

文章编号: 1674-8190(2024)05-179-12

类星型手性超材料超宽带隙特性研究

王硕¹, 燕群², 延浩², 孙永涛¹, 王安帅¹, 张昭展¹, 丁千¹, 王梁¹

(1. 天津大学 天津市非线性动力学与控制重点实验室, 天津 300350)

(2. 中国飞机强度研究所 航空声学及振动航空科技重点实验室, 西安 710065)

摘要: 振动和噪声的抑制一直是工程中的重要问题, 而超材料在实现减振降噪方面具有良好的应用价值。基于传统空心星型超材料, 添加手性结构特性, 设计一种新型的空心类星型手性超材料, 并在其基础上进一步演化出实心类星型手性超材料。通过振动模态分析带隙产生机理和不同结构参数对带隙的影响, 通过频散曲面、波传播方向、群速度和相速度等研究弹性波在结构中的传播特性, 并研究有限周期结构的传输特性。结果表明: 实心类星型手性超材料可以产生宽度为 5 116 Hz 的超宽带隙, 带隙形成主要是由于凹角星和韧带的旋转振动耗散了弹性波能量, 内凹角 α 的减小以及韧带与水平方向的夹角 θ 的增大使得最宽带隙的宽度增大; 有限周期结构在其带隙范围内可以产生明显的位移幅值衰减, 该新型超材料具有良好的隔振性能。

关键词: 超材料; 超宽带隙; 群速度; 相速度; 振动抑制

中图分类号: V250.3

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2024.05.19

Study on the ultra-wide band gap characteristics of novel star-shaped chiral metamaterials

WANG Shuo¹, YAN Qun², YAN Hao², SUN Yongtao¹, WANG Anshuai¹,
ZHANG Zhaozhan¹, DING Qian¹, WANG Liang¹

(1. Tianjin Key Laboratory of Nonlinear Dynamics and Control, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

(2. Key Laboratory of Aeronautical Science and Technology for Aeroacoustics and Vibration, Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, China)

Abstract: The suppression of vibration and noise has always been an important issue in engineering, and metamaterials have shown significant application value in vibration and noise reduction. In this paper, a novel hollow star-shaped chiral metamaterial is designed by incorporating chiral structural characteristics into traditional hollow star-shaped metamaterials and further evolves it into a solid star-shaped chiral metamaterial. The bandgap formation mechanism is analyzed through vibration mode analysis, and the effects of different structural parameters on the bandgap are studied. The propagation characteristics of elastic waves in the structure are investigated through dispersion surfaces, wave propagation direction, group velocity, and phase velocity. Finally, the transmission characteristics of finite periodic structures are studied. The results show that the solid star-shaped chiral metamaterial can generate an ultra-wide bandgap with a width of 5 116 Hz. The bandgap formation is mainly due to the rotational vibrations of the concave stars and ligaments dissipating the energy of elastic waves. Additionally, a decrease in the inner concave angle α and an increase in the angle θ between the ligaments and the horizontal direction result in a wider largest bandgap. The finite periodic structure can generate significant displacement amplitude attenuation within the bandgap range. This novel metamaterial has excellent vibration isolation performance.

Key words: metamaterials; ultra-wide band gap; group velocity; phase velocity; vibration suppression

收稿日期: 2024-06-17; 修回日期: 2024-07-17

基金项目: 国家自然科学基金(12372019, 12072222, 12132010, 12021002, 11991032); 航空科学基金(ASFC-201915048001); 机械结构强度与振动国家重点实验室开放课题(ASSIKFJJ202303002); 交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室开放课题(SKLTESKF1901)

通信作者: 孙永涛(1982-), 男, 博士, 副教授。E-mail: ytsun@tju.edu.cn

引用格式: 王硕, 燕群, 延浩, 等. 类星型手性超材料超宽带隙特性研究[J]. 航空工程进展, 2024, 15(5): 179-190.

WANG Shuo, YAN Qun, YAN Hao, et al. Study on the ultra-wide band gap characteristics of novel star-shaped chiral metamaterials[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2024, 15(5): 179-190. (in Chinese)

0 引言

噪声的阻隔和振动的衰减在多个领域都有广泛的应用,可以用于建筑、交通、工业与制造、航空航天、军事等领域。振动与噪声在结构内以弹性波的形式传播,因此对弹性波调控机理的研究较为重要。人们发现弹性波在弹性复合介质中传播时会产生弹性波带隙,带隙频率范围内的弹性波不能传播或传播受到显著限制^[1-3]。超材料是由特殊设计的微结构单元按阵列化排布构成的复合材料/结构,可以产生带隙结构、负质量密度等物理性质或功能,在减振隔声等领域具有潜在应用价值^[4-6]。超材料带隙主要有布拉格带隙和局域共振带隙两种。布拉格带隙频率对应的弹性波波长同晶体晶格尺寸相当^[7],局域共振带隙机制的提出打破了超材料晶格常数与基体材料参数对带隙频率的限制,波调控范围扩展至亚波长频段^[8]。

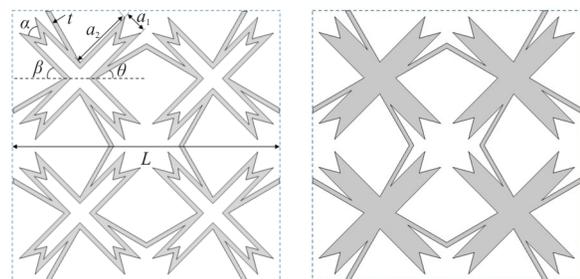
为了获得具有良好减振降噪效果的超材料,研究人员在结构设计和带隙特性方面开展了大量研究。Spadoni等^[9-10]对六角形手性晶格的声子特性进行了研究,通过分析旋转和平移位移之间的耦合作用揭示潜在的波衰减机制,发现手性结构在隔振方面具有巨大的潜在优势;Liu X N等^[11]通过将二维周期性手性晶格与弹性超材料内含物相结合,提出了一种用于低频波应用的手性复合材料,并解释了手性复合材料的低频带隙行为;Chen L Y等^[12]以六螺旋手性声子晶体为例,通过分析材料性质和几何参数对声子晶体完整带隙宽度的影响,讨论了最大化带隙宽度的问题;Qi D X等^[13]提出了一种新颖的可重入和反手性杂化元结构,将弹性橡胶包覆的质量内含物分布在单元胞的手性环状节点内,发现几何拓扑结构和节点弹性包体分布方案对结构的带隙有显著影响;Orta等^[14]通过将手性引入周期性晶格设计中,耦合轴向和旋转运动,可以在低频率下获得包含各种类型共振(弯曲、轴向和扭转)的带隙,且不改变系统的质量或刚度;Zhao P C等^[15]提出一种基于手性和构型的设计策略,构型被用来调整手性等边晶格的排列,并产生不同的轴向和扭转耦合运动,从而改变周期性晶格的动态性能,实现低频带隙;杜超平^[16]将星型蜂窝结构和薄膜单元组成一种新型声学超材料结构,双层薄膜结构隔声量在 200 Hz 以下的平均隔声量可达 60 dB;任富光^[17]基于传统凹角星

型蜂窝结构,提出了一种新型多凹角类星型蜂窝超材料,扩展了低频和低频范围的带隙;Yu R H等^[18]提出了一种通过在支撑结构内嵌入超材料吸收器的隔振设计,该结构具有局部共振单元(每个单元由一个质量块、一个薄板和两个框架组成),其具有高承载性能,可以吸收在支撑结构中传播的振动能量;Wang X Z等^[19]设计了基于微观粒子和宏观振子的多尺度材料/结构集成超材料,宏观振子吸收低频振动,而微观粒子团簇吸收中高频振动,该超材料在 500 Hz 以下的低频以及 500~3 000 Hz 的中高频范围内具有良好的振动能量衰减效果。

