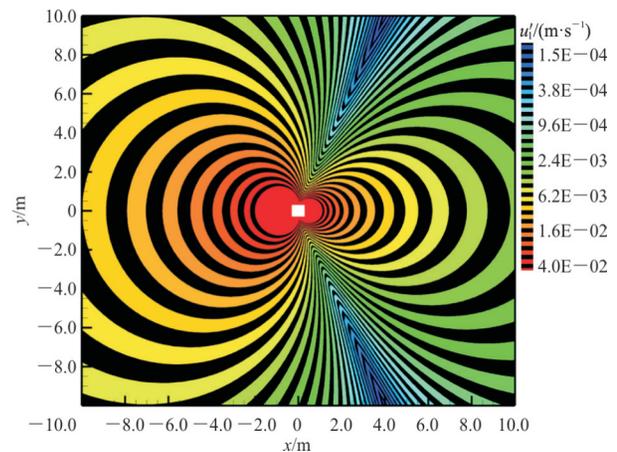
(a) $\omega = \omega_s$



(b) $\omega = \omega_s + \omega_r$

图 7 不同频率下旋转单极子声压幅值的空间分布

Fig. 7 Contours of sound pressure's amplitude for the rotating monopole at different frequencies



(a) $\omega = \omega_s$ 频率下 x_1 方向声学速度

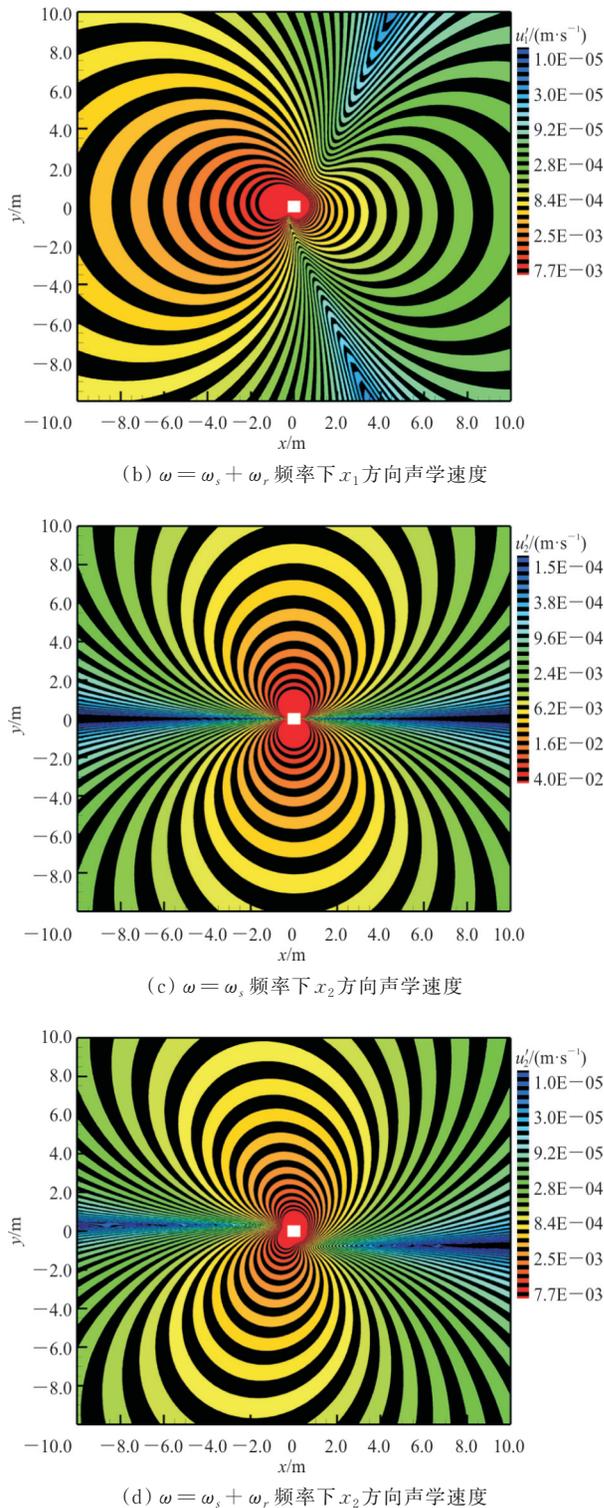


图 8 不同频率下旋转单极子声学速度幅值的空间分布
Fig. 8 Contours of acoustic velocity's amplitude for the rotating monopole at different frequencies

$m = 0$ 和 $m = 1$ 频率下声压和声学速度的实部云图如图 9~图 10 所示。受来流的影响,上游的声传播方向因与来流方向相反,两个频率下声压

和声学速度的波形均被压缩。另外,不同频率下声学变量的空间传播规律也发生了显著变化。在 $m = 0$ 频率下,声压变量以典型的单极子特征向外辐射传播如图 9(a) 所示,声学速度分量 u'_1 以典型的水平偶极子特征向外辐射传播如图 10(a) 所示,声学速度分量 u'_2 则以竖直偶极子特征向外辐射传播如图 10(c) 所示。然而,在 $m = 1$ 时频率下,由于多普勒效应的影响,图 9(b)、图 10(b) 和图 10(d) 显示声压和声学速度分量的实部均以螺旋状向外辐射传播。上述研究表明不同频率下的声辐射传播规律存在显著差异。对照式 (19),声压和声学速度的数值解与圆频率 ω 有关。圆频率 ω 与频率 f 之间满足 $\omega = 2\pi f$, 随着频率 f 的变化,采用公式获得的声学计算结果自然也就不同,这恰好解释了图 9~图 10 不同频率下声场分布差异显著的原因。

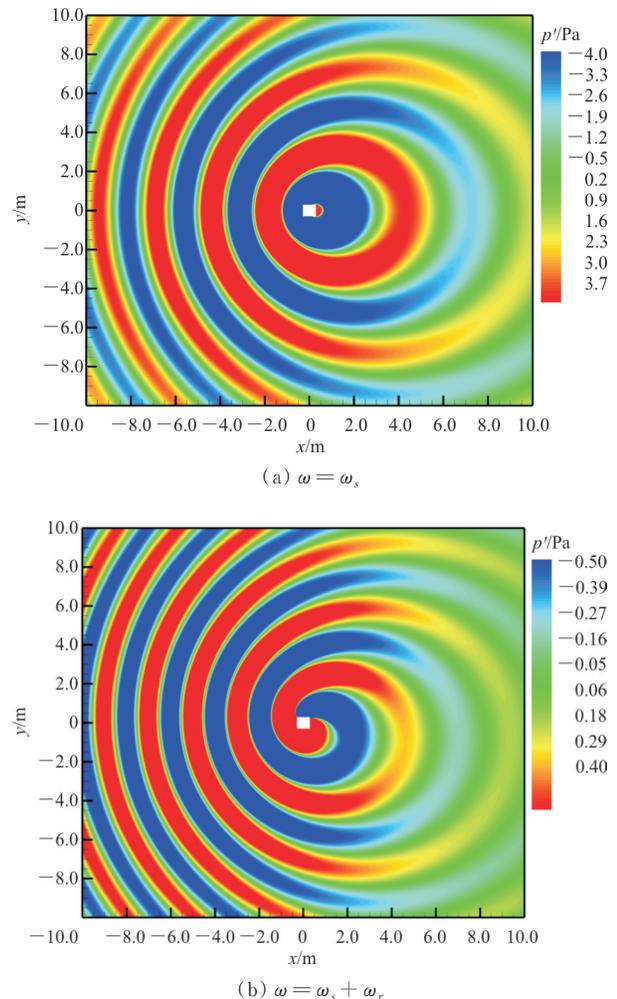


图 9 不同频率下旋转单极子声压实部的空间分布
Fig. 9 Contours of sound pressure' real part for the rotating monopole at different frequencies