综上所述,手性结构、星型结构和局域共振结构等在低频噪声的隔绝或者衰减方面取得了诸多研究成果,本文在前人研究的基础上进一步改进,提出新型类星型手性超材料(Star-shaped Chiral Metamaterials,简称 SCM),通过振动模态分析带隙产生机理,并研究结构不同几何参数对带隙的影响;另外基于色散曲面、群速度、相速度和波传播方向等指标对弹性波传播时的方向衰减机制进行研究;最后对有限周期结构的振动传递函数和位移分布进行计算,以评价结构抑制振动的能力。

1 理论指导与结构设计

超材料研究中,将两种结构的优点结合起来是设计新结构的常见方法。本文提出新的声子晶体结构,如图 1 所示,将手性声子晶体和类星型进行结合,然后填充成实心结构可以用来扩展带隙的宽度,图中 L 为晶格常数, α 为星型尖端内凹角, t 为韧带宽度, a_1 为星型角斜梁的宽度、 a_2 为其长度, θ 为韧带与水平方向的夹角。具体的几何尺寸和材料参数如表 1 所示。



(a) 空心类星型手性超材料 (b) 实心类星型手性超材料

图 1 类星型手性超材料几何结构

Fig. 1 Star-shaped chiral metamaterial geometric structure

表1 超材料的几何参数和材料(光敏树脂)参数
Table 1 Geometric parameters and material (photo-polymer) parameters of metamaterials

几何参数	数值	材料参数	数值
L/mm	60	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	1 350
$\alpha/(^{\circ})$	60	ν	0.42
$\beta/(^{\circ})$	45	E/GPa	2.642
$\theta/(^{\circ})$	30		
a_1/mm	5		
a_2/mm	14.33		
t/mm	1		

晶体的平移周期性和空间对称性使得很多物理参数和物理场都具有一定的对称性,因此在研究晶体的特征频率等参数和物理场时,可以利用周期对称性将问题进行简化^[20]。晶格的平移周期性可以由原胞和正交晶格基矢量来描述,沿着合成基矢量的方向平移原胞将得到平面内的任意晶格,晶格点在晶格中的坐标位置可以用正交晶格矢量 \mathbf{R}_n 表示:

$$\mathbf{R}_n = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 \quad (1)$$

式中: n_1 和 n_2 为整数; $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ 为基矢。

方形晶格的基矢量为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1 = L_1 \mathbf{i} \\ \mathbf{e}_2 = L_2 \mathbf{j} \end{cases} \quad (2)$$

正格子和倒格子的基矢量之间满足

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j^* = 2\pi \delta_{ij} \quad (3)$$

式中: \mathbf{e}_i 为正格子的基向量; \mathbf{e}_j^* 为倒格子的基向量; δ_{ij} 为 Kronecker delta。

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (4)$$

倒格子中格点的位置为

$$\mathbf{G}_h = \mathbf{r}_o + n_1 \mathbf{e}_1 + n_2 \mathbf{e}_2 \quad (5)$$

式中: n_1 和 n_2 为整数; \mathbf{r}_o 为 O 点的位移。

本文结构的倒易晶格矢量可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1^* = \left(\frac{2\pi}{L}, 0 \right) \\ \mathbf{e}_2^* = \left(0, \frac{2\pi}{L} \right) \end{cases} \quad (6)$$

Bloch 定理在研究弹性波在周期性晶格结构中的传播时的准确性已被许多研究者证实,因此波函数可表示为

$$u(\mathbf{r}) = U_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (7)$$

式中: $U_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ 为矢量 \mathbf{r} 任意位置的本征波振幅; i 为

虚数单位; \mathbf{k} 为波矢量。

Bloch 边界条件结合晶格理论证明了周期结构中本征波的频率具有平移周期性,因此有:

$$u(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} u(\mathbf{r}) \quad (8)$$

式中: \mathbf{r} 为边界上节点的位置向量; \mathbf{R} 为晶格基矢。

单位晶格的动力学方程的矩阵形式可以表示为

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (9)$$

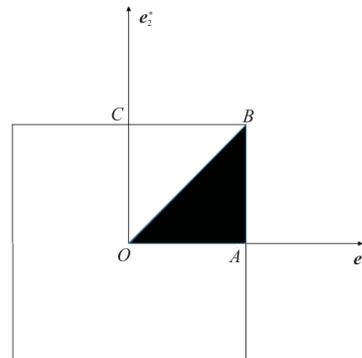
式中: \mathbf{K} 和 \mathbf{M} 分别为全局质量矩阵和刚度矩阵; \mathbf{u} 和 \mathbf{f} 分别为广义节点位移和力向量。

由上述方程可知如果晶体具有特定的点群对称性,其本征谱也具有相同的对称性,这样就缩小了研究线性周期系统本征场时所需考察的波矢取值范围,任意波矢量 \mathbf{k} 所需取值的最小区域又称为不可约布里渊区^[21]。

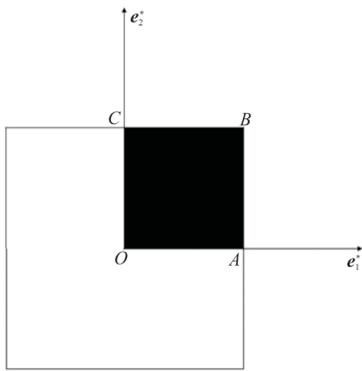
2 类星型手性结构带隙特性研究

2.1 能带结构

使用 COMSOL Multiphysics 5.6 来求解类星型手性超材料的能带结构,选择固体力学模块研究,模型使用极细化三角形网格。首先分别在 x 方向和 y 方向设置 Floquet 周期性边界条件,然后将波矢量 \mathbf{k} 沿着不可约布里渊区进行扫描,大多数正方晶格声子晶体结构上下左右完全对称,其不可约布里渊区为 OAB 区域(如图 2(a)所示),扫描时按路径 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow O$ 进行扫描。本文提出的类星型手性超材料由于韧带位置的特殊,上下与左右并不完全对称,因此其不可约布里渊区为 $OABC$ 区域,如图 2(b)所示。按路径 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow O$ 扫描其不可约布里渊区边界。最后以波矢量 \mathbf{k} 为横坐标,特征频率为纵坐标绘制色散曲线。



(a) 传统声子晶体的不可约布里渊区



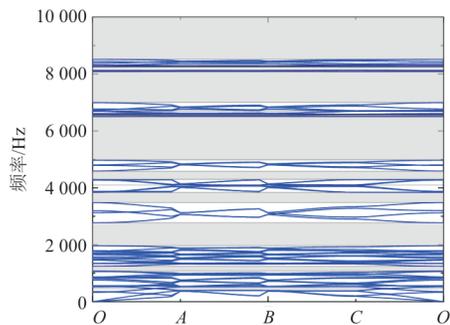
(b) 类星型手性结构的不可约布里渊区

图 2 不同结构的不可约布里渊区

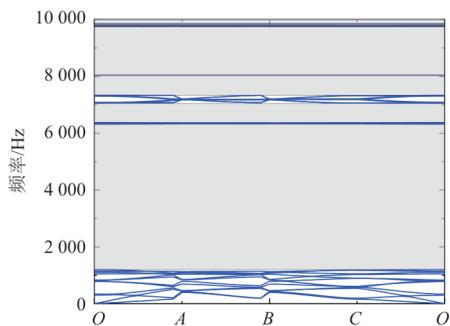
Fig. 2 Irreducible Brillouin zones of different structures