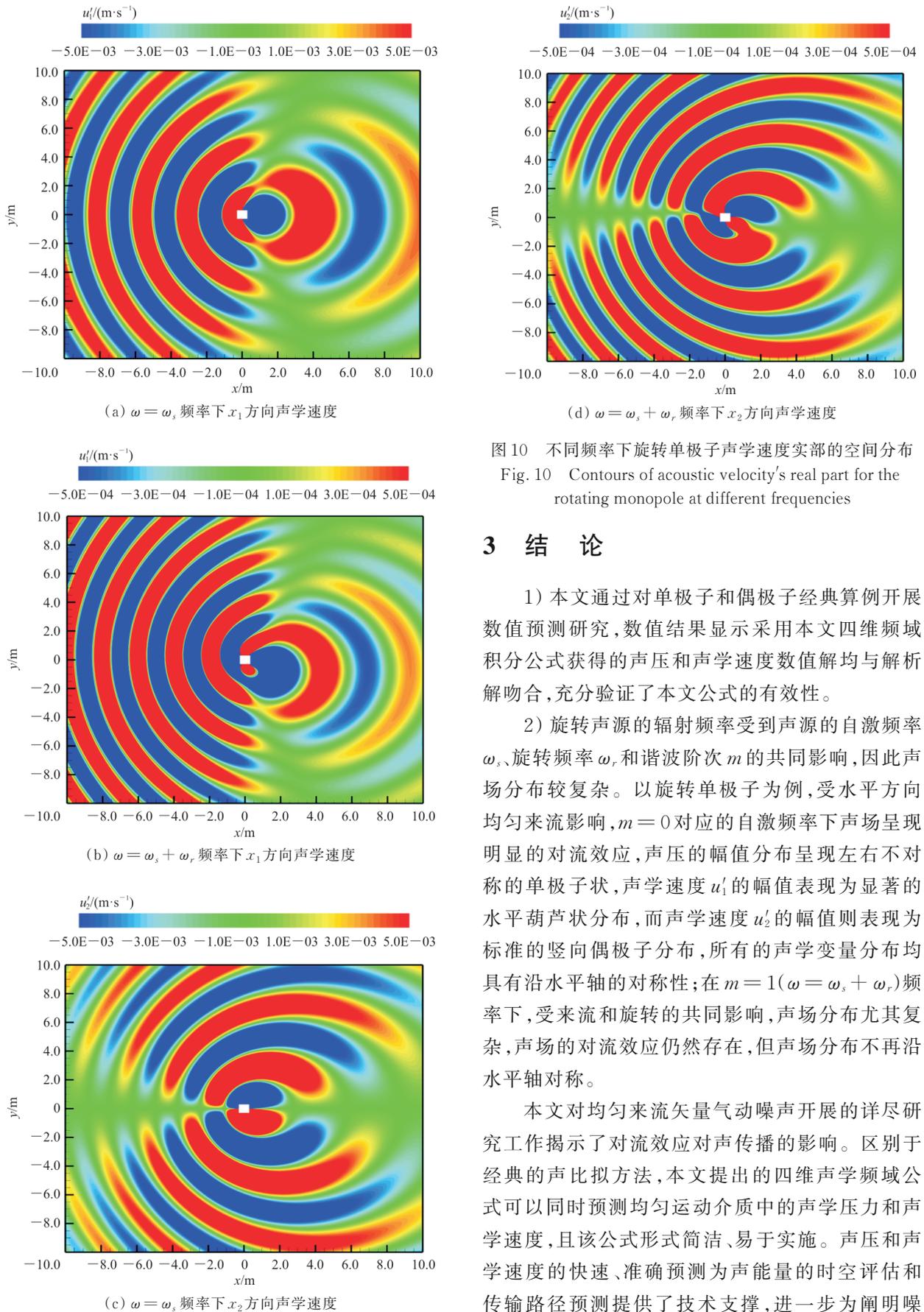


图 10 不同频率下旋转单极子声学速度实部的空间分布
Fig. 10 Contours of acoustic velocity's real part for the rotating monopole at different frequencies

3 结 论

1) 本文通过对单极子和偶极子经典算例开展数值预测研究,数值结果显示采用本文四维频域积分公式获得的声压和声学速度数值解均与解析解吻合,充分验证了本文公式的有效性。

2) 旋转声源的辐射频率受到声源的自激频率 ω_s 、旋转频率 ω_r 和谐波阶次 m 的共同影响,因此声场分布较复杂。以旋转单极子为例,受水平方向均匀来流影响, $m = 0$ 对应的自激频率下声场呈现明显的对流效应,声压的幅值分布呈现左右不对称的单极子状,声学速度 u_1' 的幅值表现为显著的水平葫芦状分布,而声学速度 u_2' 的幅值则表现为标准的竖向偶极子分布,所有的声学变量分布均具有沿水平轴的对称性;在 $m = 1(\omega = \omega_s + \omega_r)$ 频率下,受来流和旋转的共同影响,声场分布尤其复杂,声场的对流效应仍然存在,但声场分布不再沿水平轴对称。

本文对均匀来流矢量气动噪声开展的详尽研究工作揭示了对流效应对声传播的影响。区别于经典的声比拟方法,本文提出的四维声学频域公式可以同时预测均匀运动介质中的声学压力和声学速度,且该公式形式简洁、易于实施。声压和声学速度的快速、准确预测为声能量的时空评估和传输路径预测提供了技术支撑,进一步为阐明噪

声传播机理和抑制噪声技术提供了理论依据。然而,基尔霍夫方法基于线性波动方程,因此可渗透面必须位于线性声源区域,同时可渗透面上的声压和声学速度的空间导数不易计算,往往会增加计算复杂度。