空心类星型手性超材料的带隙如图 3(a) 所示,可以看出:在 0~10 000 Hz 产生了多条带隙,1 000 Hz 以下内有 459.44~466.55 Hz 以及 626.89~631.56 Hz 两条带隙,带隙宽度比较小;从 2 000 Hz 左右开始出现多条宽带隙,该结构整体产生带隙的能力一般。

实心单相类星型手性超材料能带图如图 3(b) 所示。



(a) 空心类星型手性超材料能带图



(b) 实心类星型手性超材料能带图

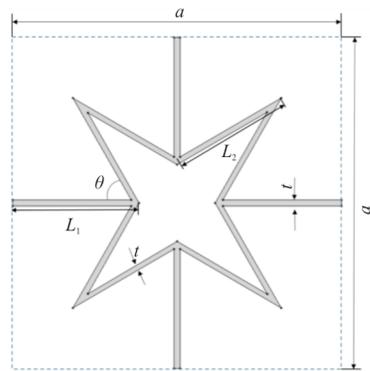
图 3 类星型手性超材料能带图

Fig. 3 Band structure diagram of star-shaped chiral metamaterials

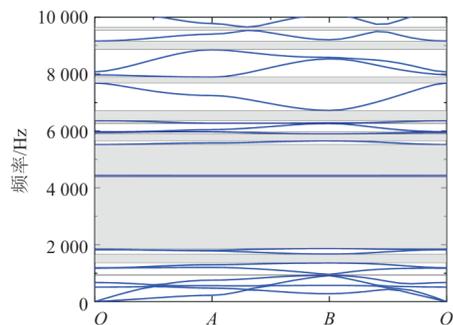
从图 3(b)可以看出:10 000 Hz 以内带隙覆盖率很高,并产生了超宽带隙,其中第一条带隙最宽,在第 12 条和第 13 条色散曲线之间,频率为 1 199.98~6 316.12 Hz,带宽达到 5 116.14 Hz。总的来说,空心单相 SCM 制备简单,结构较轻但是带隙宽度较小。

实心单相 SCM 是在空心单相 SCM 的基础上填充制成的,制备同样较为简单,结构比空心单相 SCM 重,但是填充后有利于增强手性结构的旋转和平移耦合作用,其带隙宽度远比空心单相 SCM 的带隙要宽。

将本文提出的实心类星型手性超材料与传统星型超材料进行对比,传统星型超材料如图 4(a) 所示,选取结构参数为 $L_1=10\text{ mm}$, $L_2=10\text{ mm}$, $t=0.5\text{ mm}$, $\theta=60^\circ$,材料参数选择表 1 中的光敏树脂,传统星型结构上下左右完全对称,其不可约布里渊区如图 2(a) 所示。计算的传统星型结构的能带结构如图 4(b) 所示,在 10 000 Hz 以下最宽带隙范围为 1 867.14~4 400.93 Hz,带宽仅为 2 533.79 Hz,远小于实心类星型手性超材料的 5 116.14 Hz。故本文提出的实心类星型手性超材料具有更好的带隙结构。



(a) 几何构型



(b) 能带图

图 4 传统星型超材料

Fig. 4 Traditional star-shaped metamaterial

2.2 带隙形成机理

2.1节计算了带隙的分布,本节将从振动模式讨论带隙形成机理,类星型手性超材料选取第一带隙下边界的第12模态和第二带隙下边界的第16模态进行分析,对带隙振动模式通过颜色来区分振动程度,红色表示振动较强,蓝色表示振动较弱。

类星型手性超材料第12模态在 O 、 A 、 B 、 C 点处的振型图如图5所示, O 点振型为水平方向的平移共振,上侧的两个凹角星向外侧振动,下侧的两个凹角星向内侧振动。 A 点和 B 点结构的振动模式主要表现为旋转共振, A 点左上凹角星和右下凹角星为逆时针旋转,右上凹角星和左下凹角星为顺时针旋转。 B 点左侧两个凹角星为顺时针旋转,右侧两个凹角星为逆时针旋转。 C 点结构的振型又变为水平方向向外侧的平移共振。第12色散曲线与第13色散曲线之间的带隙形成主要是由结构的平移和旋转混合共振引起的。

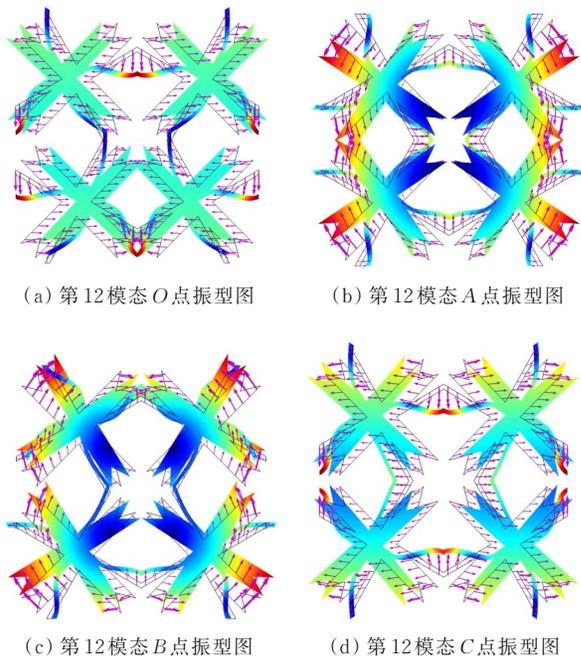


图5 实心类星型手性超材料第12模态振型图
Fig. 5 Vibration mode diagram of the 12th mode of the solid star-shaped chiral metamaterial

实心类星型手性结构第16模态在 O 、 A 、 B 、 C 点处的振型图如图6所示,可以看出:第16模态这四点处凹角星中部都没有振动, O 点结构左上凹角星和右下凹角星振动方向相同,都向凹角星横向中

轴线振动。左下凹角星和右上凹角星振动方向相同,都向凹角星纵向中轴线振动。在 A 、 B 、 C 点处结构左边两个凹角星斜梁振动方向相同,都向凹角星纵向中轴线振动。右边两个凹角星振动方向相同,都向凹角星横向中轴线振动。第16色散曲线与第17色散曲线之间的带隙形成主要是由于凹角星的旋转共振引起的。

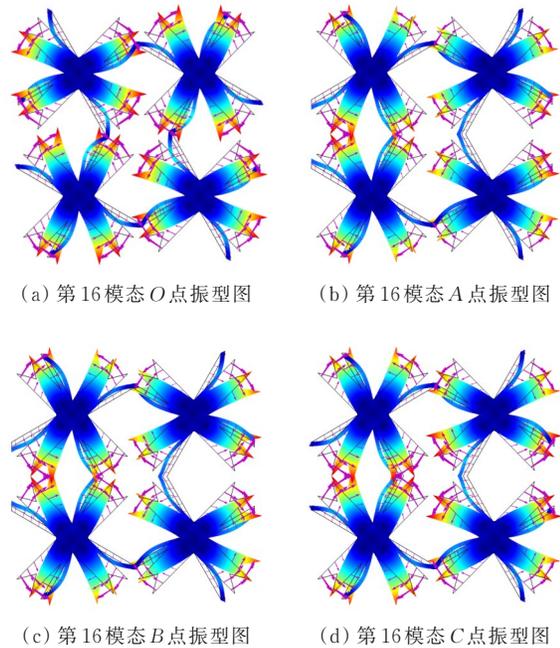


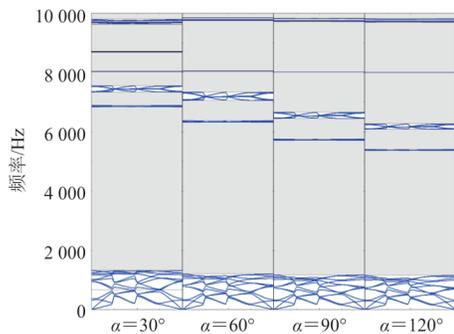
图6 实心类星型手性超材料第16模态振型图
Fig. 6 Vibration mode diagram of the 16th mode of the solid star-shaped chiral metamaterial

2.3 参数化研究

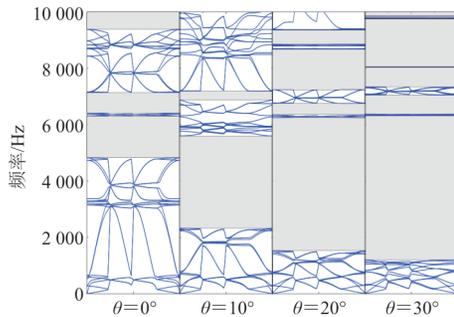
研究表明,带隙与结构的几何尺寸关系密切,为了适应各种复杂工程的应用,实现带隙的可调性,对于实心类星型手性结构,绘制当内凹角 α 为 $30^\circ \sim 120^\circ$ (间隔 30°)时 $0 \sim 10\,000$ Hz的能带曲线如图7(a)所示,可以看出:当 α 为 30° 时,最宽带隙为第三带隙,带隙范围为 $1\,312.11 \sim 6\,841.37$ Hz;当 α 为 60° 时最宽带隙为第一带隙,带隙范围为 $1\,199.98 \sim 6\,316.12$ Hz;当 α 为 90° 时,最宽带隙为第一带隙,带隙范围为 $1\,166.22 \sim 5\,706.70$ Hz;当 α 为 120° 时,最宽带隙为第一带隙,带隙范围为 $1\,147.57 \sim 5\,363.14$ Hz。可以看到随着内凹角 α 增加最宽带隙的宽度减小。

另外研究实心类星型手性结构韧带与水平方向的夹角 θ 对结构带隙的影响,绘制当 θ 为 $0^\circ \sim 30^\circ$

(间隔 10°) 时 $0 \sim 10\,000$ Hz 的能带曲线如图 7(b) 所示, 可以看出: 当 θ 为 0° 时, 结构没有手性特性, 最宽带隙为 $4\,825.86$ Hz \sim $6\,305.81$ Hz, 宽度较窄; 当 θ 为 60° 时, 带隙范围为 $1\,199.98 \sim 6\,316.12$ Hz, 带隙宽度超过 $5\,000$ Hz。表明随着 θ 的增加结构手性特性增强, 最宽带隙宽度逐渐增加。



(a) 实心类星型手性超材料带隙随内凹角的变化



(b) 实心类星型手性超材料带隙随韧带与水平方向的夹角的变化

图 7 实心类星型手性超材料带隙随结构参数的变化
Fig. 7 The variation of the bandgap of solid star-shaped chiral metamaterials with structural parameters

3 弹性波的传播方向性

本节选取 2.2 节中的特定模态并绘制对应的色散曲面图、群速度图、波传播方向图以及相速度图来分析波的传播特性。

群速度是研究弹性波在结构中传播特性的一个重要概念, 它是振幅的最大值在介质中传播的速度, 群速度代表了能量流动的方向, 也是波包运动的速度, 真实地反映了弹性波的传播方向, 其计算公式为

$$c_g = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k_x}, \frac{\partial \omega}{\partial k_y} \right) \quad (10)$$

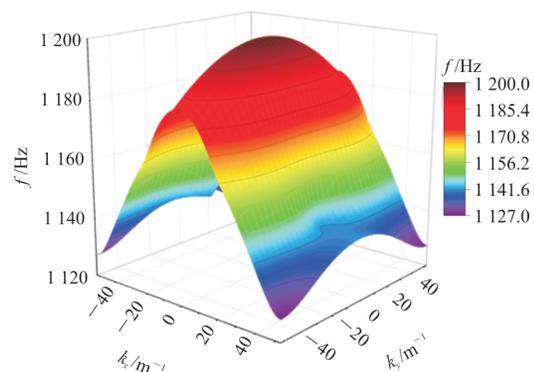
对于给定的频率 ω , 二维周期结构沿 x 方向和 y 方向的群速度可以写成

$$\begin{cases} c_{gx} = a_x \frac{\partial \omega}{\partial k_x} \\ c_{gy} = a_y \frac{\partial \omega}{\partial k_y} \end{cases} \quad (11)$$

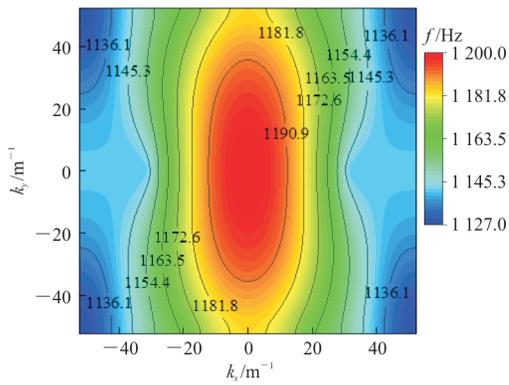
式中: a_x 和 a_y 分别为 x 方向和 y 方向的晶格常数。

群速度可以表征波传播能量的流动, 群速度图点密集的地方代表能量流动大, 点稀疏的地方代表能量流盲区, 在此盲区内弹性波被禁止传播, 因此可以从群速度图中确定弹性波传播的优先方向或禁止方向。

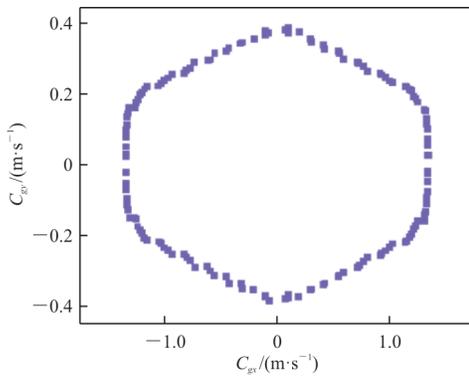
对于实心类星型手性超材料, 绘制第 12 色散曲面图如图 8(a) 所示, x, y 轴坐标代表第一布里渊区点的坐标值, z 轴代表频率 f , 色散曲面可以直观地展示周期结构中弹性波传播特性。对应的等频轮廓线图如图 8(b) 所示, 每个频率等高线上每一点的法线方向代表该频率下弹性波的能量传播方向^[22]。从图中选取三个频率, 分别为 $1\,136.1$ 、 $1\,172.6$ 、 $1\,190.9$ Hz, 计算等频轮廓线的梯度就可以得到对应频率的群速度图。绘制群速度图像如图 8(c)~图 8(e), 频率为 $1\,136.1$ 和 $1\,190.9$ Hz 时的群速度图中的点集中在对角线方向和 x 轴方向, 频率为 $1\,172.6$ Hz 的群速度图中的点集中在 x 轴方向。另外绘制相应频率下的波传播方向如图 8(f)~图 8(h) 所示 (图中内圈数字说明: 在选定频率的等频轮廓线上均匀取点, 并作每个点的法线, 统计法线方向角度相同的点的数量作为内圈极轴上的数字, 数字越大表示该方向传播的波的能量越大, 该数字无量纲), 当频率为 $1\,136.1$ Hz 时波传播方向主要集中在 x 方向, 当频率为 $1\,172.6$ Hz 时波传播方向在 x 方向聚集程度增加, 当频率为 190.9 Hz 时弹性波在 24° 、 156° 、 204° 和 336° 表现出较强的各向异性。