参考文献

- [1] 牟永飞,李杰.舱门对起落架流场和气动噪声的影响研究[J].航空工程进展,2021,12(4):105-114,130.
MU Yongfei, LI Jie. Influence of cabin doors on the flow field and aerodynamic noise of landing gear[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2021, 12(4): 105-114, 130. (in Chinese)
- [2] 王红建,张巧,田峻源.缝翼尖端延伸对流场及噪声特性的影响[J].航空工程进展,2021,12(2):52-63.
WANG Hongjian, ZHANG Qiao, TIAN Junyuan. Effects of slat cusp extension on characteristics of flow field and noise [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2021, 12(2): 52-63. (in Chinese)
- [3] FARASSAT F, MYERS M K. Extension of Kirchhoff's formula to radiation from moving surfaces [J]. Journal of Sound and Vibration, 1988, 123(3): 451-460.
- [4] BRENTNER K S, FARASSAT F. Analytical comparison of the acoustic analogy and Kirchhoff formulation for moving surfaces[J]. AIAA Journal, 1998, 36(8): 1379-1386.
- [5] GHORBANIASL G, SIOZOS-ROUSOULIS L, LACOR C. A time-domain Kirchhoff formula for the convective acoustic wave equation[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2016, 472: 20150689.
- [6] DUNN M H. The acoustic analogy in four dimensions[J]. International Journal of Aeroacoustics, 2019, 18(8): 711-751.
- [7] XU C, MAO Y, HU Z, et al. Vector aeroacoustics for a uniform mean flow: acoustic intensity and acoustic power [J]. AIAA Journal, 2018, 56(7): 2794-2805.
- [8] ROGER M, MOREAUSTÉPHANE, KUCUKCOSKUN K. On sound scattering by rigid edges and wedges in a flow, with applications to high-lift device aeroacoustics[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 362(5): 252-275.
- [9] AGARWAL A, DOWLING A P, SHIN H C, et al. Ray-tracing approach to calculate acoustic shielding by a flying wing airframe [J]. AIAA Journal, 2007, 45(5): 1080-1090.
- [10] JAMES G, ALAN M A, KINGAN M J. A theoretical model of fuselage pressure levels due to fan tones radiated from the intake of an installed turbofan aero-engine[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2018, 143(6): 3394-3405.
- [11] CRIGHTON D G, LEPPINGTON F G. On the scattering of aerodynamic noise[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1971, 46(3): 577-597.
- [12] LEE S, BRENTNER K S, MORRIS P J. Time-domain approach for acoustic scattering of rotorcraft noise[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2012, 57(4): 1-12.
- [13] LEE S, BRENTNER K S, MORRIS P J. Acoustic scattering in the time domain using an equivalent source method [J]. AIAA Journal, 2010, 48(12): 2772-2780.
- [14] FARASSAT F, BRENTNER K S. The derivation of the gradient of the acoustic pressure on a moving surface for application to the fast scattering code (FSC): TM-2005-213777 [R]. US: NASA, 2005.
- [15] LEE S, BRENTNER K S, FARASSAT F, et al. Analytic formulation and numerical implementation of an acoustic pressure gradient prediction[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319: 1200-1221.
- [16] GHORBANIASL G, CARLEY M, LACOR C. Acoustic velocity formulation for sources in arbitrary motion [J]. AIAA Journal, 2013, 51(3): 632-642.
- [17] MAO Y J, TANG H T, XU C. Vector wave equation of aeroacoustics and acoustic velocity formulations for quadrupole source[J]. AIAA Journal, 2016, 54(6): 1922-1931.
- [18] 毛义军,徐辰.矢量气动声学的理论研究进展及应用[J].气体物理,2017,2(3):1-4.
MAO Yijun, XU Chen. Research advancement and application on vector aeroacoustics[J]. Physics of Gases, 2017, 2(3): 1-4. (in Chinese)
- [19] HE J, XUE S, LIU Q, et al. Acoustic velocity analogy formulation for sources in quiescent medium[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2023, 237: 3018-3031.
- [20] NAJAFI-YAZDI A, BRÈS G A, MONGEAU L. An acoustic analogy formulation for moving sources in uniformly moving media [J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2011, 467: 144-165.
- [21] BI C X, WANG Z H, ZHANG X Z. Analytic time-domain formulation for acoustic pressure gradient prediction in a moving medium[J]. AIAA Journal, 2017, 55(8): 2607-2616.
- [22] GHORBANIASL G, HUANG Z, SIOZOS-ROUSOULIS L, et al. Analytical acoustic pressure gradient prediction for moving medium problems[J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2015, 471: 1-14.