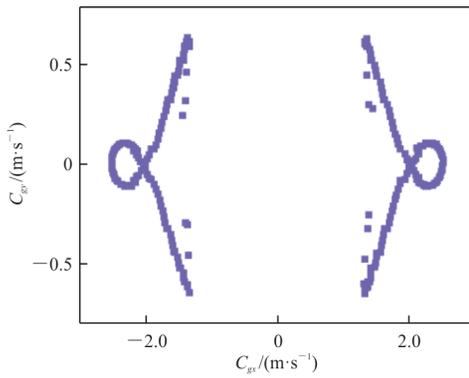
(a) 第 12 色散曲面图



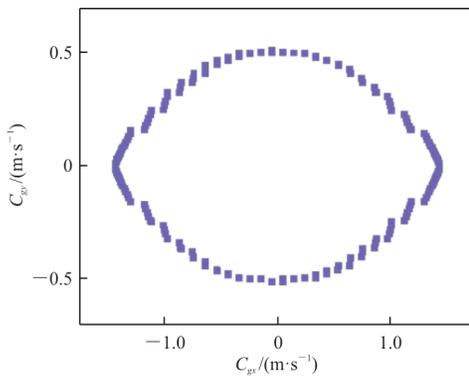
(b) 第 12 色散曲面的等频轮廓线



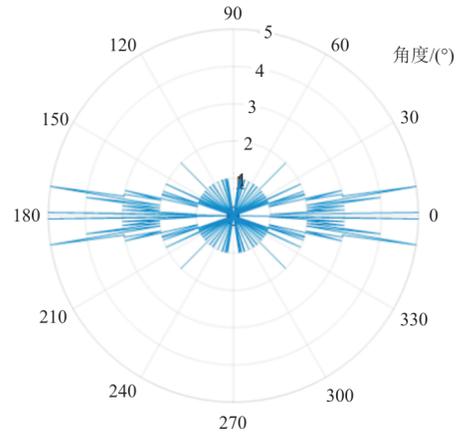
(c) 频率为 1136.1 Hz 的群速度图



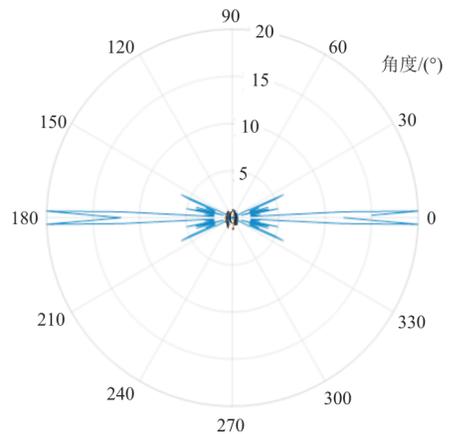
(d) 频率为 1172.6 Hz 的群速度图



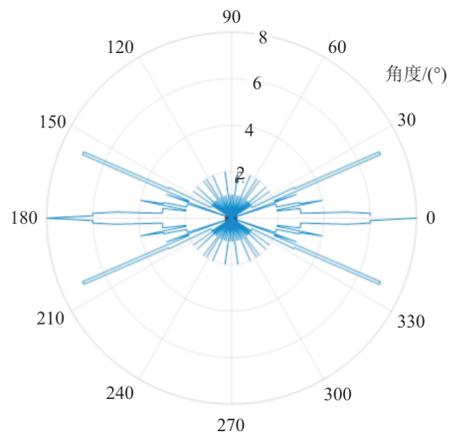
(e) 频率为 1190.9 Hz 的群速度图



(f) 频率为 1136.1 Hz 的波传播方向



(g) 频率为 1172.6 Hz 的波传播方向

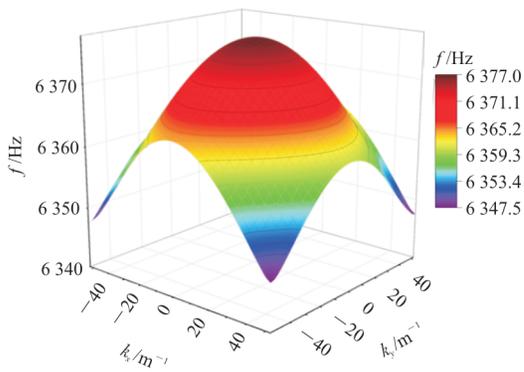


(h) 频率为 1190.9 Hz 的波传播方向

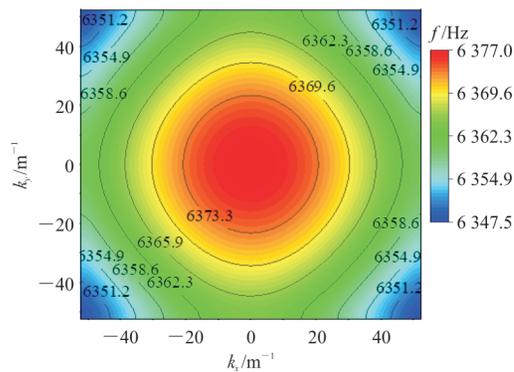
图 8 实心类星型手性结构第 12 色散曲面的弹性波特性
Fig. 8 Elastic wave properties of the 12th dispersion surface of solid star-shaped chiral structures

绘制实心类星型手性结构第 16 频散曲面图如图 9(a)所示, x, y 轴坐标代表第一布里渊区点的坐标值, z 轴代表频率 f 。绘制相应的等频轮廓线如图 9(b)所示, 从图中选取三个频率 6 354.9、

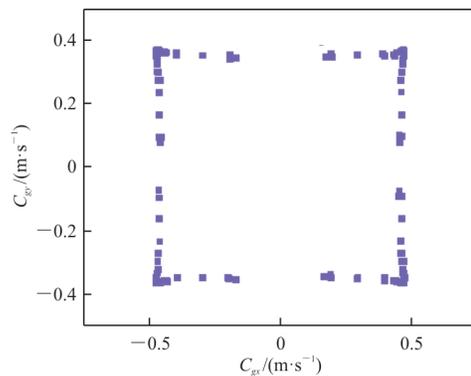
6 368.2、6 373.3 Hz, 计算等频轮廓线梯度得到群速度。绘制群速度图像如图 9(c)~图 9(e)所示, 可以看出: 在 6 354.9 Hz 群速度图中的点主要集中在对角线方向。另外绘制对应频率下的波传播方向如图 9(f)~图 9(h)所示(图中内圈数字释义同图 8(f)~图 8(h)), 可以看出: 当频率为 6 354.9 Hz 时弹性波传播集中在 38° 、 142° 、 218° 、 322° 方向。在 6 368.2 Hz 弹性波传播方向变得分散, 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 都有弹性波的传播。在 6 373.3 Hz 时弹性波传播变集中, 在 49° 、 131° 、 229° 、 311° 传播速度最快。



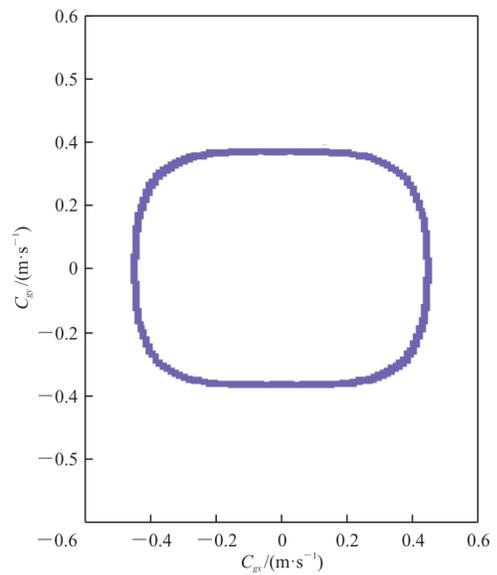
(a) 第 16 色散曲面图



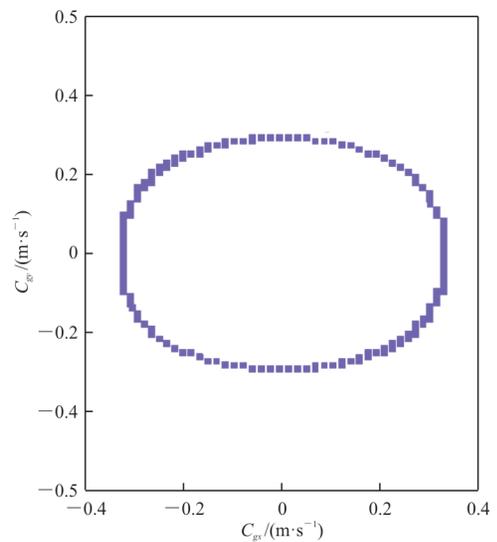
(b) 第 16 色散曲面的等频轮廓线



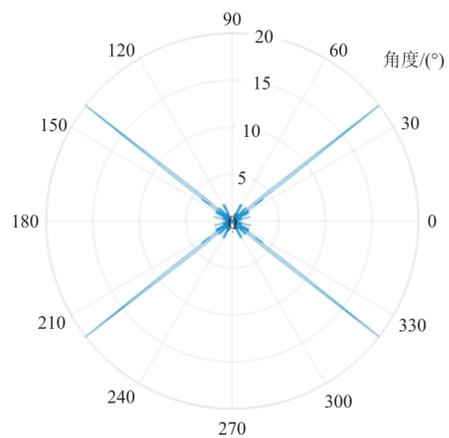
(c) 频率为 6 354.9 Hz 的群速度图



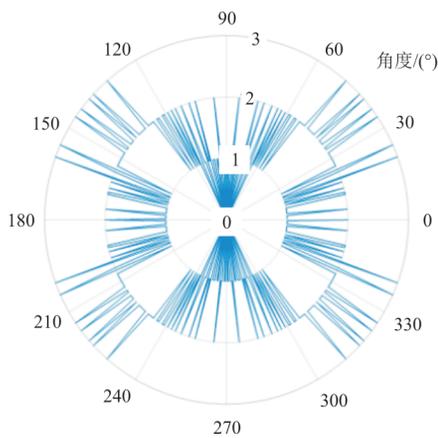
(d) 频率为 6 368.2 Hz 的群速度图



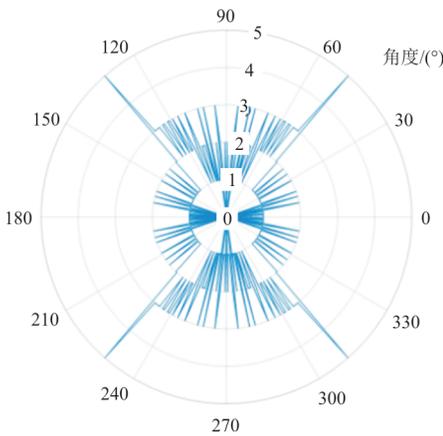
(e) 频率为 6 373.3 Hz 的群速度图



(f) 频率为 6 354.9 Hz 的波传播方向



(g) 频率为 6 368. 2 Hz 的波传播方向



(h) 频率为 6 373. 3 Hz 的波传播方向

图 9 实心类星型手性结构第 16 色散曲面的弹性波特性和 Fig. 9 Elastic wave properties of the 16th dispersion surface of solid star-shaped chiral structures

相速度即弹性波相位传播的速度。波矢量 k 决定相速度的方向, 给定某一频率的弹性波的相速度为

$$c_p = \frac{\omega}{k} \mathbf{u}^* \quad (12)$$

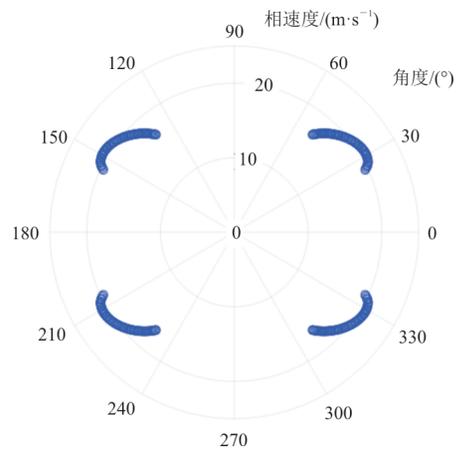
式中: k 为波矢量 k 的模; \mathbf{u}^* 为波矢量 k 的方向向量。

计算相速度时, 选择特定的频率和与频率对应的波矢量, 然后根据式(12)来计算相速度的大小和方向。如果弹性波在各向同性介质中传播则相速度在各个方向上的传播速度是相同的, 相速度曲线形状为圆形, 而在各向异性介质中传播的相速度曲线为凸起或凹陷的不规则多边形。

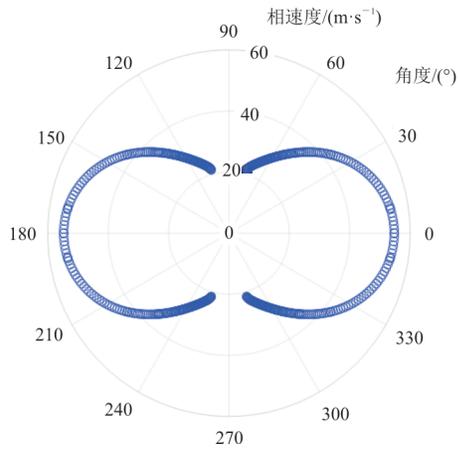
绘制实心类星型手性结构第 12 色散曲面的频率为 1 136. 1、1 172. 6、1 190. 9 Hz 时的相速度图, 如图 10(a)~图 10(c) 所示, 可以看出: 频率为

1 136. 1 Hz 时弹性波相位在对角线方向传播最快, 当频率为 1 172. 6 和 1 190. 9 Hz 时弹性波相位传播方向向 x 轴方向转移, 在 x 轴方向传播速度最快。

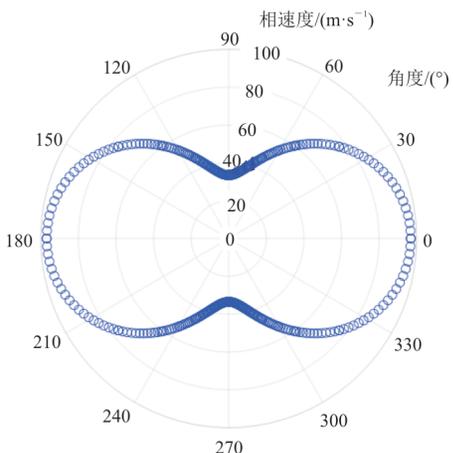
绘制实心类星型手性结构第 16 色散曲面的频率为 6 354. 9、6 368. 2、6 373. 3 Hz 时的相速度图, 如图 10(d)~图 10(f) 所示。



(a) 频率为 1 136. 1 Hz 的相速度图



(b) 频率为 1 172. 6 Hz 的相速度图



(c) 频率为 1 190. 9 Hz 的相速度图

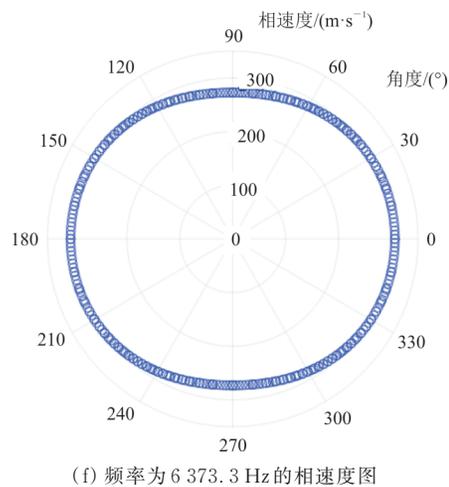
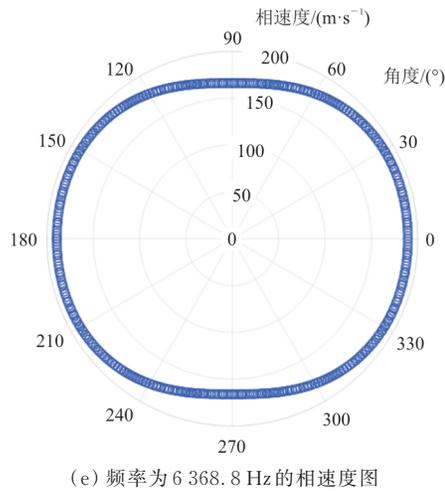
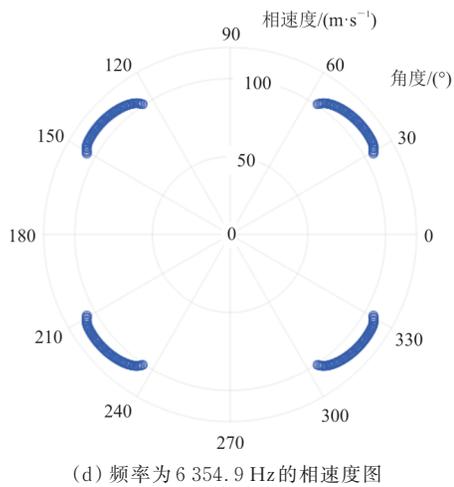


图 10 实心类星型手性超材料的相速度图
Fig. 10 Phase velocity diagram of solid star-shaped chiral metamaterials

从图 10 可以看出:频率为 6 354.9 Hz 时弹性波相位主要在对角线方向传播,频率为 6 368.2、6 373.3 Hz 时弹性波相位传播方向呈现为各向同

性介质特性。

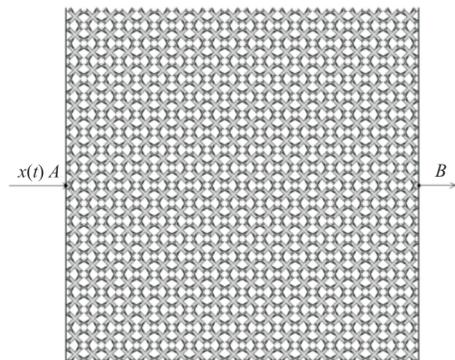
4 振动在有限尺寸周期晶格中的传播

理想的周期结构含有无限个典型单元,对带隙范围内的弹性波有完美的滤波效果,但工程实际中的周期结构只包含有限的单元,这使某些频段的弹性波在结构的较小衰减下仍能透过周期结构,因此可以采用有限晶格的传输损耗曲线来验证带隙计算的正确性。将手性类星型周期结构的单胞在水平方向和垂直方向阵列成 10×10 的有限结构(如图 11(a)所示),然后在两侧增加厚度为 1 mm 的表面,然后在左侧 A 点施加 1 mm 的位移激励,设置扫频步长为 10 Hz,扫描频率范围为 0~10 000 Hz,在另一侧接受响应。因为激励和响应的幅值往往相差很大,使用线性坐标表述比较困难,所以幅频响应函数一般采用对数标尺,幅频响应函数可以定义为

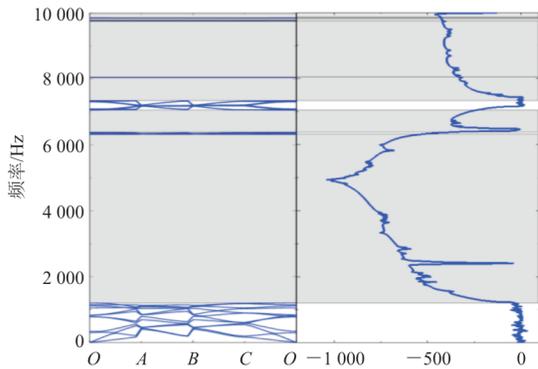
$$F_{RF} = 20 \lg \frac{X_{\text{output}}}{X_{\text{input}}} \quad (13)$$

式中: X_{input} 为输入的位移激励; X_{output} 为损耗后的输出位移。

计算得到的能带图带隙分布和传输曲线的对比图如图 11(b)所示,可以看出:在 1 199.98~6 316.12 Hz 范围内产生了 1 036 dB 的位移幅值衰减,在其他带隙范围内位移幅值衰减也比较明显,振动衰减范围与带隙范围基本一致,表明带隙计算的正确性;另外频响曲线还出现了许多峰值较低的频带,原因是有限周期结构存在特征方向上不完全带隙。由于有限周期结构在排列材料时可能导致表面局部化现象,在结构的不完全带隙范围内弹性波衰减不完全。



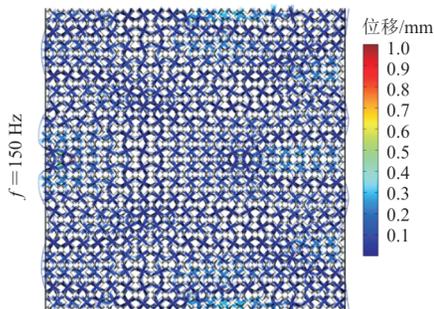
(a) 由 10×10 个单元组成的有限尺寸晶格



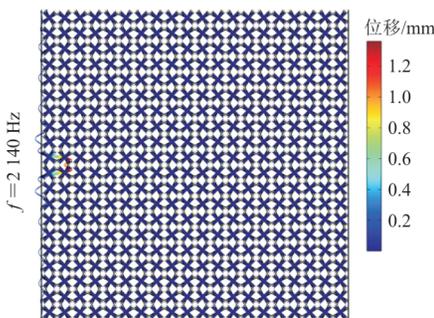
(b) 实心类星型手性结构能带结构与幅频响应曲线对比

图 11 有限周期的实心类星型手性结构
Fig. 11 Solid star-shaped chiral structures
with finite periodicity

为了进一步验证结构组成的有限尺寸周期晶格在相应的频率范围内具备振动抑制能力,选择不同阶段的频率进行研究。对于实心类星型手性超材料,在通带内选取频率为 150 Hz,在带隙内选取频率为 2 140 Hz。有限周期的实心类星型手性结构在不同频率下的位移云图如图 12 所示。



(a) 有限周期结构 150 Hz(带隙范围之外)位移云图



(b) 有限周期结构 2 140 Hz(带隙范围之内)位移云图

图 12 有限周期的实心类星型手性结构在
不同频率下的位移云图

Fig. 12 Displacement cloud diagrams of solid star-shaped chiral structures with finite periodicity at different frequencies

从图 12(a)可以看出:晶格变形显著,振动的传输穿过了整个周期结构;从图 12(b)可以看出:变形仅发生在有限尺寸周期晶格的激励边界附近,弹性波的传播出现了明显的衰减。位移云图直观地显示了结构对振动的抑制效果。同时结合振动传递函数和带隙表明实心类星型手性结构在减振降噪方面具有显著优势。

5 结 论

1) 基于有限元法计算了结构的带隙,实心类星型手性超材料可以产生 5 000 Hz 以上的超宽带隙。

2) 通过振动模态分析了带隙产生机理,凹角星和韧带的旋转振动使弹性波的能量耗散,形成带隙。

3) 研究了内凹角 α 以及韧带与水平方向的夹角 θ 对实心类星型手性结构带隙的影响,发现 α 的减小以及 θ 的增大使得最宽带隙的宽度增大。

4) 本文研究了带隙边缘频率下的群速度图和相速度图以及波传播方向。结果表明,弹性波在完全带隙以外的频率范围会存在特定方向上的波衰减。

5) 计算了弹性波在有限周期结构的位移响应。结果表明,在带隙范围内有限周期结构产生了明显的位移幅值衰减。另外位移云图也显示了结构对振动具有明显的抑制效果。

参 考 文 献

- [1] 高浩强. 含阿基米德螺旋线单相周期结构的低频减振特性研究[D]. 天津: 天津大学, 2022.
GAO Haoqiang. Study on low frequency vibration reduction characteristics of single-phase periodic structures with Archimedes helix[D]. Tianjin: Tianjin University, 2022. (in Chinese)
- [2] 王凯, 周加喜, 蔡昌琦, 等. 低频弹性波超材料的若干进展[J]. 力学学报, 2022, 54(10): 2678-2694.
WANG Kai, ZHOU Jiayi, CAI Changqi, et al. Review of low-frequency elastic wave metamaterials[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2022, 54(10): 2678-2694. (in Chinese)
- [3] 尹剑飞, 蔡力, 方鑫, 等. 力学超材料研究进展与减振降噪应用[J]. 力学进展, 2022, 52(3): 508-586.
YIN Jianfei, CAI Li, FANG Xin, et al. Review on research progress of mechanical metamaterials and their applications in vibration and noise control[J]. Advances in Mechanics, 2022, 52(3): 508-586. (in Chinese)
- [4] 肖勇, 王洋, 赵宏刚, 等. 面向减振降噪应用的声学超构材料研究进展[J]. 机械工程学报, 2023, 59(19): 277-298.
XIAO Yong, WANG Yang, ZHAO Honggang, et al. Research progress of acoustic metamaterials for vibration and

- noise reduction applications[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59(19): 277-298. (in Chinese)
- [5] 刘宏, 余江, 张凯, 等. 多稳态力学超材料带隙特性及调控研究[J]. *动力学与控制学报*, 2023, 21(7): 5-11.
LIU Hong, YU Jiang, ZHANG Kai, et al. Multi-stable mechanical metamaterials for band gap tuning[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2023, 21(7): 5-11. (in Chinese)
- [6] 刘松, 罗春荣, 翟世龙, 等. 负质量密度声学超材料的反常多普勒效应[J]. *物理学报*, 2017, 66(2): 208-212.
LIU Song, LUO Chunrong, ZHAI Shilong, et al. Inverse Doppler effect of acoustic metamaterial with negative mass density[J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(2): 208-212. (in Chinese)
- [7] 赵春风, 陈青杰, 曾超, 等. 单质点周期结构超材料带隙分析和调谐[J/OL]. *振动工程学报*, 1-11[2024-06-17]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1349.TB.20240607.1119.002.html>.
ZHAO Chunfeng, CHEN Qingjie, ZENG Chao, et al. Band gap analysis and adjustment of single-particle periodic structure metamaterials[J/OL]. *Journal of Vibration Engineering*, 1-11[2024-06-17]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1349.TB.20240607.1119.002.html>. (in Chinese)
- [8] LIU Z, ZHANG X, MAO Y, et al. Locally resonant sonic materials[J]. *Science*, 2000, 289: 1734-1736.
- [9] SPADONI A, RUZZENE M. Structural and acoustic behavior of chiral truss-core beams[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2006, 128(5): 616-626.
- [10] SPADONI A, RUZZENE M, GONELLA S, et al. Phononic properties of hexagonal chiral lattices[J]. *Wave Motion*, 2009, 46(7): 435-450.
- [11] LIU X N, HU G K, SUN C T, et al. Wave propagation characterization and design of two-dimensional elastic chiral metamaterial[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(11): 2536-2553.
- [12] CHEN L Y, GUO Y J, YI H. Optimization study of band-gaps properties for two-dimensional chiral phononic crystals base on lightweight design[J]. *Physics Letters A*, 2021, 388: 127054.
- [13] QI D X, YU H B, HU W X, et al. Bandgap and wave attenuation mechanisms of innovative reentrant and anti-chiral hybrid auxetic metastructure[J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2019, 28: 58-68.
- [14] ORTA A H, YILMAZ C. Inertial amplification induced phononic band gaps generated by a compliant axial to rotary motion conversion mechanism[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 439: 329-343.
- [15] ZHAO P C, ZHANG K, HONG F, et al. Tacticity-based one-dimensional chiral equilateral lattice for tailored wave propagation and design of elastic wave logic gate[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 521: 116671.
- [16] 杜超平. 星型蜂窝结构的减振降噪特性研究[D]. 天津: 天津大学, 2020.
DU Chaoping. Study on vibration and noise reduction characteristics of star honeycomb structure[D]. Tianjin: Tianjin University, 2020. (in Chinese)
- [17] 任富光. 类星型轻质声学超材料带隙特性及调控方法研究[D]. 天津: 河北工业大学, 2022.
REN Fuguang. Study on band gap characteristics and control methods of star-like lightweight acoustic metamaterials[D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2022. (in Chinese)
- [18] YU R H, RUI S T, WANG X Z, et al. An integrated load-bearing and vibration-isolation supporter with decorated metamaterial absorbers[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 253: 108406.
- [19] WANG X Z, ZHANG C, RUI S T, et al. Multi-scale material/structure integrated elastic metamaterial for broadband vibration absorbing[J]. *Materials & Design*, 2024, 238: 112705.
- [20] 杨树. 纤维集合体的结构特征及其吸声性能研究[D]. 上海: 东华大学, 2011.
YANG Shu. Study on structural characteristics and sound absorption performance of fiber aggregate[D]. Shanghai: Donghua University, 2011. (in Chinese)
- [21] 温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 等. 声子晶体[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
WEN Xisen, WEN Jihong, YU Dianlong, et al. Phononic crystals[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009. (in Chinese)
- [22] 温激鸿, 郁殿龙, 王刚, 等. 薄板状周期栅格结构中弹性波传播特性研究[J]. *物理学报*, 2007, 56(4): 2298-2304.
WEN Jihong, YU Dianlong, WANG Gang, et al. The characteristics of wave propagation in laminated grid structure[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(4): 2298-2304. (in Chinese)

(编辑: 马文静)